

胡俊,李志伟,朱建军等. 基于 BFGS 法融合 InSAR 和 GPS 技术监测地表三维形变. 地球物理学报, 2013, 56(1):117-126, doi: 10. 6038/cjg20130112.

Hu J, Li Z W, Zhu J J, et al. Measuring three-dimensional surface displacements from combined InSAR and GPS data based on BFGS method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2013, 56(1):117-126, doi:10. 6038/cjg20130112.

基于 BFGS 法融合 InSAR 和 GPS 技术 监测地表三维形变

胡 俊¹, 李志伟^{1*}, 朱建军¹, 丁晓利^{1, 2}, 汪长城¹, 冯光财¹, 孙 倩¹

1 中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083

2 香港理工大学土地测量与地理资讯学系, 香港九龙

摘 要 虽然 InSAR 技术具有高精度、大范围和高空间分辨率等优点, 但只能监测雷达视线方向上的一维地表形变; 而 GPS 技术虽可以监测地表的三维形变, 但其空间分辨率很低. 本文针对融合 InSAR 和 GPS 技术监测地表高空间分辨率三维形变展开研究. 首先证明了简单的局部最优化迭代算法就能求得综合 InSAR 和 GPS 监测地表形变速率的能量函数模型的全局最优估值. 随后提出了利用 BFGS 局部最优算法反演最优的地表三维形变速率. 该方法既能避免全局最优化算法计算复杂且难以收敛的问题, 又能克服传统的解析法中数值计算不稳定的缺点. 最后, 通过模拟实验和美国南加州真实数据实验表明, 该方法能够得到高精度的地表三维形变速率场. 而且当观测或插值误差导致解析法误差较大时, BFGS 方法仍能得到高精度、稳定的全局最优解.

关键词 InSAR, GPS, 三维形变监测, 凸函数, BFGS 方法

doi:10. 6038/cjg20130112

中图分类号 P315

收稿日期 2011-09-29, 2012-11-26 收修定稿

Measuring three-dimensional surface displacements from combined InSAR and GPS data based on BFGS method

HU Jun¹, LI Zhi-Wei^{1*}, ZHU Jian-Jun¹, DING Xiao-Li^{1, 2},
WANG Chang-Cheng¹, FENG Guang-Cai¹, SUN Qian¹

1 School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

2 Department of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China

Abstract InSAR has the advantages of wide spatial coverage, high spatial resolution and high precision, but it can only measure one-dimensional surface displacements in line-of-sight (LOS). While GPS can monitor three-dimensional surface displacements, it is generally with very low spatial resolution. In this paper, the method of combining InSAR and GPS to measure three-dimensional surface displacements with high spatial resolution is studied. Firstly, it is proved that a local optimization method is sufficient to achieve the global optimization solutions of the objective function model, which is used to optimize the InSAR and GPS integration. Then the

基金项目 国家自然科学基金(40974006, 40774003), 香港研究资助局项目(PolyU5161/06E, PolyU5155/07E), 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-08-0570), 中央高校基本科研业务费专项资助(2011JQ001, 2009QZZD004), 教育部首批博士研究生学术新人奖(085201001)联合资助.

作者简介 胡俊, 男, 1983 年生, 博士研究生, 研究方向为 InSAR 三维形变监测. E-mail: csuhujun@csu.edu.cn

* **通讯作者** 李志伟, 男, 1974 年生, 博士, 博士生导师, 主要从事 InSAR 研究. E-mail: zwli@csu.edu.cn

BFGS method is introduced in this study to estimate the optimal value of the three-dimensional surface displacement velocities. Compared to the global optimization method or the analytical optimization method, the BFGS method is very simple in computing and easy to converge, and has good resistance to numerical instability. In the last of the paper, the results of numerical simulations and real data experiments over Southern California are presented. They show a great improvement of accuracy when the proposed methods are used. Especially, when the observation or interpolation errors lead to ill-condition in the coefficient matrix of normal equations, the analytical optimization method can result in great errors, while the BFGS method works very well.

Keywords InSAR, GPS, 3D displacements monitoring, Convex function, BFGS method

1 引言

InSAR 由于其覆盖范围大、空间分辨率高、测量精度高等优势,近年来已经被广泛用于监测地表形变^[1].但是其缺点是容易受到大气^[2]和失相关^[3]的影响,时间分辨率低(几天到几十天,基于卫星的重返周期),并且只能监测地表在雷达视线方向(LOS)上的一维形变^[4-7].GPS 技术是目前最常用的监测地表形变的方法之一,通过区域布设的 GPS 网来连续测量,能够提供高精度和高时间分辨率的地表三维运动信息^[8].但是 GPS 较高的安置和运行费用限制了 GPS 网的密度,因此空间分辨率很低.目前世界上布设密度最大的 GPS 网是美国南加州的 SCIGN 网和日本的 GEONET 网,分辨率也分别只有 10~25 km 和 25 km 左右. InSAR 和 GPS 技术的特点正好形成互补,因此可以最大限度的挖掘地表形变等信息^[9-12].

针对 InSAR 和 GPS 技术的各自优缺点, Gudmundsson 等^[13]在 2002 年首先提出将这两种形变监测技术进行最优融合,将它们优势互补,获取高空间和时间分辨率的地表三维形变.文中, Gudmundsson 建立了 InSAR 和 GPS 获取的地表形变量的能量方程,通过 Markov 随机场理论和模拟退火法得到了冰岛 Reykjanes Peninsula 地区的地表三维形变场.但模拟退火法计算复杂,有时甚至无法收敛.2006 年, Samsonov 等则对该方法进行了改进,简化了 Gibbs 能量方程,并对其求偏导得到地表三维形变速率的解析解^[14].随后,他利用该解析法获取了美国南加州地区的地表三维形变速率场^[15-16].但该方法的缺点是计算时可能会出现数值不稳定的现象.针对此缺点,罗海滨等^[17]提出了一种直接分解法,将 GPS 插值得到的地表水平形变速率作为约束,直接将 InSAR 的 LOS 上的形变速

率分解成垂直形变速率.该方法虽然简单易操作,但过分依赖于 GPS 插值得到的形变的精度,不能改善地表水平形变精度,对垂直形变精度的提高也有限.

