文章编号:1003 - 207(2009) 01 - 0058 - 06

基于 DEA 联盟博弈核仁解的固定成本分摊方法研究

李勇军 ,梁　樑 ,凌六一

(中国科学技术大学管理学院 ,安徽 合肥　230026)

摘　要:本文结合 DEA (Data Envelopment Analysis) 和联盟博弈理论研究了固定成本分摊问题。本文首先证明了在固定成本作为决策单元(Decision Making Unit , DMU) 新投入要素的条件下,那么 DMU 个体和整体将同为 DEA 有效,在此结论的基础上,本文结合联盟博弈理论,定义了联盟博弈的特征函数,提出了基于核仁解的固定成本分摊模型,并给出了相应的求解算法,最终通过算例说明了本文方法的合理性和求解算法的可行性。

关键词:数据包络分析;固定成本分摊;联盟博弈;核仁

中图分类号:C934　　　**文献标识码**:A

1　引言

数据包络分析(DEA) 领域是由 Charnes 等人在 1978 年创建[1] ,之后,DEA 理论和应用研究在国内外得到迅速发展,并且取得许多有价值的成果[2 - 5] 。近年来,基于 DEA 理论解决固定成本分摊问题是国际 DEA 领域一大研究热点。固定成本是指组织为其子决策单元建立公共平台上所投入的费用。比如,银行总行为各分行建立统一的交易系统所花费的投入成本;大型连锁超市为各子超市建立物流配送系统的费用等。各 DMU 获益于公共平台,那么理所当然他们也应该承担公共平台建设费用,由此而产生的一个问题是如何在 DMU 之间合理地分摊这类投资费用,这是一类非常常见问题。无论从组织的角度还是从研究的角度,如何设计一个公平合理的分摊机制都是至关重要的。

Cook 和 Kress(1999) 首次尝试把 DEA 方法应用于固定成本分摊问题,作者首先假定固定成本作为 DMU 的一种新投入要素,然后根据固定成本分摊前后所有 DMU 效率不变性(Invariance) 和帕雷托最小性(Pareto-minimality) ,给出了问题的解决思路[6] 。此后,Cook 与 Zhu (2005) [7] 、以及 Jahanshahloo (2004) [8] 在效率不变性假设的基础上,对文献[6]进行了拓展。而 Beasley 在 DMU 整体平均效率最大化基础上,给出了一种非线性成本分摊模型[9] 。但是,一般情况下,每个决策单元都有其它的成本投入项,因此,Li et al. (2008) [10] 认为应该将固定成本与已有的成本投入项相合并起来,而不是作为一个新的投入要素,并证明了分摊的成本额与其对应的超效率值之间是单调不增的函数关系,并给出了能保证分摊方案唯一性的固定成本分摊模型。

但是在上述文献中,均没有考虑决策单元之间既竞争又合作的博弈关系。一方面,任何一个 DMU 分摊成本的减少,就必然导致其他 DMU 分摊成本的增加,反之亦然;另一方面,固定成本投资具有规模效应的特性,而且成本回收期长,因而风险较大。那么,对单个决策单元(如分行、分超市等) 而言,即使能预见到建设某平台能为其带来高额利润,也不会贸然行动,尤其该平台的投运会使其他 DMU 同时受益时更是如此。因此,能否给出一个合理的分摊机制,对于合作联盟的存在和发展也是至关重要的。最近,李勇军和梁樑(2008) 在文献[11]中结合 DEA 和 Nash 讨价还价博弈并给出了 Nash 讨价还价博弈固定成本分摊模型,在文献[12]中结合 DEA 和合作博弈并给出了基于 Shapley 值的固定成本分摊模型。

假设指标体系中不包含成本投入项,本文以文献[11 ,12]为基础,结合合作博弈理论,把各 DMU 作为合作博弈的局中人,依据理性假设定义了包含所有局中人在内的联盟博弈及各种子联盟的特征函

收稿日期:2008 - 06 - 18;**修订日期**:2008 - 12 - 22
基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(70525001)
作者简介:李勇军(1982 -) ,男(汉族) ,安徽无为人,中国科学技术大学管理学院博士后,研究方向:数据包络分析.

