

文章编号: 0253-2697(2004)01-0084-05

旋转导向钻具三维小挠度稳态分析的数学模型

李子丰¹ 赵金海² 李敬元¹

(1. 燕山大学机械工程学院 河北秦皇岛 066004; 2. 胜利石油管理局钻井工艺研究院 山东东营 257017)

摘要: 在普通旋转钻具的基础上,研制了一种旋转的近钻头稳定器,它可以将钻柱稳定在井眼截面的需要位置,以控制井眼轨道。为了研制和应用这种新钻具,建立了适用于该种旋转导向钻具进行三维小挠度静力学分析的数学模型,包括:①微分方程;②钻头、稳定器、变截面、切点和井壁的边界条件;③钻头的侧向力和钻头转角;④钻具的导向能力与偏心距和偏心方向。给出了一种旋转导向钻具的受力状态分析、井眼曲率预测及确定导向稳定器运行参数的计算实例。

关键词: 旋转导向钻具; 钻头稳定器; 数学模型; 钻柱力学

中图分类号: TE821 **文献标识码:** A

Mathematical models for 3D analysis of rotary steering bottom hole assembly with small deflection

LI Zi-feng¹ ZHAO Jin-hai² LI Jing-yuan¹

(1. Petroleum Engineering Institute, Yanshan University, Qinhuandao 066004, China;

2. Drilling Technology Research Institute of Shengli Petroleum Administration Bureau, Dongying 257017, China)

Abstract: A kind of rotary steering stabilizer used in a common rotary bottom hole assembly to control well path was developed. In order to develop and use this kind of bottom assembly, the mathematical models for 3D mechanical analysis of bottom hole assembly (BHA) with small deflection were proposed. The mathematical models include (1) differential equations; (2) boundary conditions of drill bit, stabilizer, bend angle, diameter change, tangent point and borehole wall; (3) models for calculating lateral forces and deflection angles of bit; (4) models for determining navigation ability and navigation parameters. As an example, a given rotary steering bottom hole assembly was studied.

Key words: rotary steering bottom hole assembly; rotary steering stabilizer; mathematical model; drill string mechanics

随着钻井技术的进步,以控制井眼轨道为目的的下部钻具组合发展迅速,在原来的普通增斜、降斜和稳斜钻具的基础上,发展并推广了多种类型的导向钻具、带偏心弯接头的防斜钻具、带柔性接头防斜钻具和两稳定器间变刚度的增斜钻具等多种新型下部钻具组合。目前,国际上已经研制成功了多种旋转导向钻具。在普通旋转钻具的基础上,笔者研制了一种旋转的近钻头稳定器,可以将钻柱稳定在井眼截面的需要位置,以控制井眼轨道。

1 数学模型的建立

1.1 假设条件

采用如下基本假设^[1~5]:①钻柱处于线弹性变形

状态;②钻柱横截面为圆形或圆环形;③下部钻具各结构单元的材料性质分段保持为常数;④钻头与地层间无弯矩存在;⑤井壁与井眼轴线平行,在接触点或稳定器处对钻具刚性支撑;⑥在切点以上钻柱躺在井壁下边;⑦略去钻柱、钻井液的动力效应;⑧施加于钻具上的扭矩可以沿钻柱有所变化,但分段为常量;⑨钻柱的挠度相对于其长度为小量;⑩钻柱的轴向变形相对于其长度为小量;⑪钻柱绕自身轴线旋转;⑫略去钻柱的温度变化;⑬略去剪力对钻柱变形的影响。

1.2 坐标系

为了表达方便,采用了如下三个坐标系^[1~8], (见图1):

(1) 直角笛卡尔大地坐标系 $ONED$, 其原点 O 取

基金项目:“863”项目“旋转导向钻井系统整体方案设计及关键技术研究”的部分研究成果。(2001AA602013)。

作者简介:李子丰,男,1962年7月生,1983年毕业于大庆石油学院钻井工程专业;1992年于石油大学(北京)获博士学位;1992~1994年为哈尔滨工业大学力学博士后,现为燕山大学石油工程研究所所长、博士生导师。E-mail: zfli@ysu.edu.cn