鉴于上述问题,本文提出一种更稳健更实用的综合 InSAR 和 GPS 技术监测地表三维形变的方法.该方法是基于文献^[14]中改进的综合 InSAR 和 GPS 监测地表形变速率的能量函数模型,并将其作为优化反演的目标函数.首先,本文分析了解析法反演该能量函数模型存在的潜在数值不稳定性(病态)问题,指出迭代法是解决数值不稳定性有效方法之一.其次,对该目标函数进行分析,从理论上证明了它是一个凸二次函数,保证了其局部最优解即为全局最优解.随后,一种有效的局部最优化迭代算法 BFGS 方法被用来求解地表的三维形变速率场的最优估值. BFGS 方法是一种拟 Newton 法,其特点是具有超线性收敛性和良好的自校正能力^[18].因此在本文研究中,该方法即能避免某些全局最优化算法(如模拟退火法)计算复杂且难以收敛的问题,又能巧妙的避开解析法中数值不稳定的现象.最后,本文通过模拟数据和南加州真实数据来验证新方法的可行性和精度.

2 目标函数模型分析

升降轨 InSAR 干涉图可以提供两个不同 LOS 方向上的地表形变速率 V_{LOS}^1 和 V_{LOS}^2 . 它们与地表在东西、南北和垂直三个正交方向上的形变速率 $[v_x \ v_y \ v_z]^T$ 关系如下所示:

$$\begin{bmatrix} V_{LOS}^1 \\ V_{LOS}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_x^1 & \mathbf{S}_y^1 & \mathbf{S}_z^1 \\ \mathbf{S}_x^2 & \mathbf{S}_y^2 & \mathbf{S}_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中, $[\mathbf{S}_x^1 \ \mathbf{S}_y^1 \ \mathbf{S}_z^1]$ 和 $[\mathbf{S}_x^2 \ \mathbf{S}_y^2 \ \mathbf{S}_z^2]$ 分别为升轨和降轨视线方向的单位投影矢量.投影矢量与雷达

参数之间关系为

$$\begin{cases} S_x = -\sin(\alpha - 3\pi/2)\sin\theta, \\ S_y = -\cos(\alpha - 3\pi/2)\sin\theta, \\ S_z = \cos\theta. \end{cases} \quad (2)$$

其中, α 代表雷达方位角,即北方向与雷达的飞行方向的夹角(顺时针), θ 代表雷达入射角。

对于 GPS 而言,它仅提供若干个稀疏点上的地

$$\begin{cases} U(v_x, v_y, v_z) = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{2(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} I_1^i + \frac{1}{2(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} I_2^i + \frac{1}{2(\sigma_x^i)^2} G_x^i + \frac{1}{2(\sigma_y^i)^2} G_y^i + \frac{1}{2(\sigma_z^i)^2} G_z^i \right\} \\ I_1 = (V_{\text{LOS}}^1 - S_x^1 v_x - S_y^1 v_y - S_z^1 v_z)^2; I_2 = (V_{\text{LOS}}^2 - S_x^2 v_x - S_y^2 v_y - S_z^2 v_z)^2 \\ G_x = (V_x - v_x)^2; G_y = (V_y - v_y)^2; G_z = (V_z - v_z)^2 \end{cases}, \quad (4)$$

其中, σ_{ins}^1 和 σ_{ins}^2 分别为升轨和降轨 InSAR 获取地表形变速率的标准差; σ_x 、 σ_y 和 σ_z 则为 GPS 分别在东西、南北和垂直三个方向上获取的地表形变速率的标准差; $i = 1, 2, \dots, N$ 代表 InSAR 或 GPS 内插后的网格点。

可以看出, (4) 式中的 I_1 和 I_2 对应于升降轨 InSAR, 而 G_x 、 G_y 和 G_z 则对应于 GPS. 建立该能量

表三维形变速率,因此必须用某种插值方法(如克里金插值法^[19])提高其分辨率,得到与 InSAR 干涉图相同分辨率下的地表三维形变速率:

$$\mathbf{V} = [V_x \quad V_y \quad V_z]^T. \quad (3)$$

可以看出, InSAR 和 GPS 都提供了可用来重建地表真实三维形变的信息. 根据 Gibbs 能量方程, 可建立如下的能量函数^[14]:

函数的目的是将其作为参数优化反演的目标函数, 即当该函数的能量达到极小时, 对应未知参数 ($[v_x \quad v_y \quad v_z]^T$) 的最优结果. 对于这个能量函数, Samsonov 等提出解析法求解三维形变场, 即对 $U(v_x, v_y, v_z)$ 中的未知量求偏导, 并令其均为 0, 从而归结为一个标准的线性方程组求逆的问题^[14]:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}, \quad (5)$$

$$\text{其中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{(S_x^{1i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{(S_x^{2i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} + \frac{1}{(\sigma_x^i)^2} & \frac{S_x^{1i} S_y^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_x^{2i} S_y^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} & \frac{S_x^{1i} S_z^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_x^{2i} S_z^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} \\ \frac{S_x^{1i} S_y^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_x^{2i} S_y^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} & \frac{(S_y^{1i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{(S_y^{2i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} + \frac{1}{(\sigma_y^i)^2} & \frac{S_y^{1i} S_z^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_y^{2i} S_z^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} \\ \frac{S_x^{1i} S_z^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_x^{2i} S_z^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} & \frac{S_y^{1i} S_z^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{S_y^{2i} S_z^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} & \frac{(S_z^{1i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} + \frac{(S_z^{2i})^2}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} + \frac{1}{(\sigma_z^i)^2} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\sigma_x^i)^2} V_x^i + \frac{S_x^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} V_{\text{LOS}}^{1i} + \frac{S_x^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} V_{\text{LOS}}^{2i} \\ \frac{1}{(\sigma_y^i)^2} V_y^i + \frac{S_y^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} V_{\text{LOS}}^{1i} + \frac{S_y^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} V_{\text{LOS}}^{2i} \\ \frac{1}{(\sigma_z^i)^2} V_z^i + \frac{S_z^{1i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{1i})^2} V_{\text{LOS}}^{1i} + \frac{S_z^{2i}}{(\sigma_{\text{ins}}^{2i})^2} V_{\text{LOS}}^{2i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} v_x^i \\ v_y^i \\ v_z^i \end{bmatrix}.$$

值得注意的是, 当只有升轨或降轨数据时(即 $I_1=0$ 或 $I_2=0$), 该能量函数模型也同样适用^[15]. 这种方法虽然简单, 但是在实际应用中, 可能会带来较大的误差. 文献[20]中对这种直接矩阵逆法进行了误差分析, 得到其相对误差限为

$$\frac{\|\Delta \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \frac{k_{\text{cond}}}{1 - k_{\text{cond}}} \left(\frac{\|\Delta \mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} + \frac{\|\Delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} \right), \quad (6)$$

其中, k_{cond} 为矩阵 \mathbf{A} 的条件数, $\|\Delta \mathbf{x}\|$ 为解 \mathbf{x} 的误差, $\|\Delta \mathbf{A}\|$ 为系数矩阵 \mathbf{A} 的误差, $\|\Delta \mathbf{b}\|$ 为常数项 \mathbf{b} 的误差. (6) 式表明, \mathbf{x} 的相对误差受到系数矩

阵相对误差、常数项相对误差和条件数的影响. 在系数矩阵误差很小的情况下, \mathbf{x} 的相对误差为 \mathbf{b} 和 \mathbf{A} 的相对误差的 k_{cond} 倍. 因此, 如果系数矩阵 \mathbf{A} 是病态矩阵, 其条件数 k_{cond} 很大, 那么即使 $\|\Delta \mathbf{b}\|$ 很小, 也有可能给解 \mathbf{x} 带来很大的影响. 而在解析法中, 系数矩阵完全有可能是病态的, 这一点在后面数据验证时会得证. 因此, 解析法存在潜在数值不稳定性问题, 在病态时将难以获得准确的解. 在这种情况下, 需要寻找一种不受系数矩阵病态性影响的最优化算法.