数,并给出了一种基于核心解的固定成本分摊方法以及相应的求解算法,最终通过算例说明了本文方法的可行性和合理性。

2　考虑固定成本的效率评价

从 DMU 个体角度出发,其最为关心的是什么样的分摊方案才能使自己在成本分摊后相对效率达到最大,以及到底能达到多大。为了解答这个问题,假设组织内有 n 个子决策单元 DMU_j, $j=1,\cdots,n$,投入和产出向量分别为 $X_j=(x_{1j},\cdots,x_{mj})^T$, $Y_j=(y_{1j},\cdots,y_{sj})^T$。设 DMU_j 的分摊成本为 R_j, $\sum_{j=1}^{n}R_j=R$, R 为待分摊的固定成本总额。将固定成本作为一种新投入要素[6-9,11-12],那么,DMU_d 的相对效率值可由以下 CCR 模型求得:

$$\begin{aligned}&Max\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rd}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{io}+R_d}=E_d\\ &s.t.\quad E_j=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}+R_j}\le 1,\ \forall j\\ &\qquad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\ &\qquad u_r,v_i,R_i\ge 0,\ \forall r,i,j\end{aligned}\tag{1}$$

其中,v_i, u_r 分别为 x_{ij}, y_{rj} 的权重。为了简便起见,参考文献[9],设定 R_j 的权重为 1。记模型(1)的最优目标函数值为 E_d^*。

相反,从组织的决策者角度出发,什么样的分摊方案才能使组织内所有 DMU 整体的相对效率达到最大。参考文献[9],考虑如下模型:

$$\begin{aligned}&E_{all}^*=\frac{1}{n}Max\ \sum_{j=1}^{n}E_j\\ &s.t.\quad E_j=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}+R_j}\le 1,\ \forall j\\ &\qquad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\ &\qquad u_r,v_i,R_i\ge 0,\ \forall r,i,j\end{aligned}\tag{2}$$

模型(2)目标函数是最大化所有 DMU 平均效率,记最优目标函数值为 E_{all}^*。则有:

定理 1:模型(1)所有 DMU 以及模型(2) DMU 整体均为 DEA 有效,即 $E_d^*=1$、$E_{all}^*=1$。

证明:详细证明步骤参见文献[11,12],此处省略。

定理 1 说明了不论从 DMU 个体角度还是从组织的决策者角度,都可以找到一些成本分摊方案使得所有 DMU 个体和整体的 DEA 效率达到最大,即为 DEA 有效。那么,由(1)和(2)的约束条件知,同时满足 DMU 个体和整体为 DEA 有效的固定成本分摊方案所构成的集合为:

$$\Omega=\{(R_1,\cdots,R_n)\mid R_j=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij},\ \sum_{j=1}^{n}R_j=R,R_j\ge 0,\ \forall j\}\tag{3}$$

固定成本分摊方案集等式说明每个 DMU 的分摊结果并不完全依赖于其投入要素,它与其产出要素也有关,从而在(3)选出的分摊方案可以克服文献[6-8]中的分摊方案完全依赖于投入要素的缺陷[9,11-12]。