在井口处, N 轴向北, 单位矢量为 i ; E 轴向东, 单位矢量为 j ; D 轴向下, 单位矢量为 k 。

(2) 自然曲线坐标系为 (e_t, e_n, e_b) , 其中 e_t, e_n 和 e_b 分别为钻柱变形线的切线方向、主法线方向和副法线方向的单位向量。

(3) 直角笛卡尔井眼底部坐标系 $oxyz$, 原点 o 取在钻头处, z 轴沿井眼轴线, 指向钻柱上部, 单位矢量为 e_3 ; x 轴垂直于 z 轴, 指向井眼低边, 单位矢量为 e_1 ; y 轴由右手法则确定, 单位矢量为 e_2 。

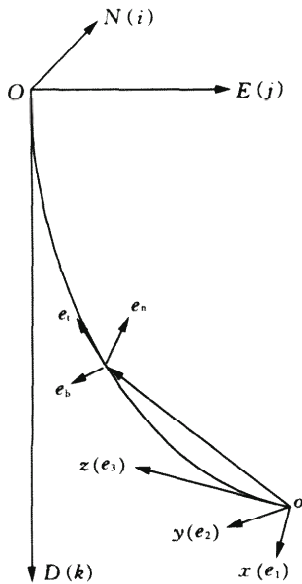


图 1 坐标系

Fig.1 Coordinate systems

1.3 微分方程

下部钻具组合(图 2)可视为纵横弯曲梁柱, 左端为钻头, 右端为切点, 由 $n-1$ 个稳定器、变截面和接触点分割成 n 个独立结构单元, 处于三维弯曲井眼里, 受自重、钻压、扭矩、井壁支撑反力及钻井液静水压力等作用, 产生空间弯曲变形。

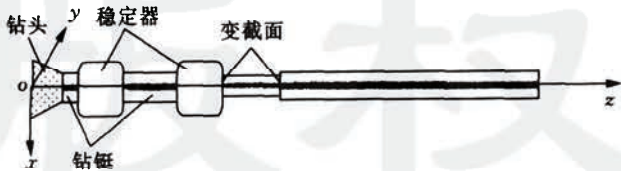


图 2 下部钻具示意图

Fig.2 Bottom hole assembly

对于第 i 段钻柱, 其上端井眼轴线坐标为

$$r_{oi} = X_i e_1 + Y_i e_2 + Z_i e_3$$

钻柱轴线的表达式为

$$r_i = U_i e_1 + V_i e_2 + W_i e_3$$

钻柱的内力为

$$F_i = F_{xi} e_1 + F_{yi} e_2 + F_{zi} e_3$$

单位长度钻柱上的外力用 $h_i = q_i k$ 表示; 钻柱的内力矩用 M_i 表示; 钻柱的抗弯刚度用 $E_i I_i$ 表示, 钻柱的扭矩用 M_{ti} 表示。根据平衡方程、本构方程和假设条件, 推导出导向钻具三维小挠度静力分析微分方程组^[1-5]为

$$\begin{cases} E_i I_i U_i'''' = -M_{ti} V_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) U_i'' + q_i U_i' \cos \alpha_i + q_i \sin \alpha_i \\ E_i I_i V_i'''' = M_{ti} U_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) V_i'' + q_i V_i' \cos \alpha_i \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} F_{xi} = -E_i I_i U_i'''' - M_{ti} V_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) U_i'' \\ F_{yi} = -E_i I_i V_i'''' + M_{ti} U_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) V_i'' \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$() ' = \frac{d()}{dl}, () '' = \frac{d^2()}{dl^2}, () ''' = \frac{d^3()}{dl^3}, ()'''' = \frac{d^4()}{dl^4}$$

$$B_i = B_1 - \sum_{j=1}^{i-1} (q_j L_j \cos \alpha_j - N_j f_a),$$

$$M_{ti} = M_{t1} - \frac{f_t D_w}{2} \sum_{j=1}^{i-1} N_j$$

$$f_a = \frac{2vf}{[4v^2 + (\omega D_w)^2]^{1/2}}, f_t = \frac{\omega D_w f}{[4v^2 + (\omega D_w)^2]^{1/2}}$$

