

在导电界面反射电磁波的横向偏移研究进展

刘福平 王安玲 陈强 李瑞忠 陈辉国 杨长春

(北京印刷学院, 北京 102600; 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029. E-mail: fupingliu@bigc.edu.cn; fupingliu60@sina.com.cn)

摘要 综述了在导电界面反射电磁波的横向偏移研究现状. 对在导电界面反射电磁波的横向偏移时间和横向偏移规律进行了分析, 并介绍了横向偏移随入射角变化曲线的分布特点. 对电磁波测井还介绍了电磁波横向偏移效应的校正方法及电磁波横向偏移所产生误差的量级分析, 电磁波波长越长, 对测量结果的影响就越大. 针对考虑非均匀电磁波横向偏移效应的测量问题, 指出了在实际应用中尚需解决的实际问题, 并展望今后的研究发展趋势和应用前景.

关键词 非均匀电磁波 横向偏移 电磁波测井 相移 类全反射

电磁波由介质 1 斜入射到介质 2 时(如图 1, ε, μ 和 σ 分别为介质的介电常数、磁导率和电导率, 下标数字为介质编号), 在两导电界面的反射波并不是一遇到界面就立即返回第一种介质, 而是透射到第二种介质一定深度后被逐渐反射. 电磁波波束中心在第二种介质的入射点(B点)和出射点(C点)之间存在一定的位移 x_s (称为横向偏移), 传播距离 x_s 需要的时间为 t_s (称为横向偏移时间), 在波的表示形式上表现为产生反射附加相角 [1-5].

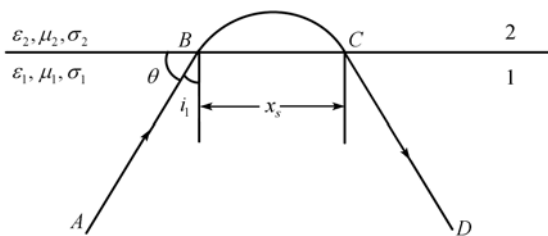


图 1 反射波横向偏移

光的横向偏移问题在理论上早就被提出来了 [1-8], 但直到 20 世纪 40 年代末, Goos和Hänchen才从实验上测量到了全反射光波束中心在横向上的偏移(后被称为Goos-Hänchen 效应 [9-15]), 证实了光的横向偏移的存在, 此后曾一度成为光学研究的热点. Lotsch [1-4] 在 1970 年对全反射波束的Goos-Hänchen 效应进行了全面的综述, 对前人的工作进行了总结和讨论. 这一概念并被迅速引入到光学以外的其他物理学分支, 如声学、等离子体物理、量子力学等 [1-4], 认为斜入射

波的横向偏移现象是波(包括声波、光波、电磁波等)所具有的共同特性之一, 并指出了电磁波横向偏移的存在 [1-4]. 目前已扩展到研究反射粒子束的横向偏移问题 [16](粒子具有波粒二象性, 因此粒子束的反射(粒子束中心)也存在横向偏移现象 [16]).

电磁测量方法已成为勘探、测井的重要方法之一 [17,18], 为提高这种测量方法的分辨率, 人们在努力提高电磁波的测量频率. 随着测量技术的进步, 尽管在地学参数测量中所使用电磁波的频率在逐渐提高(最高频率可达GHz的数量级 [18]), 但目前仍属低频波的范围, 波长较长. 由于电磁波横向偏移大小在大多数入射角范围内与波长为同一个数量级 [19-24](在某些特殊入射角还存在远大于波长的现象), 就是说电磁波波长越长, 横向偏移就越大, 因此电磁波横向偏移对测量结果将会产生较大影响 [19-24]. 但由于横向偏移理论研究的滞后, 在地学参数测量中现有的电磁波测量方法均未考虑波的横向偏移效应 [17,18]. 最近几年我们开展了电磁波在导电介质中传播的横向偏移理论研究, 给出了非均匀电磁波在导电界面的类全反射横向偏移解析表示, 并用电场在入射面内的偏振波研究了横向偏移对测井结果所产生的测量误差 [19-24]. 本文综述了在导电界面反射电磁波的横向偏移研究现状, 结合我们最近几年的研究, 考虑非均匀电磁波在导电媒质界面反射的横向偏移效应后, 分析了在电磁波测量应用中仍未解决的实际问题, 并力图展望今后的研究发展趋势和应用前景.