3　理性假设与特征函数

3.1　基本假设

为了呈现各个决策单元之间的相互合作博弈关系,本文参考文献[13],作如下理性假设:

a)所有决策单元以及联盟都是自私自利的,在成本分摊过程中,各自采取最小化的成本分摊战略。

b)所有决策单元都愿意参与博弈,从而最终能达成一个公平的愿意接受的分摊方案。

3.2　特征函数

设联盟 S 是局中人集 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 的一个子集,则联盟 S 的投入量和产出量分别记为:

$$x_i(S)=\sum_{j\in S}x_{ij},\ y_r(S)=\sum_{j\in S}y_{rj}\tag{4}$$

根据理性假设,联盟的目的在于使得分摊的成本最小,那么,联盟 S 的最小分摊 $V(S)$ 是下列线性规划问题的最小值:

$$\begin{aligned}&V(S)=\min_{u_r,v_i}[\sum_{r=1}^{s}u_r y_r(S)-\sum_{i=1}^{m}v_i x_i(S)]\\ &s.t.\quad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\ &\qquad R_j=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}\ge 0\\ &\qquad u_r,v_i\ge 0,\ \forall r,j\end{aligned}\tag{5}$$

模型(5)约束条件就是固定成本分摊方案集,显然有以下定理:

定理 2:$V(\varnothing)=0$, $V(N)=R$

因此 $V(S)$ 就是联盟 S 的一个特征函数,该特

征函数充分显示了联盟 S 自私自利的特点,比较切乎实际。那么,本文研究的固定成本分摊博弈问题可定义为(N,V)。

4 核仁解固定成本分摊模型

4.1 分摊模型

本文采用核仁作为(N,V)的解,因为任何合作博弈的核仁解一定存在而且唯一[14]。核仁解是建立在联盟理性的基础上,假如 $IR=(R_1,\cdots,R_n)$ 是合作博弈 (N,V) 的一个分配,那么有:

$$\sum_{j\in S}R_j \geq V(S),\ \forall S\subset N,1\leq |S|<n \tag{6}$$

其中,$|S|$表示联盟 S 成员的个数。当$|S|=1$时,式(6)说明任何 DMU 的分摊成本都要不小于其最自私自利下的分摊额度,要不然该 DMU 必将不会被其他 DMU 所吸纳形成一个联盟;同理,当 $1<|S|<n$ 时,式(6)说明对于任何联盟 S,其成员单独行动所付出的成本之和必然不小于成员联盟后的总成本额,要不然就没有决策单元愿意加入该联盟 S。因此,联盟理性(6)式可以保证 DMU 之间联盟的存在。

定义 1:S 对分摊方案 IR 的不满意度为 $\varepsilon(S,IR)=\sum_{j\in S}R_j-V(S),\forall S\subset N,1\leq|S|<n$。

显然,$\varepsilon(S,IR)$ 越大,S 越不满意,反之亦然。

那么,在固定成本分摊方案集的基础上,基于核仁解的固定成本分摊模型为:

$$\begin{aligned}
&\underset{u_r,v_i}{Min}\ \max_{S\subset N}\varepsilon(S,IR)\\
&s.t.\ \varepsilon(S,IR)=\sum_{j\in S}R_j-V(S),1\leq|S|<n\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\
&\qquad R_j=\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ij}\\
&\qquad R_j,u_r,v_i\geq 0,\ \forall j,r,i
\end{aligned}\tag{7}$$

模型(7)的目标函数是 Minmax 函数,它的含义是优先考虑最不满意的联盟,选择的分配要使这种联盟的不满意程度达到最小;在此基础上,再考虑次不满意的联盟,所选分配要使其不满意程度尽可能小,如此等等,这就是核仁解与字典序的关系;模型(7)的最后三个约束就是固定成本分摊方案集(3)。此外,值得注意的是为了公平起见,所有的 DMU (局中人)使用一组公共权重(u_r,v_i)。

4.2 核仁解分摊方案求解算法

考虑到模型(7)在求解上存在一定的困难,本文给出以下两种不同的求解算法。

4.2.1 线性规划算法

当参与博弈的 DMU (局中人)数量不多时,本节算法可以给出模型(7)的全局最优解。不妨令 $\alpha=\max_{S\subset N}\varepsilon(S,IR)$,则模型(7)转变为

$$\begin{aligned}
&Min\ \alpha\\
&s.t.\ \sum_{j\in S}R_j-V(S)\leq\alpha,1\leq|S|<n\\
&\qquad R_j=\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ij}\geq 0\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\
&\qquad u_r,v_i,R_j\geq 0,\ \forall r,i,j
\end{aligned}\tag{8}$$

