

质子地磁垂直截止刚度在 2004 年 11 月 7–8 日 两个时刻处的数值模拟

甄杰^{1,2} 楚伟^{1,2}

1(中国科学院空间科学与应用研究中心 空间天气学国家重点实验室 北京 100190)

2(中国科学院大学 北京 100049)

摘要 利用单粒子轨道理论, 在 T04 和 IGRF2000 磁场模式建立的磁层模型基础上, 应用四阶龙格库塔方法, 模拟计算宇宙线带电质子在地球磁层中的运动以及沿天顶方向入射到达地球磁场内的某一特定位置, 得到了距地球表面 450 km 高度处全球质子垂直截止刚度在 2004 年 11 月 7–8 日中两个时刻的计算值. 根据计算得到的 684 个不同位置处的截止刚度值, 分析了同一时刻地磁垂直截止刚度随磁纬和磁经的变化. 与此同时, 模拟计算了相同时刻下磁纬为 30°, 磁经为 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315° 处, 地磁有效垂直截止刚度随高度的变化情况. 结果表明, 在磁纬 30° 处, 其质子有效垂直截止刚度随距离地心高度的变化沿向阳处向磁尾处方向, 变化越来越缓慢.

关键词 垂直截止刚度, 磁层, 数值模拟

中图分类号 P 353

Numerical Computation of Proton Geomagnetic Vertical Cutoff Rigidities on 7–8 November 2004

ZHEN Jie^{1,2} CHU Wei^{1,2}

1(State Key Laboratory of Space Weather, Center for Space Science and Applied Research,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

2(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract The geomagnetic cut-off rigidity can effectively measure the shielding effect of Earth's magnetic field on cosmic ray particles. In this paper, the single particle orbit theory is used to simulate the movement of cosmic ray protons in the Earth's magnetosphere and the specific location within the magnetic field along the vertical direction to the Earth center. Based on the establishment of T04 and IGRF2000, the fourth-order Runge-Kutta method is used to simulate the trajectories of particles. The vertical cutoff rigidities of global cosmic protons around the height of 450 km above Earth's surface at two moments in November 2004 are calculated. The value change of geomagnetic vertical cutoff rigidity with the magnetic latitude and magnetic longitude is analysed with the help

of 684 calculation results at the same moment. The changes of protons vertical cutoff rigidity with the height from Earth's center, at the position of magnetic latitude of 30° , magnetic longitude of 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° , are also simulated. Simulation results show that the change of geomagnetic effective vertical cutoff rigidity with the increasing height from the Earth's center is getting more and more slow along the sunny direction to the magnetic tail.

Key words Vertical cutoff rigidity, Magnetosphere, Numerical simulation

0 引言

磁层带电粒子的动力学行为分别应用单粒子方法、磁流体力学近似和统计物理理论来研究. 其中, 单粒子方法根据牛顿运动方程来确定单粒子在电磁场中的运动轨道, 适合于描述磁层等离子体^[1], 其最初由 Stormer^[2] 用来计算高能带电粒子在偶极磁场中的运动. 此后, 这种单粒子轨道方法也用来模拟磁层带电粒子在各种复杂电磁场模型中的运动轨迹. 文献^[2] 提出截止刚度的概念, 即地磁截止刚度是带电粒子在地球磁层内以特定方向入射到达特定位置的最小刚度, 其能够描述地球磁场对粒子的屏蔽作用.

利用单粒子轨道方法模拟带电粒子在地球磁层内的运动和传输可以有效计算带电粒子磁截止刚度. Smart^[3-4] 等利用这一方法给出了带电粒子在 T89 磁场模型和 Boberg^[5] 等建立的不同磁暴条件下环电流模型在北半球 ISS 轨道上, 北纬 40° , 45° , 50° , 东经 270° 处截止刚度随外磁场和环电流的变化情况. Kress^[6] 等利用 TS05 模型模拟了 2003 年 10 月磁暴前后两个时刻在离地面 600 km 高度处的全球截止刚度值, 并指出高能粒子在进入中高纬度地区时截止刚度在太阳风动压和行星际磁场变化的一个小时内受到影响. Bhattacharyya^[7] 等利用这种单粒子轨道方法, 模拟计算了 1835—1985 年每隔 50 年间距离地球表面 100 km 处有效垂直截止刚度在偶极磁场中的变化情况. Ebihara^[8] 等利用这一方法模拟了磁暴期间太阳风和地球磁层中氧离子在内磁层中的运动情况. Le^[9] 等根据这一方法计算了有外源场和无外源场情况下北京宇宙线观测台在 1965—2000 年垂直截止刚度的变化情况.