1 电磁波相位传播方向与振幅衰减方向的关系

电磁波在导电介质中传播时,波矢量变为复波矢向量 [17,18],其实部被称为相移常数向量 α (方向为电磁波的传播方向),虚部表示振幅衰减向量 β [17] (方向为电磁波的振幅衰减方向).由于介质的导电性使电磁波的振幅在传播过程中产生了衰减,在大多数情况下振幅衰减常数与相移常数的方向是不一致的 [17,19].

文献 [17]给出了电磁波在导电界面反射与折射时考虑这两个方向不一致的图示,并给出了相移常数和衰减常数的等效施耐尔公式(文献 [19]与之不同,直接利用复波矢给出了施耐尔公式,在波的传播路径图示方法上也有所不同).为表示这种方向的不一致性,文献 [19]采用了图 2 的表示方法 [20,25](图 2(a)表示空间传播的电磁波在F, G和H点相移常数向量 α 和振幅衰减向量 β 的方向关系 [20,25];图 2(b)表示非均匀平面波在导电界面入射点处入射波、反射波及折射波 α 和 β 的方向关系 [17],相移常数向量与界面法线夹角为 ψ_1 ,振幅衰减向量 β_1 与界面法线夹角为 ϕ_1),在界面满足下面关系 [17,19]:

$$\alpha_1 \sin \psi_1 = \alpha_2 \sin \psi_2, \quad \beta_1 \sin \phi_1 = \beta_2 \sin \phi_2, \quad (1)$$

其中 ψ_1 与 ϕ_1 满足 $\frac{\sin \psi_1}{\sin \phi_1} = B$ [20,25],这样可将入射角变量统一用一个角 ψ_1 或 ϕ_1 表示.另一方面(1)式还表示了导电界面折射波存在均匀波(波衰减方向和相位传播方向一致 [17])与非均匀波(波衰减方向和相位传播方向不一致 [17])的转换问题 [19-23].若电磁波由理想介质折射进入如图 3(5层)所示的导电介质中($\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 为地层界面),在界面 Γ_1 ,由(1)式可知当电磁波由理想介质折射进入导电介质时折射波衰减方向只在界

面的法线方向,在 Γ_2 和 Γ_3 界面折射波衰减方向也在界面法线的方向上(沿 z 轴方向).若其中有一层界面与其他界面不是平行的,如图 3 的第四层界面 Γ_4 ,入射电磁波衰减常数与界面 Γ_4 法线的夹角不再为零,则在折射波中衰减常数的方向发生了改变,这样就可获得图 2(b)所示的非均匀波(这也是获得非均匀电磁波的一种方法).

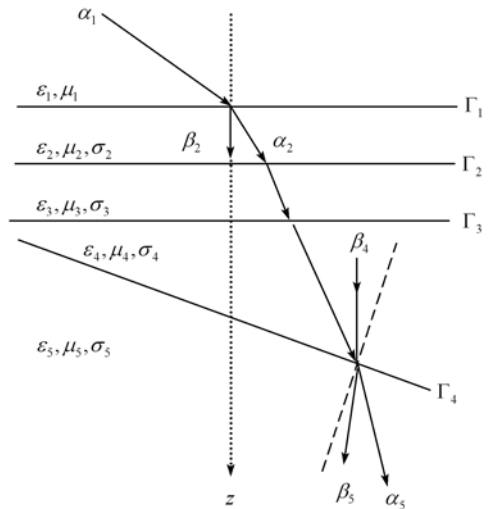


图 3 多层导电介质中相移常数与衰减常数的方向关系

2 在导电界面反射电磁波的横向偏移

按照波动理论,横向偏移的存在是反射波产生反射附加相角的原因 [1-6],是波衍射效应 [1-5]的体现,因此利用反射电磁波反射相角和反射波相移常数可以导出反射波在反射界面的横向偏移,即

$$x_s = -\frac{\partial \delta_s}{\partial \alpha_{1x}}, \quad (2)$$

其中 δ_s 为反射电磁波反射附加相角, α_{1x} 为反射波相移常数向量在 x 方向的分量.(2)式是一个普遍关系,既可用于电磁波横向偏移的研究,也可用于全反射光的横向偏移的研究,但是由于导电介质与可见光的传播媒质有非常大的差异,电磁波横向偏移不仅与电磁波相位传播方向、偏振方向有关,还与振幅衰减的方向有重要关系 [19-25],因此电磁波在导电界面反射波的横向偏移与光在全反射界面的横向偏移存在非常大的差别,光的横向偏移规律无法用于解决在导电界面反射电磁波的横向偏移问题.