式中 l 为沿钻柱轴线的曲线坐标, 以 i 段钻柱的底端为起点; E_i 为 i 段钻柱的弹性模量; I_i 为 i 段钻柱的截面惯矩; M_{ti} 为 i 段钻柱所受扭矩, $i=1$ 时为钻头扭矩; q_i 为 i 段钻柱在钻井液中的线重量; α_i 为 i 段钻柱所在井段的井斜角; U_i 为 i 段钻柱在 x 方向的位移或坐标; V_i 为 i 段钻柱在 y 方向的位移或坐标; B_i 为 i 段钻柱下部 z 方向的压力, 受压为正, $i=1$ 时为钻压; L_j 为 j 段钻柱的长度; N_j 为 j 个稳定器与井壁的接触压力; f 为稳定器与井壁的摩擦系数; v 为钻速; ω 为钻柱自转角速度; D_w 为孔径。

1.4 边界条件及连续条件

下部钻具的边界条件包括钻头、稳定器、变截面、切点和井壁处的约束条件, 其中稳定器和变截面呈现与井壁接触和非接触两种状态。

对于钻头, 根据笛卡尔参考坐标系的取法, 钻头位移为零, 钻头与地层间无弯矩作用^[1-7], 其表达式为

$$[U_1(0)]^2 + [V_1(0)]^2 + [U_1''(0)]^2 + [V_1''(0)]^2 = 0 \quad (3)$$

对于稳定器, 在初始计算时, 假设稳定器接触下

井壁,用稳定器与下井壁的接触压力进行验证,再依据式(9)、式(10)确定是否接触;若接触,应判定接触方向。

(1) 接触井壁 在各稳定器或接触点处,钻柱位于井眼中心或在某一方向上偏离井眼中心一定距离(图3),稳定器两侧钻柱的位移及其一次导数连续、弯矩连续表达式为

$$\begin{cases} U_i(L_i) = U_{i+1}(0) = X_i + e_{ci} \cos \delta_i \\ V_i(L_i) = V_{i+1}(0) = Y_i + e_{ci} \sin \delta_i \\ U_i'(L_i) = U_{i+1}'(0) \\ V_i'(L_i) = V_{i+1}'(0) \\ E_i I_i U_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} U_{i+1}''(0) \\ E_i I_i V_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} V_{i+1}''(0) \end{cases} \quad (4)$$

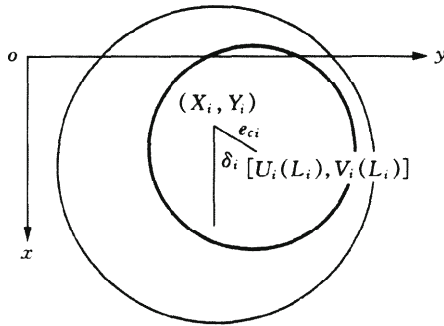


图3 稳定器偏心

Fig.3 Eccentricity of stabilizer

式中 e_{ci} 为偏心距; δ_i 为偏斜角; X_i 为稳定器或接触点处井眼轴线的 x 方向的坐标; Y_i 为稳定器或接触点处井眼轴线的 y 方向的坐标。

(2) 悬空状态 悬空稳定器两侧钻柱坐标连续、导数连续、弯矩连续、内力连续表达式为

$$\begin{cases} U_i(L_i) = U_{i+1}(0) \\ V_i(L_i) = V_{i+1}(0) \\ U_i'(L_i) = U_{i+1}'(0) \\ V_i'(L_i) = V_{i+1}'(0) \\ E_i I_i U_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} U_{i+1}''(0) \\ E_i I_i V_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} V_{i+1}''(0) \\ F_{xi}(L_i) = F_{xi+1}(0) \\ F_{yi}(L_i) = F_{yi+1}(0) \end{cases} \quad (5)$$

对于变截面,初始计算时假设变截面悬空,用该处的横向位移进行验证。若横向位移小于井径与该段钻具直径之差的一半,则悬空;否则,按接触井壁重新计算。

(1) 悬空状态 悬空变截面两侧钻柱坐标、导数、

弯矩、内力连续方程为

$$\begin{cases} U_i(L_i) = U_{i+1}(0) \\ V_i(L_i) = V_{i+1}(0) \\ U_i'(L_i) = U_{i+1}'(0) \\ V_i'(L_i) = V_{i+1}'(0) \\ E_i I_i U_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} U_{i+1}''(0) \\ E_i I_i V_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} V_{i+1}''(0) \\ F_{xi}(L_i) = F_{xi+1}(0) \\ F_{yi}(L_i) = F_{yi+1}(0) \end{cases} \quad (6)$$