迭代法是一种常用的最优化算法, 其特点是通过循环计算来无限逼近问题的近似解, 不直接对系

数矩阵求逆,所以不受其病态性的影响^[20].因此,在本研究中,考虑引入迭代算法来解决病态系数矩阵带来的数值不稳定问题.首先对目标能量函数的特性进行进一步分析.分别给出(4)式相应的 Hesse 阵,以 \mathbf{I}_1 为例:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{I}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_1}{\partial v_x^i \partial v_x^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_x^i \partial v_y^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_x^i \partial v_z^i} \\ \frac{\partial I_1}{\partial v_y^i \partial v_x^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_y^i \partial v_y^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_y^i \partial v_z^i} \\ \frac{\partial I_1}{\partial v_z^i \partial v_x^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_z^i \partial v_y^i} & \frac{\partial I_1}{\partial v_z^i \partial v_z^i} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2(S_x^1)^2 & 2S_x^1 S_y^1 & 2S_x^1 S_z^1 \\ 2S_x^1 S_y^1 & 2(S_y^1)^2 & 2S_y^1 S_z^1 \\ 2S_x^1 S_z^1 & 2S_y^1 S_z^1 & 2(S_z^1)^2 \end{bmatrix}, \quad (7) \end{aligned}$$

可求得 $\nabla^2 \mathbf{I}_1$ 的特征值为

$$\text{eig}(\nabla^2 \mathbf{I}_1) = [0 \quad 0 \quad 2(S_x^1)^2 + 2(S_y^1)^2 + 2(S_z^1)^2]^T,$$

同理可得

$$\text{eig}(\nabla^2 \mathbf{I}_2) = [0 \quad 0 \quad 2(S_x^2)^2 + 2(S_y^2)^2 + 2(S_z^2)^2]^T,$$

可以看出 $\nabla^2 \mathbf{I}_1$ 和 $\nabla^2 \mathbf{I}_2$ 的特征值均 ≥ 0 , 因此它们在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处半正定.此外

$$\nabla^2 G_x = \nabla^2 G_y = \nabla^2 G_z = 2, \quad (8)$$

也为 $(-\infty, +\infty)$ 上的正定矩阵.因此, \mathbf{I}_1 、 \mathbf{I}_2 、 G_x 、 G_y 和 G_z 均为 $(-\infty, +\infty)$ 上的凸函数.由凸函数的性质可知,目标能量函数 $U(v_x, v_y, v_z)$ 也必为在 $(-\infty, +\infty)$ 上的凸函数,其局部最优解即为全局最优解^[21].因此,无需设计复杂的全局最优化迭代算法,较为简单的局部最优化迭代算法就可以达到形变速率 $[v_x \quad v_y \quad v_z]^T$ 的全局最优估值.

3 BFGS 方法

本研究中,如何设计一种简单有效且适用于前面建立的目标函数的局部最优化迭代算法是一个重点.经过理论研究和实验比较,最终选择了一种目前最流行的、计算性能较好的拟 Newton 法——BFGS 方法.拟 Newton 法的特点是既继承了 Newton 法收敛速度快的优点,又克服了 Newton 法计算量大、产生非下降方向的缺点.而由 Broyden、Fletcher、Goldfarb 和 Shanno 在 1970 年提出的 BFGS 方法则是公认最为有效的拟 Newton 法,其优势在于在处理实际问题时具有超线性收敛性,并且具有非常好的自校正能力^[18].

对于上述改进的综合 InSAR 和 GPS 监测地表

形变速率的能量函数模型反演优化问题,可以写成如下形式:

$$\min: f(x) = U(v_x, v_y, v_z), \quad (9)$$

式中 $x \in R^3$ 是三维地表形变速率; $f: R^3 \rightarrow R$ 为目标函数.

BFGS 方法开始于以下的迭代过程^[18]:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \mathbf{d}_k, \quad (10)$$

其中, k 是迭代次数; α_k 为步长因子,取为某个满足 Wolfe 条件的正常数; \mathbf{d}_k 为一个单位矢量,决定下一次搜索的方向,其可由目标函数 $f(x)$ 的梯度求得:

$$\mathbf{d}_k = -H_k \nabla f(x_k), \quad (11)$$

其中:

$$H_{k+1} = (\mathbf{I} - \rho_k \mathbf{p}_k \mathbf{q}_k^T) H_k (\mathbf{I} - \rho_k \mathbf{q}_k \mathbf{p}_k^T) + \rho_k \mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T,$$

$$\rho_k = 1/\mathbf{q}_k^T \mathbf{p}_k,$$

$$\mathbf{p}_k = x_{k+1} - x_k,$$

$$\mathbf{q}_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k),$$

其中, \mathbf{I} 为单位矩阵.当给定初始点 x_0 、误差控制限 ϵ 和 \mathbf{H}_0 后,利用上式进行迭代运算,当 $\|\nabla f(x_k)\| \leq \epsilon$ 时,迭代停止,输出当前的 x_k 即为最优的地表三维形变速率.

一般当 $f(x)$ 的 Hesse 阵的逆矩阵存在的情况下,取 $\mathbf{H}_0 = \nabla^2 f(x_0)^{-1}$.但是值得注意的是,在本研究中, $\nabla^2 f(x_0)^{-1}$ 的行列式值非常之小,因此可能会给结果带来不确定性,事实上,这就是造成解析法不稳定的原因^[14].幸运的是,由于 BFGS 方法良好的自校正能力, \mathbf{H}_0 可取为单位矩阵,事实证明这并不会影响最终的结果,并且可以避免数值解算的不稳定性^[22].