文献 [19]导出了一般非均匀电磁波在导电介质界面的横向偏移,并进行了横向偏移的相关计算 [19],绘制了横向偏移随入射角的变化曲线,由曲线总结

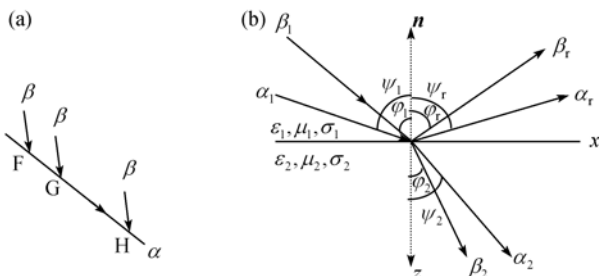


图 2 电磁波在导电界面的反射与折射

(a) 相移常数向量与振幅衰减向量方向关系;(b) 非均匀平面电磁波在导电界面的反射与折射

了横向偏移随入射角的变化规律,发现在导电媒质界面反射电磁波的横向偏移随入射角的增大而增大,当入射角接近 90° 时,电磁波在界面要传播较长时间后才返回第一种媒质.同一入射角电场偏振化方向在入射面内的电磁波(S-偏振电磁波),要比电场偏振化方向垂直于入射面的电磁波(P-偏振电磁波)的横向偏移大,随着电磁波频率的增加横向偏移变小.

对于非均匀电磁波在导电界面反射时,其折射波相移常数和衰减常数与界面法线的夹角变为复角,类似光的全反射,但电磁波在导电界面的全反射受两个角度 ψ_1 与 ϕ_1 的影响,这与全反射光又不同,为区别引入了类全反射的概念.文献 [20] 和 [21] 分别研究了非均匀S-偏振电磁波和非均匀P-偏振电磁波在导电媒质界面的类全反射横向偏移的传播规律.这两篇文献中均绘出了类全反射横向偏移随入射角的变化曲线,尽管非均匀P-偏振电磁波在导电媒质界面的类全反射横向偏移比S-偏振电磁波在导电媒质界面类全反射横向偏移公式的表达形式复杂 [20,21],但曲线表明S-和P-偏振电磁波的类全反射横向偏移的基本特点类似.

图 4 为S-偏振电磁波的类全反射横向偏移曲线 [20],其中 ψ_{1c_1} 和 ψ_{1c_2} 为相移常数临界角和衰减常数临界角,电磁波频率 $f = 20 \text{ MHz}$ (当 $B > 1$ 时,取 $\sigma_1 = 1.0 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\sigma_2 = 0.08 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$,当 $B < 1$ 时,取 $\sigma_1 = 1.0 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\sigma_2 = 0.3 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).曲线存在 3 个间断点,以这 3 个角度入射的电磁波,横向偏移为无限大(即电磁波沿界面传播);当入射角接近这 3 个角度时,横向偏移变得非常大;反射电磁波在导电界面传播

的类全反射横向偏移随入射角的变化呈两个上凹形曲线,这些规律是全反射光横向偏移所没有的 [19,21].图 4 的曲线图反映了电磁波横向偏移与电磁波相位传播方向、偏振方向及振幅衰减方向的关系,这个规律在应用中应当予以考虑和重视.

既然反射电磁波存在横向偏移问题,那么斜入电磁波由进入第二种介质到返回第一种介质就需要一定的传播时间 [5],这一传播时间被称之为电磁波在反射导电界面反射的渡越时间.文献 [22] 研究了电场偏振方向垂直于入射面的非均匀电磁波在导电媒质界面的类全反射横向偏移时间,从另一个角度对在导电界面反射电磁波的横向偏移现象进行了考察和研究,并对电磁波渡越时间进行了相关计算 [22],绘出了渡越时间随入射角的变化曲线,其曲线特点与横向偏移曲线也存在类似之处,如入射角在相移常数临界角、衰减常数临界角和 90° 处,曲线存在 3 个间断点.当入射角等于这 3 个角时,电磁波将沿界面传播;当入射角在这 3 个角附近时,渡越时间变得非常大.