设最优解为 $(\alpha_1^*;R_{1j}^*,\forall j\in N)$,则总联盟 N 所有非真子集的集合 $\Gamma=\{S|\ \forall S\neq\varnothing,S\subset N\}$ 可分割成两个部分:

$$\Gamma_1=\{S|\sum_{j\in S}R_{1j}^*-V(S)=\alpha_1^*,\forall S\in\Gamma\}$$

$$\Gamma_2=\{S|\sum_{j\in S}R_{1j}^*-V(S)<\alpha_1^*,\forall S\in\Gamma\}$$

通过模型(8)则可以确定 Γ_1 中最不满意联盟的最小不满意度,对于次不满意和其他联盟则可以通过如下算法给出具体的最小不满意度以及最优的固定成本分摊方案。

Minmax 模型的固定成本分摊方案求解算法:

步骤 1:令 $l=1$,求解模型(8)的最优解,如果 Γ_2 不为空集,则转入下一步。

步骤 2:令 $l=l+1$,求以下一般化模型

$$\begin{aligned}
&\min_{u,v}\alpha\\
&s.t.\ \sum_{j\in S}R_{lj}-V(S)=\alpha_l^*,S\in\Gamma_1\\
&\qquad \sum_{j\in S}R_{lj}-V(S)=\alpha_{l-1}^*,S\in\Gamma_{2l-3}\\
&\qquad \sum_{j\in S}R_{lj}-V(S)\leq\alpha,S\in\Gamma_{2l-2}\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}R_j=R\\
&\qquad R_j=\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ij},\ \forall j\\
&\qquad u_r,v_i,R_j\geq 0,\ \forall r,i,j
\end{aligned}\tag{10}$$

记模型(10)的最优解为$(\alpha_l^*,u_{lr}^*,v_{li}^*,R_{lj}^*,\forall r,i,j)$。那么,集合 Γ_{2l-2} 可分割成以下两个子集:

$$\Gamma_{2l-1}=\{S|\sum_{j\in S}R_{lj}^*-V(S)=\alpha_l^*,\forall S\in\Gamma_{2l-2}\}$$

$$\Gamma_{2l}=\{S|\sum_{j\in S}R_{lj}^*-V(S)<\alpha_l^*,\forall S\in\Gamma_{2l-2}\}$$

如果$\Gamma_{2l} \neq \varnothing$,则重复第2步,否则就转入第3步。

步骤3:设第2步一共迭代了k次($k \leq 2^n - 1$),模型(10)最终最优解为($\alpha_k^*, u_{kr}^*, v_{ki}^*, R_{kj}^*, \forall r, i, j$)。那么,最优分摊方案为$IR^* = (R_{k1}^*, \cdots, R_{kn}^*)$,对应的最优公共权重为$(u_{kr}^*, v_{ki}^*, \forall r, i)$,各个联盟S对最优分摊方案的最小不满意度为$\varepsilon^*(S, IR^*) = \alpha_l^*, \forall S \in \Gamma_{2l-1}, \bigcup_{l=1}^{k}\Gamma_{2l-1} = \Gamma$,且存在关系$\alpha_1^* > \alpha_2^* > \cdots > \alpha_k^*$。

4.2.2　遗传算法

当局中人(DMU)数量n较大时,模型(7)的计算复杂度为$O(4^n)$,上述线性规划求解算法的时间成本非常的高。本节参考文献[15],给出一种遗传算法以减少模型(7)求解时间,不过这需要以牺牲解的精度作为代价,因为基于遗传算法给出的解只是近似解,而非最优解。

遗传算法是应用较广的一种启发式优化算法。其基本思想是基于达尔文的进化论,按个体的适应度大小重复地进行选择、交叉和变异来实现群体内个体结构的重组,将性能良好的解结构遗传下去,提高后代的适应能力,从而进化到最优或次优解。