4 模拟数据验证

本研究在 100×100 的网格点上模拟了地表 10 年的三维形变场.为了尽量贴合真实的地表形变情况,设计地表在东西向和南北向发生了匀速形变,而垂直向则作随时间推移的周期性下沉和抬升.其地表三维形变速率场分别如图 1(a, b, c) 所示.其中, V_x 分量和 V_y 分量分别在东西向和南北向上从 $-6 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$ 匀速增加至 $6 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$; V_z 分量则分为下沉、抬升和稳定三个区域,总体跨度从 $-8 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$ 到 $8 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$.

通过模拟的地表三维形变和影像中心到卫星的投影单位矢量 $[\mathbf{S}_x^1 \quad \mathbf{S}_y^1 \quad \mathbf{S}_z^1] = [0.34 \quad -0.095 \quad 0.935]$ 和 $[\mathbf{S}_x^2 \quad \mathbf{S}_y^2 \quad \mathbf{S}_z^2] = [-0.34 \quad 0.095 \quad 0.935]$, 升降轨 InSAR 监测的地表形变可利用(1)式计算而得.为了符合 InSAR 的实际监测情况,标准差为 0.5 cm

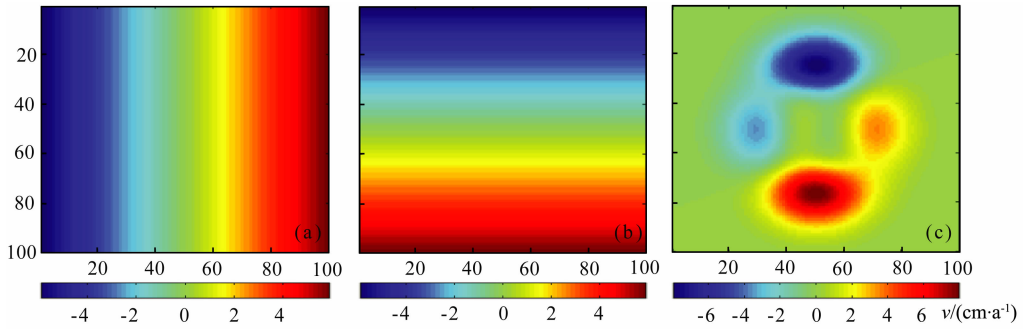


图 1 在 100×100 的网格点上的模拟的地表三维形变速率场

(a) 东西向;(b)南北向;(c)垂直向。

Fig. 1 The simulated three-dimensional displacements velocity fields on 100×100 grid

(a) East-West direction; (b) North-South direction; (c) Up-Down direction.

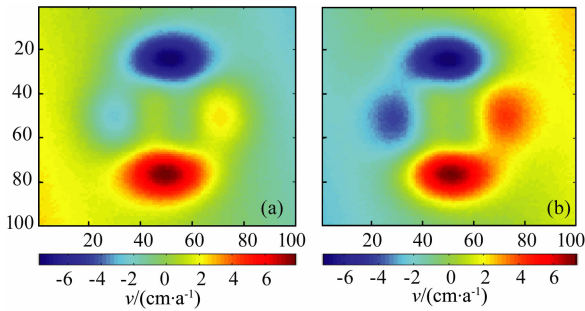


图 2 加噪后的 InSAR 监测的地表形变速率场

(a) 升轨;(b)降轨。

Fig. 2 The surface displacements velocity inferred by InSAR with Gauss noise

(a) Ascending; (b) Descending.

的高斯白噪声分别加入到升降轨 InSAR 监测的地表形变中,图 2(a)和(b)分别显示的是加噪后升降轨 InSAR 监测的 LOS 方向上的地表形变速率 $[V_{LOS}^1 \ V_{LOS}^2]$ 。

在 100×100 的模拟地表三维形变速率场的网格点上随机选取 100 个 GPS 点,提取出每个 GPS 点上三维形变速率。同样,标准差为 1 cm 和 2.5 cm 的高斯白噪声分别加到 GPS 点的水平和垂直形变上。利用普通克里金插值法^[19],该加噪后的稀疏 GPS 监测数据被内插至整个 100×100 的网格点上,以达到和 InSAR 相同的空间分辨率。图 3(a,b,c)显示的是 100 个 GPS 点内插所得的地表三维形变速率场 $[V_x \ V_y \ V_z]$ 。可以看出,GPS 点在图像上不均匀分布,在 GPS 点较为稀疏的地方,普通克里金方法的插值效果较差,如图像的右下角。此外,由于水平方向上的噪声较小,它们的插值结果也明显好于垂直方向。

通过前面得到的升降轨 InSAR 监测的地表形变速率 $[V_{LOS}^1 \ V_{LOS}^2]$ 和 GPS 内插的地表三维形变

量 $[V_x \ V_y \ V_z]$,就可以利用(4)式和 BFGS 方法估计最优的地表三维形变速率场。计算中,分别取 $x_0 = [0 \ 0 \ 0]$ 、 $[V_x \ V_y \ V_z]$ 和 $[50 \ -80 \ -100]$,最终得到的地表三维形变速率场完全一致,迭代次数则分别为 2 次、2 次和 3 次,从而进一步证明了 BFGS 方法求得的是全局最优解,且具有超线性收敛性。对应于 100 个 GPS 点的地表三维形变速率最终估值如图 3(d,e,f)所示。可以看出,垂直向的地表形变速率恢复的最好,几乎和模拟的地表形变速率达到了一致;东西向的地表形变速率次之,但也优于 GPS 的普通克里金插值结果;而南北向的地表形变速率则基本上和 GPS 的普通克里金插值结果一样。

在研究中发现,如果升降轨 InSAR 的相干性非常好,即其相应地表形变监测标准差 σ_{ins} 很小,而 GPS 观测或插值标准差 σ_{gps} 比较大时,解析法中的法方程系数矩阵就很可能是出现严重病态。例如,当 InSAR 的相干性达到 0.99,而 GPS 观测或插值标准偏差大于 10 cm 时, $\sigma_{ins}/\sigma_{gps} < 10^{-4}$ 时,这时解析法的单精度解存在很大的误差。图 3(g—i)显示了此时解析法的解算结果,可以看出,三个方向上的形变结果都出现了不同程度的偏差,这是因为此时解析法中的系数矩阵为病态矩阵,条件数接近 10^4 ,因此给结果带来了很大的误差。而本文所提出的新方法则可以很好的抵抗病态矩阵的不良影响,仍然可以得到稳定的高精度结果(如图 3(d—f))。

为了定量分析不同方法的结果,本文在表 1 中给出了它们的均方根误差(RMSE)。可以看出,相对于 GPS 插值法,直接分解法无法改善水平方向上的地表形变监测精度。而本文中所提出的新方法则可以提高东西向上平均 39%左右的形变监测精度;垂直向上的形变监测精度提高的最为明显,相比于 GPS 插值法和直接分解法则分别平均提高了大约