(2) 接触井壁 靠在井壁的变截面两侧钻柱坐标连续,并与给定值相等,导致弯矩连续方程为

$$\begin{cases} U_i(L_i) = U_{i+1}(0) = X_i + e_{ci} \cos \delta_i \\ V_i(L_i) = V_{i+1}(0) = Y_i + e_{ci} \sin \delta_i \\ U_i'(L_i) = U_{i+1}'(0) \\ V_i'(L_i) = V_{i+1}'(0) \\ E_i I_i U_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} U_{i+1}''(0) \\ E_i I_i V_i''(L_i) = E_{i+1} I_{i+1} V_{i+1}''(0) \end{cases} \quad (7)$$

对于切点,钻柱在切点处的状态是很难精确计算的,但一般认为,在切点处钻柱横放在井壁下侧,斜率和曲率与井眼轴线的斜率和曲率基本一致,其表达式为

$$\begin{cases} U_n(L_n) = X_n + (D_w - D_{on})/2 \\ V_n(L_n) = Y_n \\ U_n'(L_n) \approx X_n' \\ V_n'(L_n) \approx Y_n' \\ U_n''(L_n) \approx X_n'' \\ V_n''(L_n) \approx Y_n'' \end{cases} \quad (8)$$

式中 D_{on} 为切点处钻柱外径。

(5) 井壁约束 钻柱变形受到井壁的限制,对任意一点均必须满足^[1-7]式(9)

$$\sqrt{(U_i - X)^2 + (V_i - Y)^2} \leq (D_w - D_{oi})/2 \quad (9)$$

式中 D_{oi} 为 i 段钻柱外径。

若位移函数是真实的,则必须满足式(9);否则,在第 i 段中点处虚设一稳定器,对钻具段重新编号,并令

$$\begin{cases} e_{ci} = (D_w - D_{oi})/2 \\ \delta_i = \begin{cases} \arctg \frac{V_i(\frac{L_i}{2})}{U_i(\frac{L_i}{2})} & [U_i(\frac{L_i}{2}) > 0] \\ \pi + \arctg \frac{V_i(\frac{L_i}{2})}{U_i(\frac{L_i}{2})} & [U_i(\frac{L_i}{2}) < 0] \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

重新计算,直至式(9)成立为止。

1.5 钻头的侧向力和转角^[1~5]

对下部钻具进行力学分析的主要目的是计算出钻头的侧向力和钻头的转角,为井眼轨道控制与预测提供数据。

钻头的侧向力分为降井斜力和增方位力。

钻头的降井斜力为

$$S_{x1} = -E_1 I_1 U_1'''(0) - M_{d1} V_1''(0) - B_1 U_1'(0) \quad (11)$$

钻头的增方位力为

$$S_{y1} = -E_1 I_1 V_1'''(0) + M_{d1} U_1''(0) - B_1 V_1'(0) \quad (12)$$

钻头的偏转角指的是钻头处钻柱的轴线与 z 轴的夹角,将其投影到井斜平面 xoz 和方位平面 yoz 内表达比较方便。

钻头偏转角在 xoz 平面内投影为

$$\Theta_x = U_1'(0) \quad (13)$$

钻头偏转角在 yoz 平面内投影为

$$\Theta_y = V_1'(0) \quad (14)$$

井壁对稳定器在 x 方向施加的力为

$$N_{xi} = F_{xi+1}(0) - F_{xi}(L_i) \quad (15)$$

井壁对稳定器在 y 方向施加的力为

$$N_{yi} = F_{yi+1}(0) - F_{yi}(L_i) \quad (16)$$

稳定器与井壁的接触压力为

$$N_i = \sqrt{N_{xi}^2 + N_{yi}^2} \quad (17)$$

2 加权余量解

令分段位移试函数为

$$\begin{cases} U_i = \sum_{r=0}^s a_{ir} l^r \\ V_i = \sum_{r=0}^s b_{ir} l^r \end{cases} \quad (18)$$

其中, $0 \leq l \leq L_i$, $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$; s 为试函数项数, $s \geq 4$ 。