为了解大磁暴期间地磁场对带电粒子屏蔽效应的作用, 模拟计算了 2004 年 11 月的一个磁暴前后两

个时刻的质子地磁截止刚度随磁经纬度及距离地心高度的变化情况. 这一数据对研究不同扰动情况下, 从太阳发出的质子进入地球磁层并对航天器以及空间环境造成的可能影响提供了参考.

1 数值模拟方法

1.1 运动方程和计算方法

带电粒子在磁层中受到磁场和电场的作用力, 其在电磁场中的运动满足相对论洛伦兹方程

$$m \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} + q \mathbf{E}.$$

计算时, 磁场采用 T04 和 IGRF2000 模式. 在不考虑电场, 三维质子考虑相对效应的情况下, 其运动方程为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = k(v_y B_z - v_z B_y),$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = k(v_z B_x - v_x B_z),$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = k(v_x B_y - v_y B_x),$$

$$k = q \sqrt{1 - v^2/c^2} / m_0.$$

其中, x, y, z 方向分别为 GSM 坐标系统中的三个方向, m_0, q, c 分别为质子的质量、电量和光速.

三维洛伦兹方程的计算采用变步长四阶龙格库塔方法, 时间步长为粒子运动 0.01 个回旋半径所需要的时间. 在粒子运动过程中, 给定粒子的初始位置和能量, 可以计算出粒子的运动轨迹. 每计算一次都要调用粒子所在位置的磁场数据, 根据磁场大小和粒子速度计算粒子所受到的洛伦兹力和加速度, 再根据粒子在这一位置的速度、加速度和时间步长, 得到下

一步粒子的位置和速度. 根据粒子的位置和磁场情况可以得到粒子的回旋半径

$$R_g = \frac{mv}{Be},$$

时间步长

$$\Delta t = 0.01T = 2\pi m/100Bq.$$

即粒子每做一次回旋运动, 要计算一百次. 粒子在磁层内运动时, 其运动边界条件分为磁层顶、大气层、磁尾.

磁层顶采用的模型为 T96 磁层顶模式, 计算的每一步都要调用这一模式来判定粒子是否到达磁层顶, 如果粒子运动到磁层顶, 就停止计算. 此时认为粒子从磁层顶进入地球磁层, 即该能量的粒子可以从宇宙空间进入地球磁层. 如果粒子运动到磁尾处 $25 R_e$ 以外, 计算停止, 则认为粒子从磁尾处进入地球空间, 即该能量可以从行星际空间进入地球磁层. 如果粒子运动到地球表面 20 km 以下, 或计算超过 10^6 步, 则认为该能量的粒子不能从行星际空间进入地球磁层.

1.2 刚度和能量

对于地球空间内某一位置, 所谓地磁垂直截止刚度是指带电粒子在地球磁层内以垂直方向 (即沿天顶方向) 入射到该点的最小刚度, 其可以描述地球磁场对粒子的屏蔽作用. 粒子的能量可以用刚度来描述, 速度则可通过刚度计算得到, 即

$$\begin{cases} R = \frac{pc}{10^9 ze}, \\ p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{cases}$$

其中, R 为粒子的刚度值, 单位为 GV; p, v, z, m_0 分别为粒子的动量、速度、电荷数和质量; e 为电子的电量; c 为光速. 当动量以电子伏特/光速为单位时, 磁刚度在数值上等于单位单核的动量, 单位为伏特. 由此得到单位为地球半径 (R_e) 的粒子速度

$$v_{R_e} = \frac{zeR}{R_e \sqrt{z^2 e^2 R^2 + m_0^2 c^2}}.$$

设在地磁场内某一方向观测到具有一定刚度的宇宙线, 由于刚度和运动方向已经给定, 粒子轨道也即确定. 如果这条轨道永远被限制在地球附近或与大气层相交, 可以称这个方向对给定刚度的粒子来说是禁止的. 如果粒子没有与地面相交或未被限制在地

球附近, 这个方向是允许的. 对地磁场某一方向, 带电粒子的截止刚度不一定是连续的, 图 1 所示为 2004 年 11 月 7 日 20:45 UT, 地磁坐标 ($50^\circ\text{N}, 90^\circ\text{E}$), $H = 450$ km 处沿垂直地面方向入射的截止刚度. 其中, 黑色代表该刚度的粒子是禁止的, 白色代表该刚度的粒子是允许的.

在截止刚度不连续区间, 其可以用三个数值来描述^[11], 即最高截止刚度值 R_{\max} , 最低截止刚度值 R_{\min} , 有效截止刚度值 R_{eff} . 定义有效截止刚度为^[12]

$$R_{\text{eff}} = R_{\max} - \sum_{R_{\min}}^{R_{\max}} \sigma R_{\text{all}}.$$

其中, σR_{all} 趋于零, 在允许的条件下, 这里每隔 0.01 GV 计算一次粒子轨迹, 得出 R_{\max} 和 R_{\min} 之间允许的轨道数目, 即可模拟计算出该位置处带电粒子的近似有效截止刚度.

