

文章编号:1003-207(2011)05-0115-07

# 基于异质性顾客群的零售商补货及 反应性定价策略研究

徐 和,顿彩霞,邹旭霞

(华中科技大学管理学院,湖北 武汉 430074)

**摘要:**基于消费者对相似产品的不同支付意愿,研究了零售商补货及反应性定价策略。通过两阶段模型的建立和求解,找出反应性定价的规律并确定产品的补货量。归纳了在清仓定价(延迟定价的特例)和无延迟定价下零售商的定价和补货策略。借助数值仿真,讨论了市场波动性和产品接受度对最优决策及利润的影响并比较了不同定价模式(反应性定价、清仓定价、无延迟定价)的影响。

**关键词:**反应性定价;异质性市场;可替代产品

**中图分类号:**F274 **文献标识码:**A

## 1 引言

当前市场环境下,产品更迭速度加快、产品种类增多,终端顾客需求呈现个性化、异质化和波动性大的特点。零售企业在运营中面临如何更好匹配有限产品供给能力与波动性需求的问题。其通常采用灵活的运作和营销模式来调整产品供给量与需求的波动性,如延迟采购、可替代产品的联合补货等运作方式和价格促销、反应性定价等营销方法。对比孤立采用运作或者营销决策,零售企业在综合利用这两种模式时应如何协调这两个层面上的决策?各种环境因素(需求的波动性、产品的相似度)将如何影响这种协调的效果?在不同的营销定价策略(反应性定价、清仓定价、无延迟定价)下,零售企业的采购决策和利润将怎样变化?本文期望通过研究基于异质性顾客群的零售商补货及反应性定价策略回答上述问题,找出相应的管理启示。

产品的产量(生产量或采购量)策略与定价策略是当前国内外研究的重点。部分学者研究了在市场价格外生条件下可替代多产品的联合产量决策<sup>[4,8,9]</sup>。蔡连侨等(2003)<sup>[4]</sup>和金小伟等(2008)<sup>[8]</sup>分析了在不同替代方式下的可替代两产品系统的最

优产量问题。Netessine 和 Rudi(2003)<sup>[9]</sup>分别讨论了垄断和竞争两种环境下  $N$  个可替代产品的最优产量决策。本文在这部分研究的基础上,考虑了市场价格内生条件下的可替代多产品的产量与价格的联合决策。更多学者研究了产量和定价的联合策略。其中 Petruzzi 和 Dada(1999)<sup>[10]</sup>和 Aydin 和 Porteus(2008)<sup>[1]</sup>分别研究了在单产品和多产品环境下无延迟(决策时段在随机需求时)的产量和定价策略。区别于上述研究,本文针对异质性顾客群,考察了零售商的产量和延迟定价决策,并比较无延迟和延迟定价对零售商的影响。Van Mieghem 和 Dada(1999)<sup>[11]</sup>和 Granot 和 Yin(2008)<sup>[7]</sup>分别从单一厂商和供应链的角度考察了单一产品的价格延迟或产量延迟策略;而本文则针对多产品类型研究产品的产量和价格延迟策略。Chod 和 Rudi(2005)<sup>[3]</sup>和 Bish 等(2009)<sup>[2]</sup>分析了制造企业在敏捷生产能力的两种可替代的产品产量延迟和反应性定价问题。他们的研究忽略了顾客的异质性特点且假设厂商能延迟多产品的产量决策,而本文中零售商需要在随机需求环境下进行补货且顾客存在异质的产品偏好。另外,Debo 等(2005)<sup>[5]</sup>,王玉燕等(2006)<sup>[12]</sup>和徐峰等(2008)<sup>[13]</sup>考察了确定市场环境下原产品和再制造产品的产量和价格决策;Ferguson 和 Koenigsberg(2007)<sup>[6]</sup>分析了易变质的新旧产品间的产量和价格决策。与之区别的是,本文的研究对象为具备替代性的不同性能产品且我们综合考虑了零售商的补货与反应性定价问题,对比了不

收稿日期:2010-01-13;修订日期:2011-08-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70801029, 70901031);  
中央高校基本科研业务费专项资金资助  
(2011TS162)