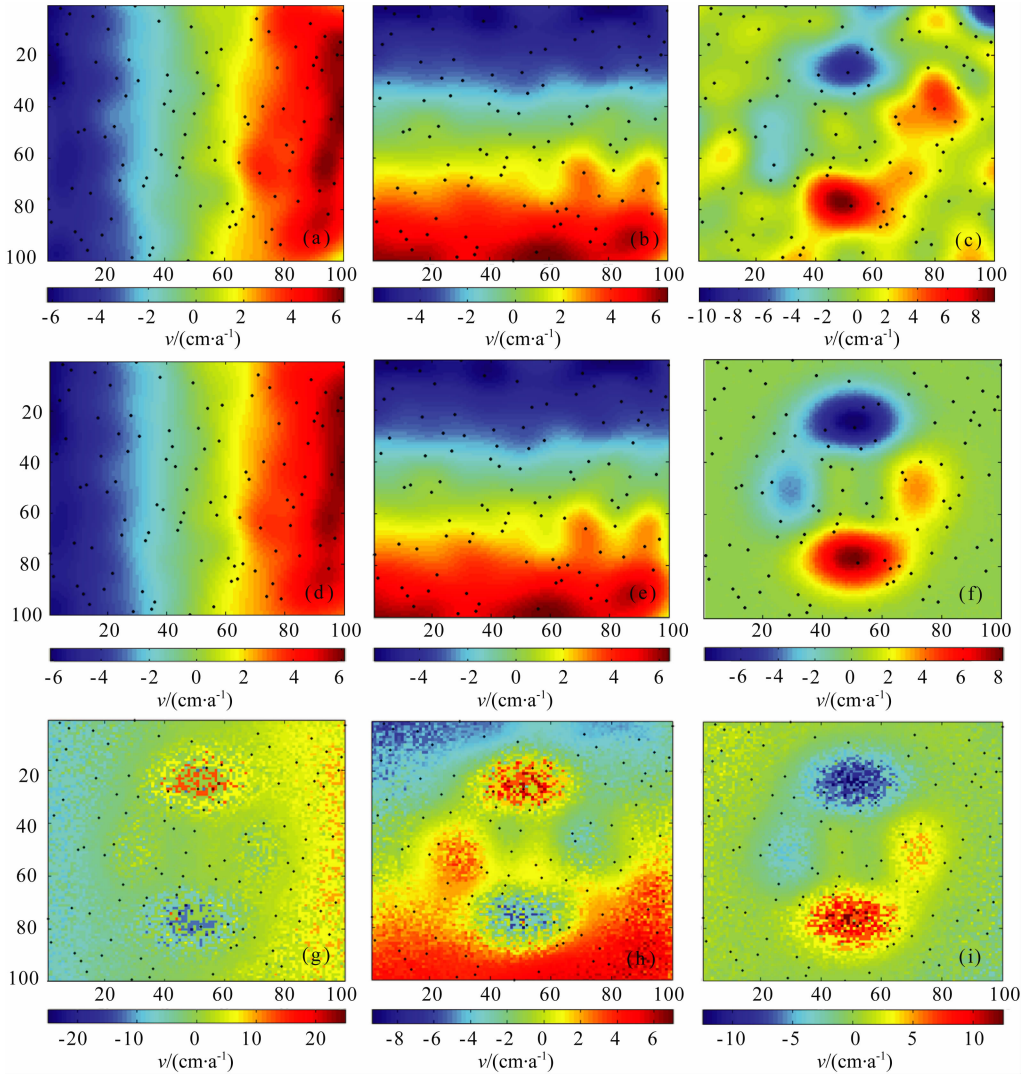


图3 (a)–(c) 普通克里金插值法得到的地表三维形变速率场;(d)–(f) BFGS法得到的地表三维形变速率场;(g)–(i) 在 $\sigma_{\text{ins}}/\sigma_{\text{gps}} < 10^{-4}$ 情况下解析法得到的地表三维形变速率场. 从左至右分别为东西向、南北向和垂直向结果. 黑色点代表随机选取的 100 个 GPS 观测站.

Fig. 3 The three-dimensional displacements velocity fields estimated by (a) – (c) ordinary kriging, (d) – (f) BFGS method and (g) – (i) analytical optimization method with $\sigma_{\text{ins}}/\sigma_{\text{gps}} < 10^{-4}$, respectively. The left row represent the East-West vectors, the middle row the North-South vectors and the right row the Up-Down vectors. The black dots are randomly picked locations of 100 GPS stations.

表 1 模拟实验中形变速率的 RMSE 比较(单位: $\text{cm} \cdot \text{a}^{-1}$)

Table 1 Comparison of the root mean square errors of the displacement velocities derived in the simulated experiments (Units: $\text{cm} \cdot \text{a}^{-1}$)

方法	RMSE		
	v_x	v_y	v_z
GPS 插值法	0.44	0.38	1.22
直接分解法	0.44	0.38	0.21
解析法	2.77	2.08	0.96
新方法	0.12	0.43	0.05

96%和 75%,这主要是因为升降轨 InSAR 对于垂直向的形变最为敏感(投影单位矢量为 0.935);而在南北向上,新方法难以改善其形变监测精度,这则是由于升降轨 InSAR 对于南北向上的形变最不敏感造成的(投影单位矢量为 ± 0.095)^[23].而在本次模拟实验中,南北向的精度还略微有点降低,这可能是由于引入了 InSAR 监测噪声的原因,在实际应用中,该误差是可以忽略的.而解析法的精度则明显不令人满意,在三个方向上都出现了较大的偏差,其结果是不可靠的.

5 真实数据验证

在真实数据处理中,由于地面情况非常复杂,解析法存在的潜在数值不稳定性(病态)问题可能出现.例如遇到 GPS 站点少或分布不均的情况,GPS 插值标准差就会急剧增大,使得解析法不一定可以得到合适的解,而 BFGS 法则可以避免这种情况的发生,保证了最终的解就是高精度、稳定的全局最优解.为了进一步说明,选取了 ENVISAT 卫星在美国南加州地区获取的二景降轨 ASAR 影像(见表 2)和当地 52 个 GPS 连续观测站提供的地表形变监测资料作为研究对象.美国南加州是一个地质活动频繁、地表形变复杂的地区,其地表不仅受到震间应力累积的影响而做水平运动,还由于地下水抽取和灌溉引起季节性的垂直运动^[24].