试验粒子的初始位置为带电粒子在磁层中的最终运动位置, 可以用时间逆向的方法来模拟粒子运动轨道和粒子的最终来源.

这里设置粒子初始参数如下. T 为时间, R 为粒子刚度, 粒子在 GSM 坐标下的初始位置为 (x, y, z) ; 粒子速度

$$v = \frac{Rzec}{\sqrt{m^2 c^4 + R^2 z^2 e^2}},$$

即由粒子的刚度值来得出粒子速度.

2 模拟结果

2.1 同一高度不同地磁纬度质子垂直截止刚度的变化

为描述地球垂直截止刚度在地球磁层内同一时刻不同磁纬处的变化, 模拟计算了在 2004 年第 313

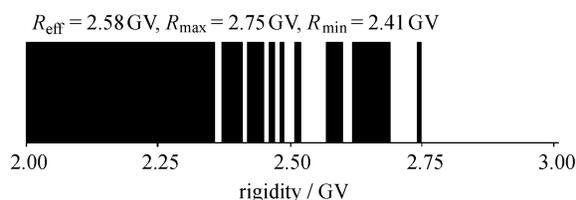


图 1 2004 年 11 月 7 日 20:45 UT 地磁坐标 ($50^\circ\text{N}, 90^\circ\text{E}$), $H = 450$ km 处质子垂直截止刚度

Fig. 1 Protons vertical cutoff rigidities at ($50^\circ\text{N}, 90^\circ\text{E}$), 450 km altitude of 20:45 UT on November 7, 2004

天中 05:55 UT 这一时刻, 当 $Dst = -393$ 时, 离地面 450 km 处 684 个点的垂直截止刚度. 图 2~5 所示分别为 GSM 坐标系中, 磁北纬 $90^\circ \sim 0^\circ$ 和磁南纬 $10^\circ \sim 90^\circ$ (间隔为 10°), 磁经度为 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的 R_{eff} ,

R_{max} , R_{min} 变化情况. 模拟结果表明, 在磁北纬地区, 同一磁纬圈内, 其质子的垂直截止刚度在磁经度 180° 处最小, 0° 处最大; 磁纬度为 0° 时, 其质子垂直截止刚度最小值出现在磁经度为 0° 和 180° 处;

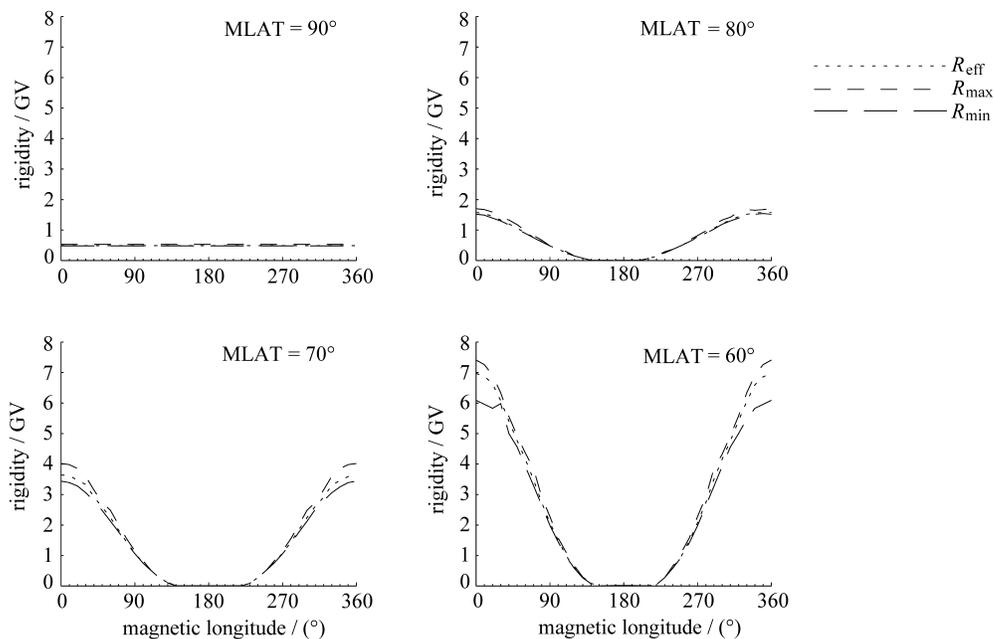


图 2 磁北纬分别为 $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 60^\circ$ 时质子垂直截止刚度的变化