作者简介:徐和(1978-),男(汉族),湖北武汉人,华中科技大学  
管理学院,副教授,研究方向:库存管理、供应链管理。

同定价方式对零售商的影响。

## 2 假设和问题描述

零售商采购两种可替代产品并在销售期进行销售。这两种产品在质量或性能等方面存在差异,其中高端产品和低端产品的边际采购成本分别为  $C_h$  和  $C_l$  且  $C_h > C_l$ 。消费者对产品的支付意愿存在异质性。市场规模  $M$  在销售期初为非负的随机变量,其概率密度和分布函数分别为  $f(\cdot)$  和  $F(\cdot)$ 。由于产品生产和运输的提前期较长,零售商需在市场规模随机的环境下进行补货(第一阶段)。随着销售期的临近,零售商会观测到市场规模的实际份额。以此为依据,零售商会根据需求特征及在库的产品量做出产品销售价格的决策以匹配供应与需求间的差异。其中高端产品与低端产品的售价分别表示为  $P_h$  与  $P_l$ (第二阶段)。

在本文中,我们做出如下假设:

(1)消费者对产品的支付意愿异质,其均匀分布在  $[0, V]$  上。均匀分布是研究消费者支付意愿异质性的常用假设,如 Ferguson 和 Koenigsberg (2007)<sup>[6]</sup>。该假设即反映消费者对产品的支付意愿不同,又能保证模型的可解性得到相应的管理启示。其中最大支付意愿  $V$  受到产品性能、消费者能力、地域经济因素等多方面的影响。由于产品质量不同,消费者对两种产品的接受度存在差异。定义  $q$  为消费者对低端产品的接受度,  $q \in (0, 1)$ 。如果某消费者对高端产品的支付意愿为  $\theta$ , 则其对低端产品的支付意愿为  $q\theta$  [6, 13]。

(2)消费者的净效用函数可表示为  $NU = \max(\theta$

$- P_h, q\theta - P_l, 0)$ , 其中各项分别表示购买高端产品、低端产品和不购买时的消费者净效用。消费者将根据净效用最大化的原则做出购买决策。

(3)销售价格需满足  $P_l \leq qP_h$ 。否则低端产品售价过高,消费者将不会选择低端产品,销售商将无法获得最大利润(任意  $P_l > qP_h$  的决策都劣于  $P_l = qP_h$  的决策)。

## 3 两阶段补货及定价模型

通过倒推的方法,我们将首先分析第二阶段,当市场规模和产品量给定条件下零售商的反应性定价决策;然后分析第一阶段在市场规模随机环境下零售商的补货策略。

### 3.1 第二阶段反应性定价模型

假定此时市场规模的实现值为  $m$ , 零售商通过补货所获得的两种产品数量为  $Q_h$  和  $Q_l$ 。则零售商的目标函数为:

$$\text{Max}_{P_h, P_l} \pi_2(P_h, P_l | M = m, Q_h, Q_l) = P_h D_h + P_l D_l \tag{1}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} D_h \leq Q_h \\ D_l \leq Q_l \end{cases}$$

$$\text{其中 } D_h = m(1 - \frac{P_h - P_l}{V(1-q)}), D_l = m \frac{qP_h - P_l}{Vq(1-q)},$$

分别代表购买两种产品的实际需求。通过对约束条件下的目标函数(1)的优化求解,可以得到以下结论:

定理一 第二阶段厂商的最优反应性定价策略如表 1 所示:

表 1 第二阶段反应性定价策略

条件	$D_h$	$D_l$	$P_h$	$P_l$
$Q_h \geq \frac{m}{2}, Q_l \geq 0$	$\frac{m}{2}$	0	$\frac{V}{2}$	$\frac{qV}{2}$
$0 \leq Q_h < \frac{m}{2}, Q_h + Q_l > \frac{m}{2}$	$Q_h$	$\frac{m}{2} - Q_h$	$V \frac{(2-q)m - 2(1-q)Q_h}{2m}$	$\frac{qV}{2}$
$Q_h + Q_l \leq \frac{m}{2}, Q_h, Q_l \geq 0$	$Q_h$	$Q_l$	$V \frac{m - Q_h - qQ_l}{m}$	$qV \frac{m - Q_h - Q_l}{m}$

定理一表明当市场规模较小时,零售商仅销售高价值的高端产品并放弃低端产品市场,同时其通过保留一定的高端产品以获得较高零售价;当市场规模中等时,零售商同时销售高、低端产品并对高端产品进行清货处理,同时保留一定的低端产品以避免两产品间的过度竞争;当市场规模较大时,零售商通过清货策略同时销售高、低端产品。另外随着