3 电磁波横向偏移在测井分析中的应用

3.1 电磁波测井模型

目前电磁波测井利用的是电磁波在井壁传播的滑行波(以临界角入射的全反射波),通过测量滑行波时差实现电学参数的测量.在测井中假定了反射波和直达波的衰减远大于滑行波的衰减 [18],但这在实际测井中并不一定能满足这一条件,需要考虑一般反射波(入射角不一定仅是临界角)的影响(或考虑利用一般反射波的测量方法),因此研究横向偏移效应

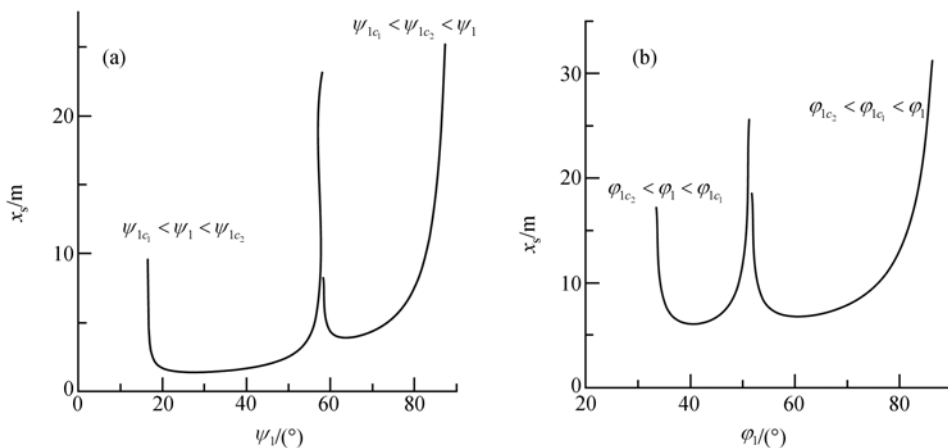


图 4 横向偏移曲线

(a) $B > 1$ 时的横向偏移曲线; (b) $B < 1$ 时的横向偏移曲线

对电磁波测井测量结果影响的一般规律更有实际意义. 文献 [21] 针对如图 5 的电磁波测井模型, 考虑反射电磁波横向偏移效应后, 分析和讨论了横向偏移效应对电磁波测量所产生的误差. 图 5 中 T 为发射天线, R 为接收天线, T 与 R 的距离为 L , 称为电极距, 则电磁波由 T 发射经界面 F 点反射后被 R 接收的时距曲线方程为 $t_1 = \frac{\alpha_1}{\omega} \sqrt{4h^2 + L^2}$, ω 为波的角频率 [19-25]. 考虑横向偏移效应后, 由发射天线发射的电磁波, 沿 T-C-D-R 传播到接收天线 R 的时距曲线方程为 $t_2 = \frac{2h\alpha_1}{\omega \cos i_1} + \frac{\alpha_2 x_p}{\omega}$, 其中 i_1 为入射角, 表达式 t_2 为考虑横向偏移效应后的结果, 比表达式 t_1 更符合电磁波传输的实际, 应具有更高的准确度.

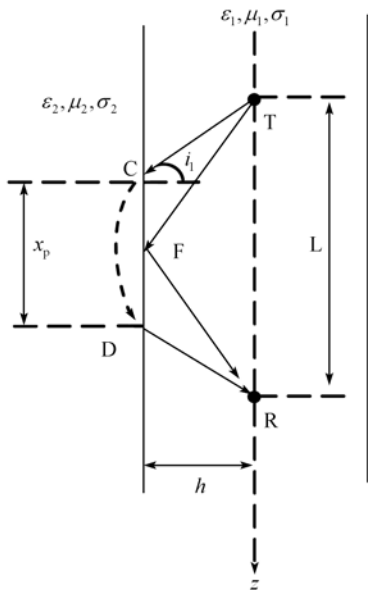


图 5 电磁波传播路径

将 t_2 与 t_1 相减, 则有

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2h\alpha_1}{\omega \cos i_1} + \frac{\alpha_2 x_p}{\omega} - \frac{\alpha_1}{\omega} \sqrt{4h^2 + L^2}, \quad (3)$$

(3) 式为考虑和不考虑横向偏移效应对电磁波测量所产生的时间差, 可用于电磁波测量的横向偏移效应误差分析. 在利用该式计算时应考虑下面的约束条件:

$$L = 2h \tan i_1 + x_p. \quad (4)$$

由发射天线发射的电磁波只有满足约束条件的反射波, 才能被接收天线接收到(反射波波束能量的

中心过接收点 R), 这样入射角 i_1 并不是任意的, 只能取某些特殊的角度. 由于 x_p 表达式复杂, 约束条件方程是关于入射角 i_1 的非线性方程, 无解析解, 只能通过数值方法或图像解法求解.