Fig. 2 Change of the protons vertical cutoff rigidities at the north Magnetic Latitude (MLAT) of $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 60^\circ$

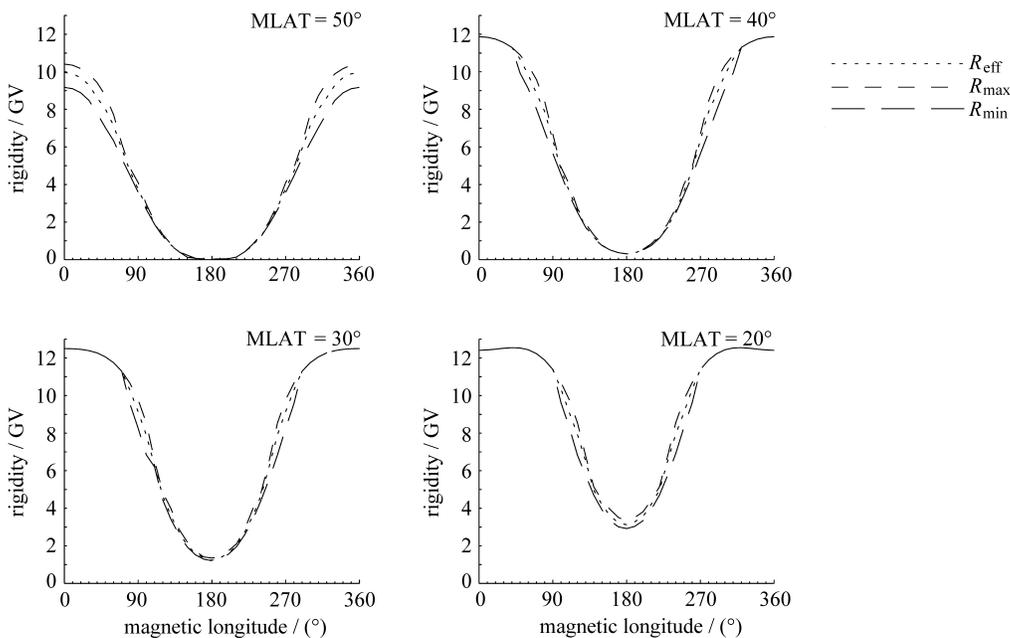


图 3 磁北纬分别为 $50^\circ, 40^\circ, 30^\circ, 20^\circ$ 质子垂直截止刚度的变化

Fig. 3 Change of the protons vertical cutoff rigidities at the north Magnetic Latitude (MLAT) of $50^\circ, 40^\circ, 30^\circ, 20^\circ$

从磁北纬 20° 到磁南纬 20° 的范围内, 质子垂直截止刚度在同一磁纬圈内出现两个峰值, 其峰值所处经

度随磁纬向南发生变化并向磁尾处移动; 在磁南纬地区, 同一磁纬圈内, 其质子的垂直截止刚度在磁经度

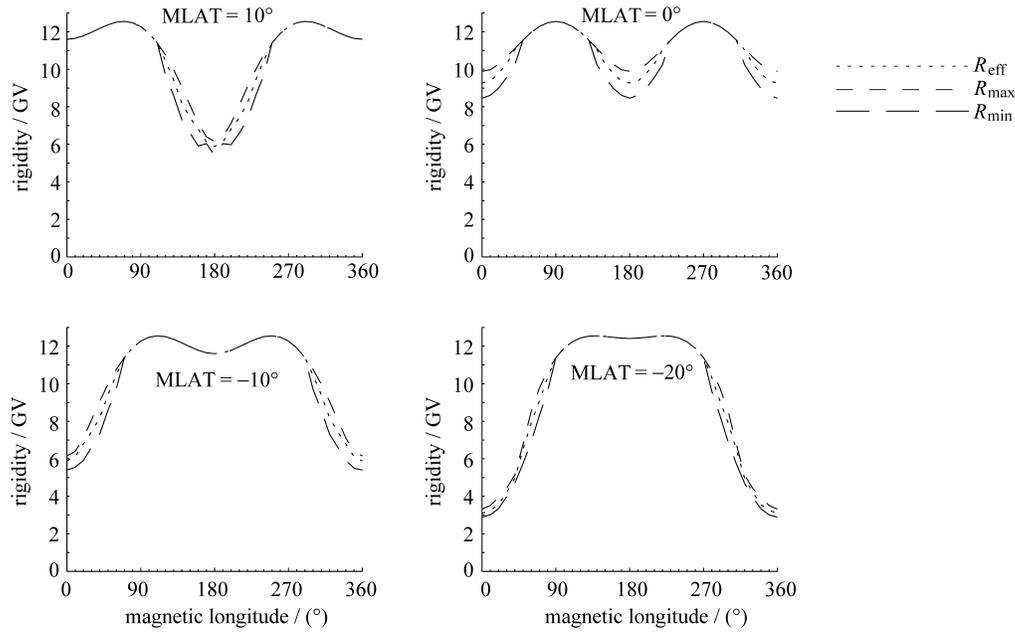


图 4 磁北纬为 10° , 0° 和磁南纬 10° , 20° 时质子垂直截止刚度的变化

Fig. 4 Change of the protons vertical cutoff rigidities at the north Magnetic Latitude (MLAT) of 10° , 0° and south Magnetic Latitude (MLAT) of 10° , 20°