表 2 本文所用到的降轨干涉影像对

Table 2 The descending interferometric pair used in this study

主影像	辅影像	轨道号	帧号	垂直基线	时间间隔
2003-09-27	2007-10-06	2170	2925	96~113 m	1470 d

首先对二景 SAR 影像进行二轨差分 InSAR 处理.其中地形相位的影响利用美国本土 30 m×30 m 分辨率的 SRTM 数据进行剔除;为了消除噪音对干涉图的影响,首先采用了距离向 2 视、方位向 10 视

的多视处理,随后利用改进的 Goldstein 方法进行滤波^[25];为了避免相位缠绕,采用最小费用流法进行解缠处理;大气的影响则可利用 MERIS 水汽数据减弱^[26].最后对干涉图进行相位到形变的转换,并地理编码至 WGS 84 坐标系下.如图 4a 所示,整个南加州地表都在向远离卫星的方向运动,其中最严重的区域超过了 4 cm·a⁻¹.图 4b 显示的则是该地区的相干图,很明显,除了山区出现了失相关,大部分地区的相干性都非常好,这得益于两景 SAR 影像之间较短的空间基线和南加州干燥的气候.通过该相干图和视数,可以得到该形变图的标准偏差^[15].

本文研究所用到的 52 个 GPS 台站的监测资料由美国南加州综合 GPS 网(SCIGN)提供. SCIGN 网是世界上 GPS 台站密度最高的网之一,但是在其它的大部分地区,GPS 站点的数量都较少且位置分布不均.因此为了使得 InSAR 和 GPS 融合监测地表三维形变的方法具有适用性,在本次实验中,只利用其中 47 个 GPS 台站(位置见图 5 中黑色小三角形所示)进行普通克里金插值,而将另外 5 个 GPS 台站(位置见图 4 和图 5 中黑色小正方形所示)留作最后的检核.从图中可以看出,这 5 个检验点均位于右下区域,且该区域没有插值点,从而能够检验优化方法在 GPS 站点分布不均匀的情况下的性能.插值后的东西向、南北向和垂直向形变场分别如图 5 (a,b,c)所示.其标准偏差可通过 GPS 测量标准差和插值标准差计算得到^[15].

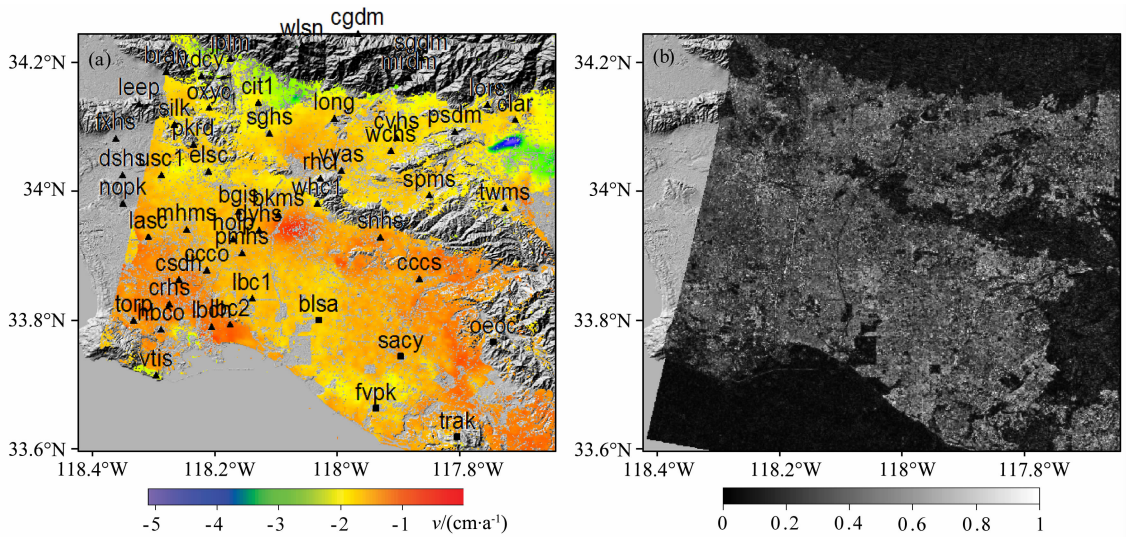


图 4 (a) 南加州地区 ASAR 降轨视线方向上的地表形变速率图;(b) 南加州地区的相干图

其中底图显示的是 SRTM 数据提供的当地地形,图中三角形和正方形代表此次研究中所用的 52 个 GPS 站的位置.

Fig. 4 (a) The interferometric displacements velocity map and (b) coherence map of Southern California

The shaded relief map of Southern California from SRTM is used as base map. The triangles and squares represent the locations of 52 GPS sites used in this study.