将式(18)代入式(3)至式(8),并在 $l_{ij} = j \times L_i / (s-2)$ (其中 $j = 1, 2, \dots, s-3$) 处满足式(1),则能够确定式(18)中的系数和切点长度。这里利用了最优化方法。然后校验是否满足式(4)和式(9)。

2.1 降井斜力、增方位力

钻头的降井斜力为

$$S_{x1} = -6\alpha_{13} E_1 I_1 - 2b_{12} M_{d1} - B_1 a_{11} \quad (19)$$

钻头的增方位力为

$$S_{y1} = -6b_{13} E_1 I_1 + 2a_{12} M_{d1} - B_1 b_{11} \quad (20)$$

2.2 钻头的偏转角

钻头偏转角在 xoz 平面内投影为

$$\Theta_x = a_{11} \quad (21)$$

钻头偏转角在 yoz 平面内投影为

$$\Theta_y = b_{11} \quad (22)$$

3 侧向钻速的计算

如果钻头旋转,钻头偏转角和钻压联合作用就会产生侧向钻速,钻头的侧向力也会产生侧向钻速。

假设钻头沿其轴向钻进的钻速为

$$V_a = A_a F_a \quad (23)$$

沿其侧向钻进的钻速为

$$V_b = A_b I_b F_b \quad (24)$$

式中 V_a 和 V_b 分别为沿钻头轴向和侧向的钻速; F_a 和 F_b 分别为沿钻头轴向和侧向的压力; A_a 为轴向钻进效率; I_b 为钻头各向异性指数。

根据钻头的转角,则沿 x 、 y 方向的钻速分别为

$$V_x = A_a [(S_{x1} \Theta_x - W_{ob}) \Theta_x + I_b (S_{x1} + W_{ob} \Theta_x)] \quad (25)$$

$$V_y = A_a [(S_{y1} \Theta_y - W_{ob}) \Theta_y + I_b (S_{y1} + W_{ob} \Theta_y)] \quad (26)$$

4 井眼轨道预测

从井眼形成过程来看,除个别拐点外,整个井眼是光滑的,按坐标系取法向、横向钻速为零。为此,在井眼轨道计算中应尽量使钻头的横向钻速为零。

设已钻井眼轨道为 (l_i, α_i, ϕ_i) , 其中 l 、 α 、 ϕ 分别为对应测点的测深、井斜角和方位角; $i = 1, 2, \dots, m-1$ 。若预测在给定条件下的某预测点 m 的井深为 l_m 的井斜角为 α_m , 方位角为 ϕ_m , 则它们应满足

$$V_x^2(l_m, \alpha_m, \phi_m) + V_y^2(l_m, \alpha_m, \phi_m) = 0 \quad (27)$$

式(27)即为井眼轨迹预测方程,为了减小误差,两预测点间的距离不能取得过长。

5 井眼轨道控制

设已钻井眼轨道为 (l_i, α_i, ϕ_i) , 其中 l 、 α 、 ϕ 分别为对应测点的测深、井斜角和方位角; $i = 1, 2, \dots, m-1$ 。若要求钻达井深为 l_m 、井斜角为 α_m 、方位角为 ϕ_m 的 m 点,则应调节偏心距 e_{cl} 和偏斜角 δ_1 , 它们应满足

$$V_x^2(l_m, \alpha_m, \phi_m, e_{cl}, \delta_1) + V_y^2(l_m, \alpha_m, \phi_m, e_{cl}, \delta_1) = 0 \quad (28)$$