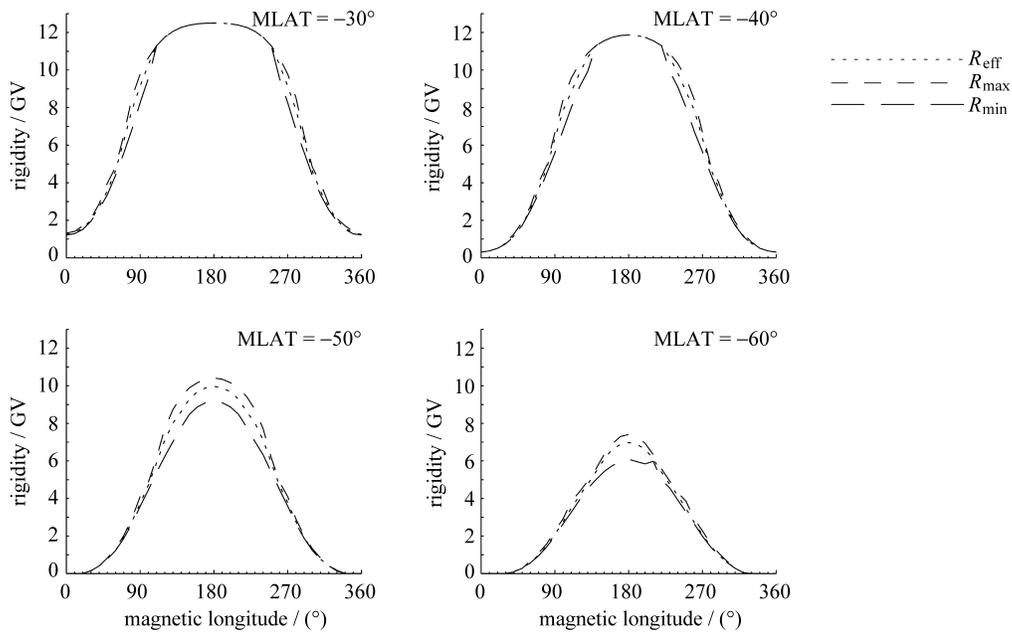


图 5 磁南纬分别为 30° , 40° , 50° , 60° 质子垂直截止刚度的变化

Fig. 5 Change of the protons vertical cutoff rigidities at the south Magnetic Latitude (MLAT) of 30° , 40° , 50° , 60°

为 0° 处最小, 180° 处最大.

2.2 同一磁纬质子垂直截止刚度 随地心高度的变化

为描述不同高度质子垂直截止刚度的变化情况, 模拟了 2004 年第 313 天 05:55 UT 这一时刻, 在磁北纬 30° , 磁经度分别为 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ 处质子有效截止刚度随其距离地心高度的变化. 图 6 给出的是模拟数据. 模拟结果列于表 1. 从表 1 可以看出, 在同一地磁位置处, 其地磁垂直截止刚度随距离地心高度的增加变小, 在磁经度为 0° 处, 其质子垂直截止刚度在距离地心高度 $9 R_e$ 以上接近为 0 GV ; 在磁经度为 90° 和 270° 处, 质子垂直截止刚度在离地心高度 $4.25 R_e$ 以上接近为 0 GV ; 在磁经度为 180° 处, 质子垂直截止刚度在 $3.5 R_e$ 以上接近为 0 GV . 由此可以认为, 几乎所有能量的宇宙线高能质子都能够通过地球磁层到达磁纬处. 模拟得到相同时刻磁纬度为 30° , 磁经度为 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ 处, 地磁有效垂直截止刚度随高度的变化情况表明, 在磁纬 30° 处, 其质子有效垂直截止刚度随距离地心高度的变化沿向阳处向磁尾处方向, 变化越来越慢.