染色体编码是应用遗传算法时要解决的首要问题,它把一个问题的可行解从其解空间转换到遗传算法所能处理的搜索空间。在本章中,由于上述核仁解模型对应于多维连续函数的优化问题,因而本文采用了浮点编码方式,将分配直接映射为染色体编码。

一般来讲,对于多维连续函数的优化问题,含有约束条件的模型(7)在使用遗传算法时较难保证算法收敛性。因此,有必要将上述模型修改为无约束模型。首先考虑不满意度约束,由于核仁和字典序相关,不妨假设对于任意分配IR,所有S的不满意度$\varepsilon(S, IR)$按照从大到小的顺序排列为($\varepsilon_1(IR), \cdots, \varepsilon_{2^n-1}(IR)$),并赋予权重$w_i$满足大小递减关系,即$w_1 > w_2 > \cdots > w_{2^n-1}$。那么模型(7)可转化为如下无约束模型:

$$\underset{IR}{Min} \sum w_i \varepsilon_i(IR) + w_0 \left| \sum_{j=1}^{n} R_j - R \right| \quad (11)$$

其中,模型(11)的最后一项是目标函数的惩罚项,目的是将约束条件$\sum_{j=1}^{n} R_j = R$消去,本文为了保证固定成本总额能完全被局中人分摊,要求惩罚项的权重$w_0 >> w_1$。

因此,在本文中,基于模型(7)的遗传算法适应度函数可定义为

$$F(IR) = -\sum w_i \varepsilon_i(IR) - w_0 \left| \sum_{j=1}^{n} R_j - R \right| \quad (12)$$

显然,适应度函数$F(IR)$越大越好,最终选择的成本分摊方案对应的$F(IR)$值最大。

算法以染色体群的平均Hamming距离作为其收敛依据,Hamming距离d即两个染色体各个对应位置取值不同的个数:

$$d = \sum_{i=1}^{H} (a_i \otimes b_i) \quad (13)$$

其中,H为染色体的长度;符号“$\otimes$”表示两染色体对应位的“异或”。

5　算例

5.1　算例1

为了说明核仁解成本分摊模型的线性规划求解过程,本节采用了文献[13]的数据,见表1。表1中一共有4个DMU,每个DMU有3个产出指标,无投入指标,4个DMU公用一个公共平台,公共平台投入成本总额为单位成本1。

表1　样本数据与各DMU最大和最小成本分摊额

DMU	Output 1	Output 2	Output 3	R_j^*
1	0.5	0.375	0.5	0.45465
2	0.25	0.375	0.25	0.29535
3	0.2	0.125	0.125	0.14535
4	0.05	0.125	0.125	0.10465

根据线性规划算法,本文基于Matlab7.0编程可得S的特征函数值以及不满意度值见表2,以及最优分摊方案见表1的最后一列,最终公共权重解为$U^* = (0.2714, 0.36284, 0.36576)^T$。

首先,因为模型(7)以固定成本分摊方案集(3)为基础,所以最优权重解U^*与最优分摊方案之间的存在关系$R_j^* = \sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{ij}$,比如$R_1^* = 0.5 \times 0.2714 + 0.375 \times 0.36284 + 0.5 \times 0.36576 = 0.45465$,同理有$R_2^* = 0.29535$, $R_3^* = 0.14535$, $R_4^* = 0.10465$。

其次,由表2知,对分摊方案IR感到最不满意的联盟是{1,3}、{2,4},因为它们的不满意度值达到0.1,比如,$\varepsilon(\{1,3\}, IR) = 0.45465 + 0.14535 - 0.5 = 0.1$,如表2中所示在所有联盟的不满意度当中最大,因此$\Gamma_1 = \{\{1,3\}、\{2,4\}\}$。对分摊方案$IR$感到最满意的是联盟{1,2}、{3,4},因为它们的不满意度