市场规模的扩大(需求量的增加),零售商将凭借其垄断地位同时提高两种产品的销售价格以获取更大的利润。

### 3.2 第一阶段两产品补货模型

在本阶段零售商需在随机市场规模环境中确定各产品的补货量  $Q_h$  与  $Q_l$  以最大化两阶段的期望利润。零售商的期望利润可表示为:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{Q_h, Q_l} \pi_1(Q_h, Q_l) &= E[\pi_2(P_h, P_l | M=m, Q_h, Q_l)] - C_h Q_h - C_l Q_l \\ &= \int_0^{2Q_h} \frac{mV}{4} f(m) dm + \int_{2Q_h}^{2(Q_h+Q_l)} V[(1-q)Q_h(1-\frac{Q_h}{m}) + \frac{qm}{4}] f(m) dm \\ &\quad + \int_{2(Q_h+Q_l)}^{+\infty} V[(Q_h+qQ_l) - \frac{1}{m}(Q_h^2 + 2qQ_hQ_l + qQ_l^2)] f(m) dm - C_h Q_h - C_l Q_l \end{aligned} \quad (2)$$

定理二 函数  $\pi_1(Q_h, Q_l)$  是关于  $Q_h$  与  $Q_l$  的联合凹函数。其一阶条件为:

$$V(1-q) \int_{2Q_h}^{+\infty} (1 - \frac{2Q_h}{m}) f(m) dm = C_h - C_l \quad (3)$$

$$qV \int_{2(Q_h+Q_l)}^{+\infty} (1 - \frac{2(Q_h+Q_l)}{m}) f(m) dm = C_l \quad (4)$$

零售商的最优补货量  $Q_h^*$  和  $Q_l^*$  可表示为:

(1) 当  $q \leq \frac{C_l}{C_h}$  时,  $Q_l^* = 0, Q_h^*$  由(3)式唯一确定;

(2) 当  $\frac{C_l}{C_h} < q < 1 - \frac{C_h - C_l}{V}$  时,  $Q_l^*$  和  $Q_h^*$  由(3)

和(4)式唯一确定;

(3) 当  $q \geq 1 - \frac{C_h - C_l}{V}$  时,  $Q_h^* = 0, Q_l^*$  由(4)式唯一确定。

定理二说明由于利润函数的联合凹性质, 零售商的最优补货量可以唯一确定。当消费者对低端产品的接受度低(产品差异巨大)时, 零售商仅对高端产品补货; 反之, 当消费者对低端产品的接受度高(产品差异很小)时, 零售商仅对低端产品补货; 当消费者对低端产品的接受度适中(产品具有一定差异)时, 零售商会同同时对两种产品补货。在后文中, 我们仅考虑产品具有适当差异(即  $\frac{C_l}{C_h} < q < 1 - \frac{C_h - C_l}{V}$ ) 的情况。在该种环境下, 零售商将同时对两产品补货。

#### 4 清仓定价和无延迟定价模型

在本节中, 我们考察延迟定价中一种特殊定价方式(清仓定价)和无延迟定价这两种不同的定价方式。在实践中, 零售商从简化定价模式, 消灭库存的角度出发可能采用清仓定价的方式来销售产品或者零售商由于信息技术的落后可能无法及时掌握需求的实时信息, 其定价决策只能在随机需求的环境下做出无延迟定价策略。我们期望比较第三节中的延迟定价的反应性定价方式与清仓定价和无延迟定价方式的区别, 以及各种环境因素(需求的波动性、产

品的相似度)对利润的影响。如果零售商需要付出一定成本(如信息系统费用, 管理人员费用, 变更价格费用)以获取反应性定价的方式, 通过本研究零售商可以了解到在何种环境因素下更应采用反应性定价。在本节中, 我们将分别给出清仓定价和无延迟定价的模型及相关性质, 并在下一节进行环境因素的敏感度分析, 比较三种不同定价方式对零售商利润和产量的影响。

##### 4.1 清仓定价模型

在本定价模式下, 零售商仍面临两阶段的决策问题。在市场规模未知的条件下, 零售商需做出对两种产品的补货决策; 在第二阶段当市场规模确定的条件下, 其会采用清仓定价的方式, 完全清除各产品的数量(即第二阶段  $D_h = Q_h, D_l = Q_l$ )。零售商的利润函数可以表示为:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{Q_h, Q_l} \pi_1^c(Q_h, Q_l) &= \int_0^{+\infty} V[Q_h(1 - \frac{Q_h + qQ_l}{m}) + qQ_l(1 - \frac{Q_h + Q_l}{m})] f(m) dm - C_h Q_h - C_l Q_l \\ &= V[(Q_h + qQ_l) - (Q_h^2 + 2qQ_hQ_l + qQ_l^2)] \int_0^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm - C_h Q_h - C_l Q_l \end{aligned}$$