2.3 地磁扰动对全球垂直截止刚度的影响

全球地磁截止刚度值的变化会受到地磁扰动的影响. 为描述质子地磁垂直截止刚度在磁暴前后不同 Dst 指数下的变化情况, 本文模拟计算了同一个磁暴期间在 450 km 处两个时刻的全球地磁最小截止刚度的变化情况. 从图 8 可以看出, A 时刻地磁扰动指数 $Dst = -393$, B 时刻地磁扰动指数 $Dst = 8$. 图 9 给出的是图 8 所示 A 时刻模拟的全球最低截止刚度等值线. 由图 9 可以看出, 在地磁南北极分别有一部分地区最小截止刚度非常小, 近似为 0° , 即宇宙线质子可以从磁尾或磁层顶到达磁南北极区. 在磁低纬地区, 磁纬宽度约 20° , 这一区域最低截止刚度 $> 12 \text{ GV}$, 且不断增加, 即宇宙线中刚度值 $\leq 12 \text{ GV}$ 的质子不能通过地球磁层到达这一区域 450 km 的高度处. 图 10 给出的是图 8 所示 B 时刻模拟的全球最小截止刚度等值线. 从图 10 可以看出, 与 A 时刻全球最小截止刚度值相比, 相同截止刚度的等值线在磁尾处向南偏移, 在向阳处向北偏移. 在磁低纬地区, 磁纬宽度约 20° , 这一最低截止刚度 $> 12.5 \text{ GV}$, 即宇宙线中刚度值 $\leq 12.5 \text{ GV}$ 的质子也不能够通过地球磁层到达 450 km 高度处.

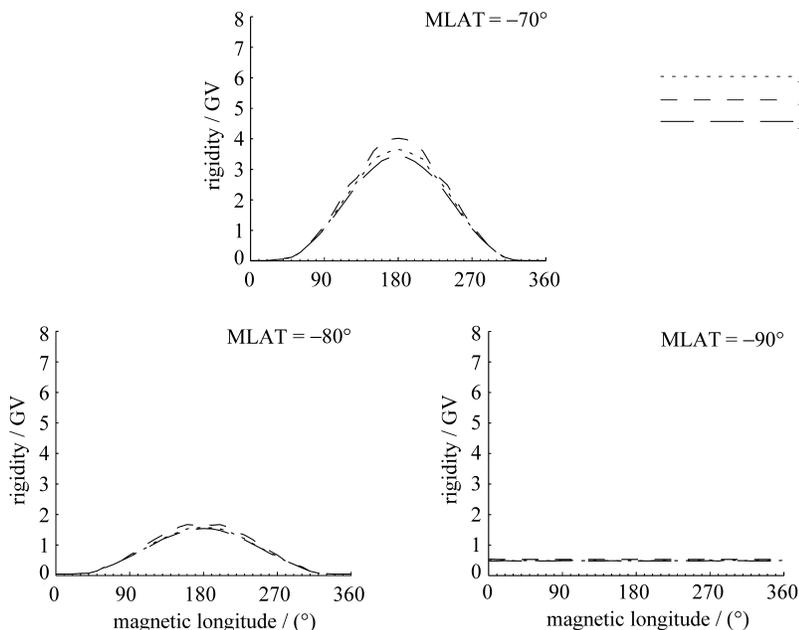


图 6 磁南纬分别为 $70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 质子垂直截止刚度的变化

Fig. 6 Change of the protons vertical cutoff rigidities at the south Magnetic Latitude (MLAT) of $70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$

表 1 不同地心高度的质子有效垂直截止刚度 (单位 GV)

Table 1 Proton effective vertical cutoff rigidity (Unit GV) at variant geocentric altitude

geocentric altitude/ R_e	geomagnetic longitude/($^\circ$)							
	0	45	90	135	180	225	270	315
1.25	8.69	8.34	5.76	0.81	0.16	1.40	5.81	8.52
1.50	5.80	5.52	3.38	0.17	0.14	0.49	3.60	5.70
1.75	4.04	3.76	1.99	0.11	0.11	0.27	2.32	3.91
2.00	2.87	2.64	1.17	0.11	0.10	0.25	1.49	2.75
2.25	2.06	1.83	0.54	0.10	0.09	0.16	0.89	1.96
2.50	1.46	1.24	0.21	0.06	0.08	0.10	0.52	1.35
2.75	1.00	0.79	0.17	0.03	0.08	0.03	0.29	0.93
3.00	0.72	0.48	0.07	0.01	0.08	0.02	0.34	0.51
3.25	0.44	0.32	0.04	0.00	0.07	0.03	0.31	0.32
3.50	0.32	0.19	0.02	0.00	0.03	0.04	0.25	0.29
3.75	0.25	0.20	0.02	0.00	0.00	0.04	0.21	0.33
4.00	0.27	0.22	0.02	0.00	0.00	0.05	0.15	0.28
4.25	0.28	0.19	0.00	0.00	0.00	0.05	0.06	0.28
4.50	0.24	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.27
4.75	0.24	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.26
5.00	0.24	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.24
5.25	0.25	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.22
5.50	0.23	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.22
5.75	0.22	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.23
6.00	0.24	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.22
7.00	0.22	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15
8.00	0.14	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05
9.00	0.01	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02

3 讨论和结论

通过单粒子轨道理论模拟计算了 2004 年 11 月 7 日 20:45 UT 和 8 日 05:55 UT 一个大磁暴事件两个时刻的全球质子垂直截止刚度, 分析全球质子垂直截止刚度随磁纬和磁经及距离地心高度的变化, 可以得出如下结论.