值达到最小值 0 ,例如 $\varepsilon(\{1,2\}, IR) = 0.45465 + 0.29535 - 0.75 = 0$。

注意到表 1 中 4 个 DMU 的产出关系为 $Y_1 \geq Y_2 \geq Y_3 \geq Y_4$,这说明 DMU1 从公共平台的使用中获益最多 ,DMU2 ,3 依次 ,DMU4 最少 ,因此 ,由本文模型(7) 给出的分摊方案显示 $R_1^* > R_2^* > R_3^* > R_4^*$,即 DMU1 分摊的最多 ,DMU4 最少 ,如表 1 最后一列所示。

表 2 联盟 S 的特征函数值与不满意度值

S	V(S)	$\varepsilon(S, IR)$	S	V(S)	$\varepsilon(S, IR)$
{1}	0.375	0.079645	{2 ,3}	0.375	0.06571
{2}	0.25	0.045355	{2 ,4}	0.3	0.1
{3}	0.125	0.020355	{3 ,4}	0.25	0
{4}	0.05	0.054645	{1 ,2 ,3}	0.875	0.020355
{1 ,2}	0.75	0	{1 ,2 ,4}	0.8	0.054645
{1 ,3}	0.5	0.1	{1 ,3 ,4}	0.625	0.079645
{1 ,4}	0.5	0.05929	{2 ,3 ,4}	0.5	0.045355

5.2 算例 2

本算例数据来源于文献[11 ,12] ,该数据显示某商业银行对 10 个二级分行的交易系统进行升级 ,共计固定投入 100 万。省总行要求各分行承担该费用。根据总行评价专家要求 ,本文选取了各分行 2005 年如下代表性指标 :投入指标包括固定资产净值、员工人数;产出指标包括账面利润;各指标具体数值见表 3。

每个分行对应一个 DMU ,所以本算例的计算复杂度 $O(4^{10})$,因此 ,本节通过遗传算法求解核仁解分摊方案。具体系数的设置是 $w_0 = 10000, w_i = 1/i, i = 1,2,\cdots,2^{10} - 1$。按 4.2.2 遗传算法步骤 ,可得最大适应度函数值 $F(IR) = -24.425$,对应的核仁解分摊方案见表 3 最后一列。

表 3 10 个二级分行 2005 年度的经营数据以及最优分摊方案

分行	固定资产净值(亿元)	员工人数(千人)	账面利润(亿元)	R_j^*
1	1.0168	1.221	1.7569	26.235
2	0.5915	0.611	0.6600	9.0278
3	0.7237	0.645	0.7713	10.675
4	0.5150	0.486	0.3203	3.3656
5	0.4775	0.526	0.8430	12.915
6	0.6125	0.407	0.4616	6.4243
7	0.7911	0.708	0.6732	8.7466
8	1.2363	0.713	1.2864	20.195
9	0.4460	0.443	0.1288	0.002686
10	1.2481	0.638	0.3019	2.4128

表 3 的经营数据显示分行 9 和 4 的投入要素的量相当 ,但是产出方面 ,分行 9 只有分行 4 的 1/3 ,这说明分行 4 比分行 9 从公共平台的使用中获益要多 ,因此 $R_9^* < R_4^*$。同样 ,分行 9 和 6 之间也有类似的关系 ,所得的分摊结果为 $R_9^* < R_6^*$。另外 ,注意到分行 8 和 10 的投入相当 ,但是分行 8 的产出是分行 10 产出的 4 倍 ,因此 ,这也说明分行 8 比 10 从公共平台的使用中获益要多 ,因此 $R_8^* > R_{10}^*$。最后 ,注意到分行 2 和 3 的投入和产出均相当 ,因此两者的分摊结果也相差不大。

6 结语

本文结合 DEA 理论和联盟博弈理论 ,提出了基于核仁解的固定成本分摊模型 ,并根据模型的复杂程度分别提出了线性规划和基因遗传两种算法 ,最后本文通过两个具体的算例说明了本文方法的合理性和算法的有效性。此外 ,本文方法的使用不存在行业限制 ,只要固定成本的承担主体之间满足 DEA 理论的同质性(homogeneity)[16] 要求 ,本文方法就可以为固定成本分摊问题提供了可行的解决方案 ,为决策者提供较为有效的决策支持。

参考文献:

[1] Charnes A , Cooper WW, Rhodes E. Measuring efficiency of decision making units [J]. European Journal of Operational Research ,1978 , (2) : 429 - 444.