3.2 横向偏移效应对电磁波测井测量结果的影响分析

在电磁波测井中是通过测量反射波时差实现电学参数测量的, 在现有测量理论中并未考虑反射波的横向偏移效应, 文献 [21] 通过具体算例考察了考虑和不考虑横向偏移效应对测井测量结果所产生的误差. 计算参数: 电磁波频率 $f = 1.1 \text{ GHz}$, 电极距并壁 $h = 0.3 \text{ m}$, 图 6(a) 取 $\sigma_1 = 1.0 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\sigma_2 = 0.5 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $B = 1.27$; 图 6(b) 取 $\sigma_1 = 1.0 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\sigma_2 = 0.3 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $B = 0.7$. 图 6 为图解计算方法示意图 [21], 只有以曲线交点横坐标为入射角的入射波才能被接收电极接收到. 图 6 中曲线 1~3 为反射波横向偏移曲线, 入射角小于类全反射临界角的情况对应曲线 1, 而曲线 2 和 3 则对应入射角大于类全反射临界角的情况, 曲线 4 为约束条件曲线. 从图 6 可以发现, 波的横向偏移曲线与约束条件曲线至少有一个交点, 这是由于电极距 L 过小造成的, 此时反射波并没有发生类全反射; 因约束条件曲线 4 为单调递减曲线, 随着电极距 L 的增大可以出现 3 个交点, 增加的两个交点则发生在入射角在相移常数临界角和振幅衰减常数临界角之间; 再继续增大电极距 L , 曲线可以出现 5 个交点, 但最多只有 5 个交点. 在其他条件相同时, 常数 B 的大小对曲线也有较大的影响; 在图 6 的作图条件下, 前 4 个交点是分布在相移常数临界角和振幅衰减常数临界角附近的, 但交点 g 的位置变化较大. 横向偏移效应对测井测量结果所产生的误差见表 1, 这个时间差 $\Delta t(\text{ns})$ 反映了考虑和不考虑横向偏移效应对电磁波测量结果所产生的影响, 其大小与波的周期为同一个数量级(对算例而言), 因此横向偏移效应对测井测量结果会造成一定的测量误差. 从表 1 可以看出 Δt 在大多数情况下为负 [21], 而只有图 6 的 g 点所对应的时差 Δt 为正, 在这里负号表示波沿 TFR 传播的时间比沿 TCDR 传播的时间长. 实际上目前的电磁波测井理论利用的是在相移常数临界角附近(交点 d 附近)的反射波, 并不是以严格的临界角入射的“滑行波”, 这种滑行波是沿界面传播的, 用横向偏移理论是可以解释的:

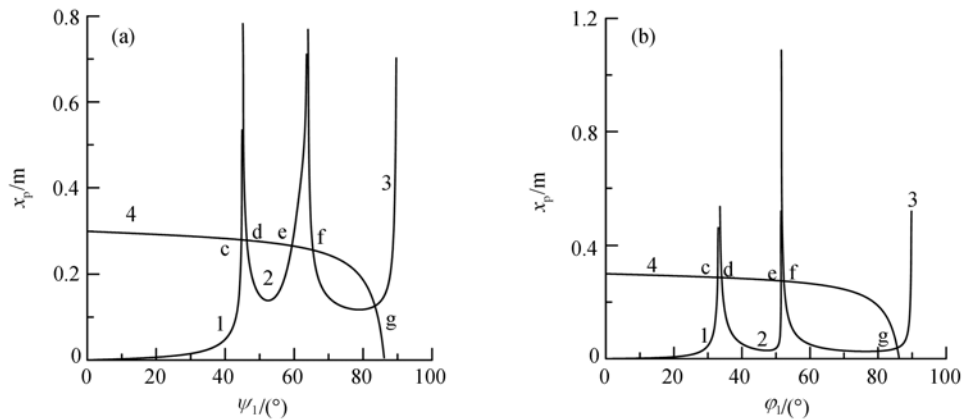


图 6 横向偏移和约束条件曲线

(a) 当 $B > 1$ 时; (b) 当 $B < 1$ 时

表 1 横向偏移效应时差

曲线交点	c	d	e	f	g
$\psi_1/(\text{°})$	44.70	46.24	59.35	65.47	83.42
$\Delta t/\text{ns}$	-0.1633	-0.1632	-0.1516	-0.1343	0.1970
$\phi_1/(\text{°})$	32.83	34.04	51.46	52.33	85.65
$\Delta t/\text{ns}$	-0.1582	-0.1591	-0.1614	-0.1608	0.4433