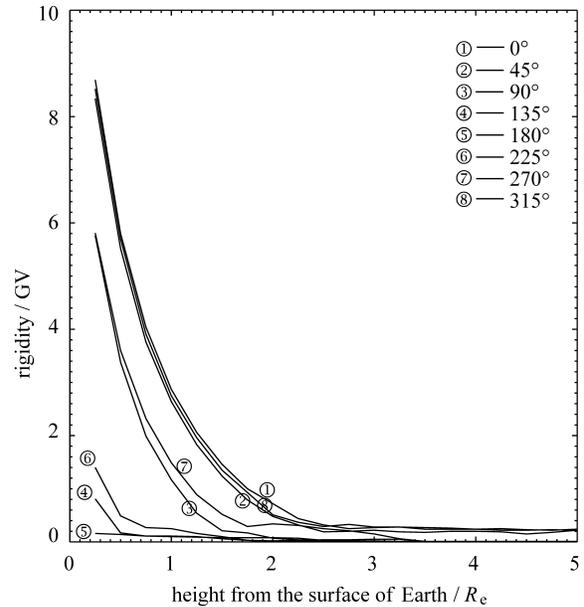


图 7 在磁纬为 30° , 磁经为 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 处质子有效垂直截止刚度随地心高度的变化

Fig. 7 Proton effective vertical cutoff rigidity with geocentric altitude at magnetic latitude 30° , magnetic longitude $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$

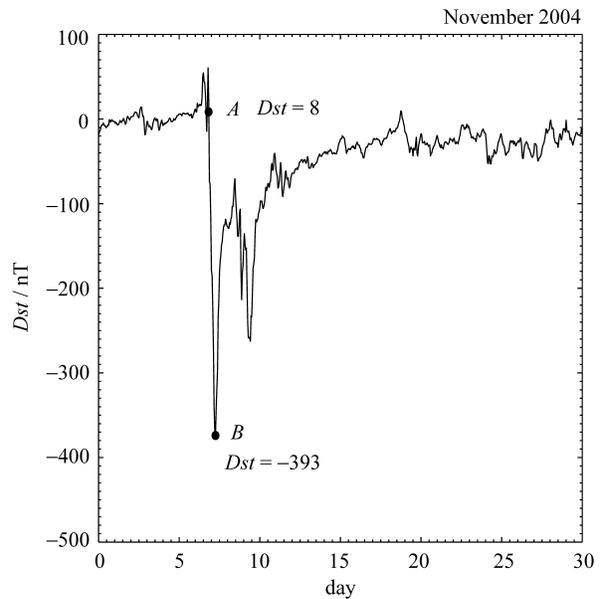


图 8 2004 年 11 月 Dst 指数的变化情况

Fig. 8 Changes of Dst index in November 2004

(1) 在磁北纬地区, 同一磁纬内从磁北极向磁赤道方向, 地球磁尾区截止刚度最小, 其截止刚度峰值从向阳面沿东西两侧向磁尾移动. 在磁赤道区, 向阳区和磁尾区同时出现两个截止刚度最小值. 从磁赤

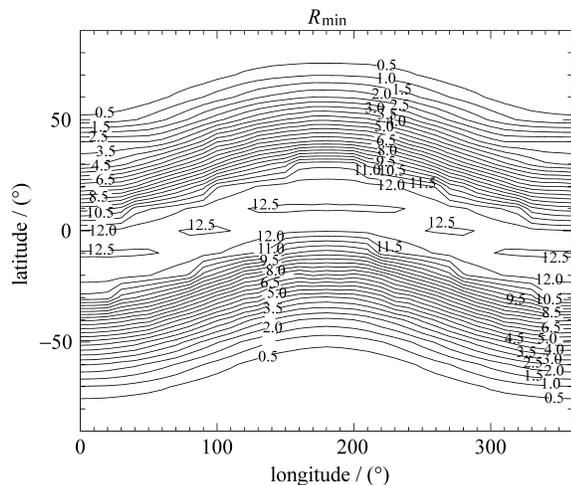


图 9 质子最低垂直截止刚度在 2004 年 11 月 7 日 20:45 UT 距离地面高度 450 km 处的全球状态

Fig. 9 Global minimum vertical cutoff rigidities at 450 km altitude of 20:45 UT on November 7, 2004