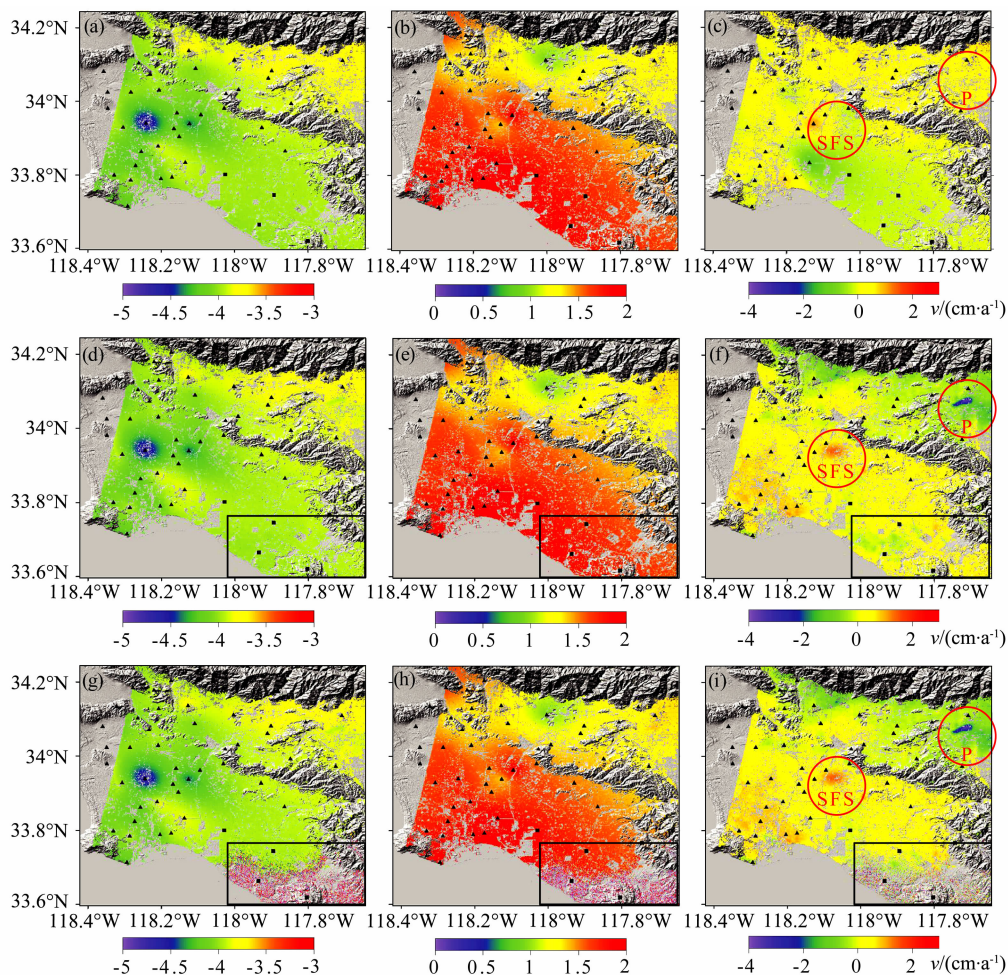


图5 (a,b,c) 南加州地区 GPS 插值得到的地表三维形变速率场;(d,e,f) BFGS 法所得的地表三维形变速率场;(g,h,i) 解析法所得的地表三维形变场
 从左至右分别为东西向、南北向和垂直向结果. 黑色小三角形代表插值用的 47 个 GPS 观测站, 黑色小正方形代表验证用的 5 个 GPS 观测站. P 和 SFS 分别代表 Pomona 和 Santa Fe Springs 地区.

Fig. 5 The three-dimensional displacements velocity fields of Southern California respectively by (a,b,c) ordinary kriging, (d,e,f) BFGS and (g,h,i) Analytical method

The left row represent the East-West vectors, the middle row the North-South vectors and the right row the Up-Down vectors. The 47 GPS stations with small black triangles are used for interpolation, while the 5 station with small black squares are used for validation. P and SFS represent the Pomona and the Santa Fe Springs areas, respectively.

随后,分别采用 BFGS 法和解析法对 InSAR 和 GPS 形变结果进行最优融合,得到优化后的地表三维形变速率场.在计算中,为了能够得到更为精确的地表三维形变结果,利用了 InSAR 形变结果中每个像素的雷达方位角和入射角信息来获取该像素的雷达视线方向的单位投影矢量.图 5(d,e,f)给出的是 BFGS 法的结果.从图中可以看出,与 GPS 插值法相比,BFGS 法虽然对水平向上的插值结果改进不大,但在垂直向上则有明显的改善,许多在插值结果中捕捉不到的小区域形变被展示出来.如图 5f 中的红色圆圈所示,在 Pomona 地区,大约 3 cm 的地面沉降被 BFGS 法探测出来;而在 Santa Fe Springs

地区,则发现了 1 cm 左右地表抬升.这些结果与已有的研究很吻合^[27],前者是由于地下水抽取造成的,而后者则是受到油气回灌的作用.然而,GPS 插值法却无法反映出来(图 5c).这主要是由于 ENVISAT 卫星入射角较小(约 23°),使得 InSAR 监测对垂直形变更加敏感.此外,缺乏升轨数据也可能是水平结果改进不大的原因之一.图 5(g,h,i)显示的则是解析法的结果,可以看出三个方向的形变图在右下角位置都出现了明显的不连续的异常形变(如蓝色矩形框所示),与已有的研究完全不符^[26-27],因此是错误的.这是由于在这个区域 GPS 插值标准差过大引起的系数矩阵病态问题,从而导致该区域

形变结果不稳定.然而,BFGS 法的结果则非常稳定(图 5(d,e,f)).

由于无法获取其它手段得到的地表形变场来验证最终的结果,因此本文采用 BLSA 等 5 个站点上的 GPS 测量结果与 InSAR/GPS 融合结果进行比较.如表 3 所示,解析法在东西、南北和垂直向上的形变都与 GPS 测量结果出现了很大程度的偏差,其结果是不可靠的,这与模拟数据得出的结论是一致的;而新方法在三个方向上的结果都与 GPS 测量值非常吻合,且比 GPS 插值法和直接分解法的精度都有了一定的提高.但是,由于被用来验证的 5 个 GPS 点本身的形变量比较小(不在形变明显的区域),而且 GPS 观测值本身也存在一定误差,特别是垂直向的结果精度较差,一般为水平向结果精度的 2~3 倍,因此相比其它方法,新方法的改善程度没有模拟实验中那么显著.

表 3 南加州地区实验中不同方法得到的形变速率的 RMSE 比较(单位:cm·a⁻¹)

Table 3 Comparison of the root mean square errors of the displacements velocities derived from different methods in the Southern California experiments (Units: cm·a⁻¹)

方法	RMSE		
	v_x	v_y	v_z
GPS 插值法	0.15	0.11	0.46
直接分解法	0.15	0.11	0.43
解析法	0.24	20.97	2.04
新方法	0.11	0.10	0.42

6 结 论

为了提高地表三维形变监测的时空分辨率和精度,国内外许多学者将 InSAR 技术和 GPS 技术进行融合,以求优势互补.本文在已有研究的基础上,对综合 InSAR 和 GPS 监测地表形变速率的能量函数模型进行深入分析和研究,针对目前常用的解析法存在的潜在数值不稳定性(病态)问题,指出迭代法更适合用于模型的反演;并从数学上证明了一种局部最优化算法就能够得到该能量函数模型全局最优解,因此无需引入复杂的全局最优化算法.随后,本文引入 BFGS 局部最优算法对该目标函数模型进行优化反演.

相比于复杂的全局最优化算法,BFGS 方法计算简单且具有超线性收敛性,仅需要几次迭代就可

以达到全局最优解;另一方面,BFGS 方法良好的自校正能力使其在计算中可利用单位矩阵替代 Hesse 矩阵的逆矩阵,从而避免了解析法在计算过程中由于矩阵近似奇异而带来的数值不稳定现象.模拟和真实试验结果表明,在 GPS 站点较少或分布不均造成 GPS 插值标准差过大的情况,解析法往往会带来不稳定性,从而大大降低了解的精度;而 BFGS 方法则不受 GPS 数量和分布的影响,能够得到最优的地表三维形变估值,且精度优于插值法和直接分解法.

致 谢 本次研究所用的 ENVISAT ASAR 数据为欧洲空间局(ESA)提供(AO-4458, 4914);GPS 数据由美国南加州综合 GPS 网(SCIGN)所提供(<http://www.scign.org/>),在此一并表示感谢.