式(28)即为井眼轨道控制方程。为了减小误差,两点

间的距离不能取得过长。

6 钻具的增斜增方位能力预测

对于本旋转导向钻具组合,当第一稳定器的偏心方向和偏心距等参数确定以后,它的增斜和增方位能力是一定的。

该计算过程是寻找增斜率和增方位率(k_α, k_φ),满足

$$V_x^2(k_\alpha, k_\varphi) + V_y^2(k_\alpha, k_\varphi) = 0 \quad (29)$$

7 旋转导向工具的研制

导向工具的研制过程是为给定工具的增斜和增方位能力,确定可变径稳定器的偏心距和偏心方向,同时

给出该稳定器与井壁的作用力。

该计算过程是给定增斜率和增方位率(k_α, k_φ),寻找满足偏心距 e_{cl} 和偏斜角 δ_1 ,使得

$$V_x^2(e_{cl}, \delta_1) + V_y^2(e_{cl}, \delta_1) = 0 \quad (30)$$

同时,给出(N_{x1}, N_{y1})。

8 计算实例

在钻头直径为0.2159m、井眼扩大率0%、井眼曲率 $6^\circ/(25\text{m})$ 、主法线方向角为 0° 、井斜角为 45° 的井眼中,使用钻头异性指数为0.4的钻头、钻压为200kN、钻头扭矩为 $2\text{kN}\cdot\text{m}$ 、钻井液密度为 $1200\text{kg}/\text{m}^3$ 的钻进参数。代入表1所示的钻具组合。

表1 钻具组合

Table 1 Bottom hole assembly

段序	外径 /m	内径 /m	线重度 /($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	段长 /m	右端边 界类型	稳定器直径 /m	导向器最大 偏心距/m	预置偏心距 /m	预置偏心角 /($^\circ$)
1	0.17145	0.07144	1503.7	0.5	DS	0.21	0.015	0.008	0
2	0.17145	0.07144	1503.7	4.0	S	0.2159	—	—	—
3	0.17145	0.07144	1503.7	10.0					

代入后钻具不动,则钻具的受力状态为:增井斜力为 -294kN ,增井斜转角为 0.939° ,综合增井斜力为 -115.712kN ,综合增方位力为 0.0173kN ,降井斜,增方位。 $1^\#$ 稳定器与下井壁接触力为 -324.8kN , $1^\#$ 稳定器与右井壁接触力为 -0.03kN , $2^\#$ 稳定器与下井壁接触力为 44.28kN , $2^\#$ 稳定器与右井壁接触力为 -0.01kN 。

钻出的井眼及受力参数为井眼曲率 $16.05^\circ/(25\text{m})$,主法线方向角为 179.99° ,增井斜率为 $-16.05^\circ/(25\text{m})$,增方位率为 $0^\circ/(25\text{m})$, $1^\#$ 稳定器与下井壁接触力为 -36.18kN , $1^\#$ 稳定器与右井壁接触力为 -0.01kN , $2^\#$ 稳定器与下井壁接触力为 26.75kN , $2^\#$ 稳定器与右井壁接触力为 -0.01kN 。

如果要钻出井眼曲率为 $6^\circ/(25\text{m})$ 、主法线方向角为 0° 的井眼,则导向稳定器运行参数的偏心距为 0.0026m ,偏置角为 179.97° ,与下井壁的接触力为 5.805kN ,与右井壁的接触力为 -0.024kN 。

9 结论

(1) 本文所建立的数学模型比较客观地描述了旋转导向钻具在井下的受力状态,可以比较准确地预测出旋转导向钻具的导向能力,既可以用于轨道预测,也

可以用于轨道控制。

(2) 研制的导向稳定器可以放在钻具的任何位置,适用于没有明显公转的各种下部钻具。

参 考 文 献

- [1] 李子丰,马兴瑞,黄文虎. 钻柱力学基本方程及其应用[J]. 力学学报,1995,27(4):406-414.
- [2] 李子丰. 油气井杆管柱力学[M]. 北京:石油工业出版社,1996:49-71.
- [3] 李子丰. 井眼轨道控制理论[M]. 北京:石油工业出版社,1996:9-72.
- [4] 李子丰,刘希圣. 导向钻具组合三维小挠度力学分析[J]. 石油钻探技术,1993,21(2):1-6.
- [5] 周大千. 井眼轨道实用理论基础[M]. 北京:石油工业出版社,1993:75-142.
- [6] 李子丰,刘希圣. 下部钻具三维大挠度静力分析[J]. 石油大学学报(自然科学版),1994,18(4):37-42.
- [7] Li Zifeng, Ma Xingrui, Huang Wenhui. 3D analysis of bottom hole assembly under large deflection[J]. SPE Drilling & Completion,1996,11(2):104-110.
- [8] 李子丰,李敬元,马兴瑞,等. 油气井杆管柱动力学基本方程及应用[J]. 石油学报,1999,20(3):87-90.

(收稿日期 2002-11-25 改回日期 2003-03-27 编辑 杨 苗)