[2] 盛昭翰 ,朱乔 ,吴广谋. DEA 理论 ,方法与应用[M]. 北京 :科学出版社 ,1996.

[3] 魏权龄. 数据包络分析[M]. 北京 :科学出版社 , 1996.

[4] Cooper W W , Seiford L M , Kaoru Tone. Data Envelopment Analysis [M]. Boston: Kluwe Academic Publishers , 2000.

[5] Joe Zhu. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: DEA with Spreadsheets and DEA Excel Solver [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers , 2003.

[6] Cook W. D. , Kress , M. Characterizing an equitable allocation of shared costs : A DEA approach [J]. European Journal of Operational Research , 1999 , 119 : 652 - 661.

[7] Cook W. D. , Joe Zhu. Allocation of shared costs among decision making units : a DEA approach [J]. Computers & Operations Research , 2005 , 32 : 2171 - 2178.

[8] Jahanshahloo G R. , Hosseinzadeh F. L. , Shoja N. , Sanei M. An alternative approach for equitable allocation of shared costs by using DEA [J]. Applied Mathematics and Computation , 2004 , 153 : 267 - 274.

[9] Beasley J. E. Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis [J]. European Journal of Operational Research , 2003 , 147 : 198 - 216.

[10] Li , Y. , F. Yang , L. Liang , Z. Hua. Allocating the fixed cost as a complement of other cost inputs : A DEA approach [J]. European Journal of Operational Research (forthcoming) ,2008.

[11] 李勇军 ,梁樑. 一种基于 DEA 与联盟博弈的固定成本分摊方法[J]. 统工程理论与实践 ,2008 ,28 (11) :80 - 84.

[12] 李勇军 ,梁樑. 一种基于 DEA 与 Nash 讨价还价博弈的固定成本分摊方法[J]. 系统工程 ,2008 ,26 (6) :73 - 77.

[13] Nakabayashi K, Tone , K. Egoist 's dilemma : a DEA game [J]. OMEGA , [M]. 2006 ,34 :135 - 148.

[14] Owen G. Game Theory. Academic Press , 1982.

[15] 王成山 ,吉兴全。输电网合作投资的费用分摊方法[J]. 力系统自动化 ,2003 ,27 (10) :22 - 26 ,44.

[16] Dyson , R. G. , Allen , R. , Camanho A. S. , Podinovski , V. V. , Sarrico , C. S. , Shale , E. A. . Pitfalls and protocols in DEA[J]. European Journal of Operational Research ,2001 , 132 (2) :245 - 259.

The Methodological Study of Allocating the Fixed Cost Based on the Nucleolus in Data Envelopment Analysis and Cooperative Game

LI Yong-jun , LIANG Liang , LING Liu-yi

(School of Management , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China)

Abstract : Combining Data Envelopment Analysis and cooperative game theory , this paper has studied how to allocate the fixed cost among decision making units (DMU). Firstly ,it has proven that all DMU individuals and collectivity are DEA efficient , if the fixed cost can be treated as an additional input to DMUs. Then , combining the conclusion with cooperative game , it defines characteristic function , and proposes a nucleolus-based fixed cost allocation model , as well as its algorithms. Finally ,a numerical experiment has shown that the proposed approach is reasonable and its algorithms are feasible.

Key words : DEA ; fixed cost allocation ; cooperative game ; nucleolus