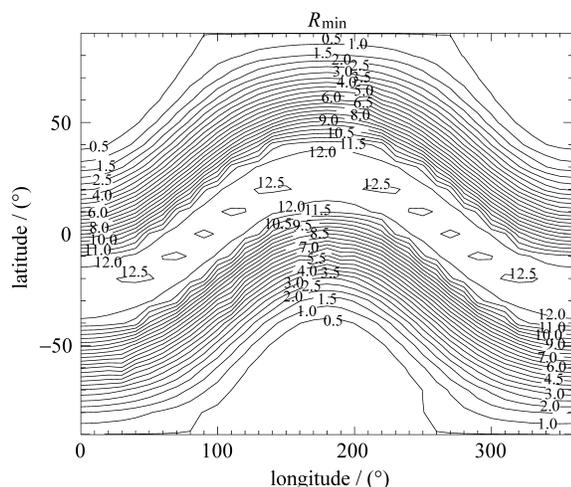


图 10 质子最低垂直截止刚度在 2004 年 11 月 8 日 05:55 UT 距离地面高度 450 km 处的全球状态

Fig. 10 Global minimum vertical cutoff rigidities at 450 km altitude of 05:55 UT on November 8, 2004

道向磁南极方向, 截止刚度峰值继续向磁尾移动, 其截止刚度在向阳区最小。

(2) 在同一地磁位置处, 其地磁截止刚度随距离地心高度的增加而变小。截止刚度的变化随向阳侧沿东西两个方向向磁尾处逐渐变慢。

(3) 在磁赤道磁纬宽度 20° 地区, 出现最大截止

刚度, 即粒子刚度在小于等于这个值的情况下, 不可能通过地球磁层到达这一区域。

计算利用磁层外磁场 T04 和内磁场 IGRF2000 耦合的形式, 通过单粒子轨道和四阶龙格库塔方法计算粒子轨迹。由于磁层边界模型还要通过进一步观测数据来精确判断, 因此, 模拟计算结果与相关磁层粒子观测数据的比较将是进一步的研究方向。

参考文献

- [1] Xu Ronglan, Li Lei. Magnetospheric Particle Dynamic [M]. Beijing: Science Press, 2005. 1-20. In Chinese (徐荣栏, 李磊. 磁层粒子动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2005. 1-20)
- [2] Stormer F. The Polar Aurora [M]. Oxford: Oxford University Press, 1955
- [3] Smart D F, Shea M A, Fluckiger E O. Calculated vertical cutoff rigidities for the international space station during magnetically quiet times [J]. *Cosmic Ray*, 1999, **7**:398-401
- [4] Boberg P R, Tylka A, Kobel E. Geomagnetic transmission of solar energetic protons during the geomagnetic disturbances of October 1989 [J]. *Geophys. Res.*, 1995, **22**:1133-1136
- [5] Kress B T, Mertens C J, Wiltberger M. Solar energetic particle cutoff variations during the 29—31 October 2003 geomagnetic storm [J]. *Space Weather*, 2010, **8**, S05001, doi:10.1029/2010, 2009SW000488
- [6] Bhattacharyya B Mitra. Changes in cosmic ray cutoff rigidities due to secular variations of the geomagnetic field [J]. *Geophys.*, 1997, **15**:734-739
- [7] Ebihara Y, Kasahara S, et al. Simultaneous entry of oxygen ions originating from the Sun and Earth into the inner magnetosphere during magnetic storms [J]. *J. Geophys. Res.*, 2009, **114**, doi:10.1029/2009JA014120
- [8] Le Guiming, Kudela K, Xue Bingsen, et al. Changes of vertical cutoff rigidity of cosmic rays in Beijing during 1965—2000 [J]. *Prog. Nat. Sci.*, 2003, **13**(9):989-991. In Chinese (乐贵明, Kudela K, 薛炳森, 等. 1965—2000 年北京宇宙线台垂直截止至刚度的变化. 自然科学通报. 2003, **13**(9):989-991)
- [9] Tsyganenko A. Modeling the dynamics of the inner magnetosphere during strong geomagnetic storms [J]. *J. Geophys. Res.*, 2005, doi:10.1029/2004JA010798
- [10] Smart D F, Shea M A. A review of geomagnetic cutoff rigidities for Earth-orbiting spacecraft [J]. *Adv. Space Res.*, 2005, **36**:2012-2020
- [11] Cooke D J, Humble J E, Shea M A, et al. On cosmic-ray cut-off terminology [J]. *Nuovo Cimento*, 1991, **14**:213-234