在临界角附近一定的入射角度范围内, 横向偏移较大, 不同的入射角其横向偏移大小不同, 并且对入射角大小的变化非常敏感, 这就决定了在一个较大的空间范围内(而入射角却在一个较小的范围内)可以接收到类全反射波, 因此在实际测量中认为以临界角入射的电磁波在入射面内各点都可以接收到反射的滑行波。

这个算例给出了横向偏移测量误差的计算和分析方法(图解法), 给出了解决实际问题的思路, 能使人们对这些特殊的入射角有一个直观的认识. 因此在具体测井过程中可根据实际确定电极距, 绘制横向偏移和约束条件曲线, 确定电磁波的发射角, 指导测井方案的设计, 计算分析横向偏移对测井测量所产生的误差, 对地层参数测量结果进行横向偏移校正。

4 问题与展望

电磁波的应用十分广泛, 在电磁波的传播空间中充满着大量的导电和弱导电介质, 存在着大量导电界面的反射, 由于电磁波横向偏移在大多数情况下与波长为同一个数量级, 特别是当电磁波入射角较大时, 横向偏移和偏移时间对波的传播和测量结果必定会产生较大的影响. 在地学参数的测量中, 大地本身就是一个导电性能变化范围非常大的导电或

弱导电体, 并且存在大量可简化为层状的导电和弱导电地层, 尤其是在这种成层性比较好的层状地层中传播的多次反射电磁波(如弱导电层中的井间电磁测井), 其传播方式类似于光纤中的多模传输, 横向偏移时间对测量结果的影响要比单次反射波大得多 [5,6,13]. 在实际中还有许多地层对不同的电磁波段表现为不同的导电性能, 对弱导电地层, 由于在其中传输的电磁信号, 衰减比一般导电介质要差得多, 在能量损失相同的情况下在弱导电介质中传输的电磁波要比在导电介质中传输的距离大得多, 这对于弱导电地层电磁波参数测量极具实际意义. 目前在测井中已经成功地应用了电磁波传输、井中雷达、井间电磁测井, 虽然电磁波的最高频率可达GHz的数量级, 但仍属低频波. 横向偏移的研究是基于电磁波波动理论的, 是以满足电磁场边界条件的反射波附加相角为基础的, 研究的过程并无高频和低频之分, 所得结论不仅适应于高频电磁波而且还适应于低频波. 实际上电磁波的频率越低则横向偏移对测量结果的影响就会越大, 开展在层状导电和弱导电介质中传播的电磁波横向偏移和偏移时间的研究对地学应用更为重要. 目前电磁波在测量应用中由于缺乏横向偏移理论研究的支撑和支持, 致使在现有的电磁波应用和测量方法中还均未考虑横向偏移对测量结果的影响, 但影响是客观存在的 [11-51]. 因此地学参数的测量将是电磁波在导电界面反射横向偏移研究的一个非常有应用前景的研究方向。

尽管对S-和P-偏振电磁波的全反射横向偏移、偏移时间及非均匀电磁波在导电媒质界面反射的横向偏移规律研究取得了一定进展 [19-25], 但横向偏移

的引进给电磁波测量理论及误差分析带来了许多新的研究课题,有许多问题仍不清楚,有待于人们进一步的理论研究和探索,如P-偏振电磁波在导电界面反射的偏移时间还不为人所知,非均匀电磁波在导电媒质界面反射偏移时间存在什么规律?在层状导电介质中传播的电磁波横向偏移和偏移时间积累效应究竟多大?在传输过程中偏振色散(由于波偏振方向不同所引起波传播时间不同的现象^[26])如何?对测量结果会带来多大误差?在满足低频条件 $\omega\epsilon \ll \sigma$ 下的横向偏移规律等,这些问题只有通过进一步更为深入的研究才能得以解决。