参考文献(References)

- [1] Massonnet D, Feigl K J. Radar interferometry and its application to Changes in the Earth's surface. *Reviews of Geophysics*, 1998, 36(4): 441-500.
- [2] Li Z W, Ding X L, Huang C, et al. Atmospheric effects on repeat-pass InSAR measurements over Shanghai region. *Journal of Atmospheric Solar-Terrestrial Physics*, 2007, 69(12): 1344-1356.
- [3] Zebker H A, Villasenor J. Decorrelation in interferometric radar echoes. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1992, 30(5): 950-959.
- [4] Ding X L, Liu G X, Li Z W, et al. Ground Subsidence Monitoring in Hong Kong with Satellite SAR Interferometry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2004, 70(10): 1151-1156.
- [5] Lu Z, Masterlark T, Dzusisin D, et al. Magma supply dynamics at westdahl volcano, alaska, modeled from satellite radar interferometry. *Journal of Geophysical Research*, 2003, 108(B7): 2354, doi: 10.1029/2002JB002311.
- [6] 王超,张红,刘智等.基于 D-InSAR 的 1993—1995 年苏州市地面沉降监测. *地球物理学报*, 2002, 45(增刊 D): 244-253.
Wang C, Zhang H, Liu Z, et al. Subsidence of Suzhou city (China) from 1993 to 1995 detected by ERS differential SAR interferometry. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2002, 45 (Suppl. D): 244-253.
- [7] Hu J, Li Z W, Ding X L, et al. Two-dimensional Co-Seismic surface displacements field of the Chi-Chi earthquake inferred from SAR image matching. *Sensors*, 2008, 8(10): 6484-6495.
- [8] Zhu J J, Santerre R, Chang X W. A bayesian method for linear, inequality-constrained adjustment and its application to GPS positioning. *Journal of Geodesy*, 2005, 78(9): 528-534.
- [9] Sudhaus H, Jónsson S. Improved source modelling through

- combined use of InSAR and GPS under consideration of correlated data errors: application to the June 2000 Kleifarvatn earthquake, Iceland. *Geophysical Journal International*, 2009, 176(2): 389-404.
- [10] 万永革, 沈正康, 王敏等. 根据 GPS 和 InSAR 数据反演 2001 年昆仑山口西地震同震破裂分布. *地球物理学报*, 2008, 51(4): 1074-1084.
Wan Y G, Shen Z K, Wang M, et al. Coseismic slip distribution of the 2001 Kunlun mountain pass west earthquake constrained using GPS and InSAR data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, 51(4): 1074-1084.
- [11] 张勤, 赵超英, 丁晓利等. 利用 GPS 与 InSAR 研究西安现今地面沉降与地裂缝时空演化特征. *地球物理学报*, 2009, 52(5): 1214-1222.
Zhang Q, Zhao C Y, Ding X L, et al. Research on recent characteristics of spatio-temporal evolution and mechanism of Xi'an land subsidence and ground fissure by using GPS and InSAR techniques. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(5): 1214-1222.
- [12] 陈国浒, 单新建, Wool M 等. 基于 InSAR、GPS 形变场的长白山地区火山岩浆囊参数模拟研究. *地球物理学报*, 2008, 51(4): 1085-1092.
Chen G H, Shan X J, Wool M, et al. A modeling of the magma chamber beneath the Changbai Mountains volcanic area constrained by InSAR and GPS derived deformation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese); 2008, 51(4): 1085-1092.
- [13] Gudmundsson S, Sigmundsson F, Carstensen J M. Three-Dimensional surface motion maps estimated from combined interferometric synthetic aperture radar and GPS data. *Journal of Geophysical Research*, 2002, 107(B10): 2250, doi:10.1029/2001JB000283.
- [14] Samsonov S V, Tiampo K F. Analytical optimization of a DInSAR and GPS dataset for derivation of three-dimensional surface motion. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(1): 107-111.
- [15] Samsonov S V, Tiampo K F, Rundle J B, et al. Application of DInSAR-GPS optimization for derivation of fine-scale surface motion maps of southern California. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 2007, 45(2): 512-521.
- [16] Samsonov S V, Tiampo K F, Rundle J B. Application of DInSAR-GPS optimization for derivation of three-dimensional surface motion of the southern California region along the san andreas fault. *Computers & Geosciences*, 2008, 34(5): 503-514.
- [17] 罗海滨, 何秀凤, 刘焱雄. 利用 DInSAR 和 GPS 综合方法估计地表 3 维形变速率. *测绘学报*, 2008, 37(2): 960-963.
Luo H B, He X F, Liu Y X. Estimation of three-dimensional surface motion velocities using integration of DInSAR and GPS. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2008, 37(2): 960-963.
- [18] 董云达. 数值优化引论. 郑州: 黄河水利出版社, 2007.
Dong Y D. Introduction to the Numerical Optimization (in Chinese). Zhengzhou: Yellow River Conservancy Press, 2007.
- [19] 张仁铎. 空间变异理论及应用. 北京: 科学出版社, 2005.
Zhang R Z. Spatial Variability Theory and its Application (in Chinese). Beijing: Science Press, 2005.
- [20] 韩旭里, 万中. 数值分析与实验. 北京: 科学出版社, 2006.
Han X L, Wan Z. Numerical Analysis and Experiments (in Chinese). Beijing: Science Press, 2006.
- [21] 何坚勇. 最优化方法. 北京: 清华大学出版社, 2007.
He J Y. Optimization Method (in Chinese). Beijing: Tsinghua University Press, 2007.
- [22] Xu P L. A hybrid global optimization method: the multi-dimensional case. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2003, 155(2): 423-446.
- [23] 查显杰, 傅容珊, 戴志阳. DInSAR 技术对不同方位形变的敏感性研究. *测绘学报*, 2006, 35(2): 133-137.
Zha X J, Fu R S, Dai Z Y. The sensitivity of DInSAR to surface deformation in different direction. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2006, 35(2): 133-137.
- [24] Bawden G W, Thatcher W, Stein R S, et al. Tectonic contraction across los angeles after removal of groundwater pumping effects. *Nature*, 2001, 412(6849): 812-815.
- [25] 孙倩, 朱建军, 李志伟等. 基于信噪比的 InSAR 干涉图自适应滤波. *测绘学报*, 2009, 38(5): 437-442.
Sun Q, Zhu J J, Li Z W, et al. A new adaptive INSAR interferogram filter based on SNR. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2009, 38(5): 437-442.
- [26] 许文斌, 李志伟, 丁晓利等. 利用 MERIS 水汽数据改正 ASAR 干涉图中的大气影响. *地球物理学报*, 2010, 53(5): 1073-1084.
Xu W B, Li Z W, Ding X L, et al. Correcting atmospheric effects in ASAR Interferogram with MERIS integrated water vapor data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2010, 53(5): 1073-1084.
- [27] Lanari R, Lundgren P, Manzo M, et al. Satellite radar interferometry time series analysis of surface deformation for the metropolitan los angeles and San Francisco, California, areas. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31 (L23613), doi:10.1029/2004gl021294.