考虑非均匀电磁波在导电媒质界面反射的横向偏移效应后,电磁波勘探和电磁波测井需要有与之相适应的新的解释方法,如对测量结果需要进行横向偏移效应的校正,现有的软件也需要进行横向偏移效应的改进和升级。在电磁波测量解释方面将会有大量的工作需要解释工作者更为深入的研究,因此对计入横向偏移效应的电磁波测量解释方法也是一个需要进一步研究的新课题。

参 考 文 献

- Lotsch H K V. Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect. *Optik*, 1970, 32: 116—137
- Lotsch H K V. Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect. *Optik*, 1970, 32: 189—204
- Lotsch H K V. Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect. *Optik*, 1970, 32: 299—319
- Lotsch H K V. Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect. *Optik*, 1970, 32: 553—569
- A W 斯奈德, J D 洛夫, 著. 光波导理论. 周幼威, 林志媛, 译. 北京: 人民邮电出版社, 1991. 59—72, 235—250
- 赵建林. 高等光学. 北京: 国防工业出版社, 2003. 35—47
- Depine R A, Bonomo N E. Goos-Hänchen lateral shift for Gaussian beams reflected at achiral-chiral interfaces. *Optik*, 1996, 58: 37—41
- Lai H M, Chan S W. Large and negative Goos-Hänchen shift near the Brewster dip on reflection from weakly absorbing media. *Opt Lett*, 2002, 27: 680—682
- Lakhtakia A. On plane wave remittances and Goos-Hänchen shifts of planar slabs with negative real permittivity and permeability. *Electromagnetics*, 2003, 23(1): 71—75[DOI]
- Ziolkowski R W. Pulsed and CW Gaussian beam interactions with double negative metamaterial slabs. *Inter Electron J Opt*, 2003, 11(7): 662—681
- Kevin J, Resch J, Lundeen S, et al. Total reflection cannot occur with a negative delay time. *IEEE J Quantum Electron*, 2001, 37: 794—799[DOI]
- Lin Y Z, Zhan J H, Tseng S M. A new method of analyzing the light transmission in leaky and absorbing planar waveguides. *IEEE Photon Tech Lett*, 1997, 9(9): 1241—1243[DOI]
- Chauvat D, Emile O, Bretenaker F, et al. Direct measurement of the Wigner delay associated with the Goos-Hänchen effect. *Phys Rev Lett*, 2000, 80: 71—74[DOI]
- Emile O, Galstyan T, Floch A L, et al. Measurement of the nonlinear Goos-Hänchen effect for Gaussian optical beams. *Phys Rev Lett*, 1995, 75: 1511—1513[DOI]
- 刘福平, 吕成远, 张煜. 阶跃光纤的偏振色散. *光子学报*, 2000, 29(9): 796—800
- Ignatovich V K. Neutron from condensed matter, the Goos-Hänchen effect and coherence. *Phys Lett A*, 2004, 322(1): 36—46[DOI]
- 徐建华. 层状媒质中的电磁场与电磁波. 北京: 石油工业出版社, 1997. 38—59
- 张庚骥. 电法测井(上). 北京: 石油工业出版社, 1984. 170—178
- 刘福平, 李瑞忠, 杨长春, 等. 非均匀电磁波在导电媒质界面反射的横向偏移. *地球物理学报*, 2006, 49(2): 533—539
- 刘福平, 张红梅, 杨长春, 等. 电场垂直入射面的非均匀电磁波在导电媒质界面的类全反射横向偏移. *地球物理学报*, 2005, 48(4): 924—931
- 刘福平, 李瑞忠, 杨长春, 等. 非均匀P-偏振电磁波在导电界面的类全反射横向偏移. *地球物理学报*, 2007, 50(2): 556—566
- Liu F P, Chen H G, Yang C C, et al. Refinement in the reflection properties of electromagnetic waves at a stratigraphic interface. *Math Geol*, 2005, 37(6): 651—666[DOI]
- 李瑞忠, 刘福平, 杨长春, 等. 非均匀P-偏振电磁波在导电界面的反射系数曲线. *地球物理学进展*, 2005, 20(4): 342—347
- 刘福平, 张春梅, 王安玲. 低频均匀电磁波在导电媒质界面反射的横向偏移. *微波学报*, 2006, 22(5): 11—15
- 刘福平, 王安玲, 杨长春. 导电介质中电磁波相移常数与振幅衰减常数方向关系. *大学物理*, 2006, 25(2): 9—12
- 李泽民. 光纤通信. 北京: 科学技术出版社, 1992. 145—148