可以证明零售商的利润函数为关于  $Q_h$  和  $Q_l$  的联合凹函数。其最优补货量可以表示为:

$$Q_h = \frac{V(1-q) - (C_h - C_l)}{2V(1-q) \int_0^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm}$$

$$Q_l = \frac{qC_h - C_l}{2V(1-q) \int_0^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm}$$

##### 4.2 无延迟定价模型

在本定价模式下, 零售商需要在市场规模未知的环境下同时做出补货及定价策略。我们假设: 支付意愿高的消费者在高端产品缺货的情况下会购买低端产品, 而支付意愿低的消费者在低端产品缺货的情况下不会购买高端产品。零售商的利润函数可写为:

$$\begin{aligned} \pi^s(Q_h, Q_l, P_h, P_l) &= P_h E \min(Q_h, D_h) + P_l E \min(Q_l, D_l) + P_l E \min[(D_h - Q_h)^+, (Q_l - D_l)^+] \\ &\quad - C_h Q_h - C_l Q_l. \end{aligned}$$

在给定  $P_h, P_l$  的情况下, 可以证明目标函数  $\pi^s$  是  $Q_h, Q_l$  的联合凹函数。由于利润函数的复杂性, 我们不在此详细描述该函数的一阶条件。下一节中, 我们会用数值计算的方式去比较各种不同的定价方式。

### 5 数值分析

本节将分析并比较在不同需求波动性和产品相似度的情况下,零售商采用反应性定价、清仓定价和无延迟定价策略对产品补货量及利润的影响。假定零售商的市场规模  $M$  服从正态分布,其均值为  $\mu$ , 标准差为  $\sigma$ 。产品的单位采购成本  $C_h = 20, C_l = 10$ 。

#### 5.1 市场规模的波动性的影响

取市场规模的均值  $\mu = 600$ , 产品相似度  $q = 0$ 。分别比较了在顾客支付意愿最大值 ( $V$ ) 不同时, 当市场规模的波动性增大 ( $\sigma = 90, 120, 150$ ) 情况下, 零售商在三种定价策略下的补货量和利润。其结果如表 2 和 3 所示。

表 2 不同方差下零售商补货量(三种定价模式)比较

意愿	方差	反应性定价			清仓定价			无延迟定价		
		$Q_h$	$Q_l$	$Q_h + Q_l$	$Q_h$	$Q_l$	$Q_h + Q_l$	$Q_h$	$Q_l$	$Q_h + Q_l$
60	90	170.9	41.3	212.2	170.9	40.7	211.6	164.3	51.5	215.8
	120	168.0	42.4	210.4	167.3	39.8	207.1	160.1	55.8	215.9
	150	164.9	44.2	209.1	161.4	38.4	199.8	156.0	59.1	215.1
100	90	221.1	27.2	248.3	219.7	24.4	244.1	227.6	38.0	265.6
	120	219.4	29.8	249.2	215.1	23.9	238.9	228.3	42.3	270.6
	150	218.8	32.7	251.5	207.2	23.0	230.2	229.2	46.5	275.6
140	90	243.9	21.9	265.8	240.6	17.4	258.0	259.1	31.3	290.4
	120	244.7	24.9	269.6	235.5	17.1	252.6	264.0	34.8	298.8
	150	246.4	28.0	274.4	227.2	16.5	243.7	267.4	40.7	308.1

表 2 表明,随着市场波动性的增大,无延迟定价灵活性的零售商只能通过增加产品的补货量来抵御市场风险。在顾客支付意愿较低 ( $V = 60$ ) 时,其增加低端产品的补货量并降低高端产品的订货量(利用高端顾客的产品替代行为)的方式来抵御市场风险;在顾客支付意愿高 ( $V = 100, 140$ ) 时,其通过同时增加各产品的补货量的方式来抵御市场风险并使其补货量增加。与之对应,清仓定价在波动性增大的情况下,同时消减各产品的补货量以保证获取较高的清货价格并导致其补货总量递减。具有反应性定价灵活性的零售商,在顾客支付意愿较低 ( $V = 60, 100$ ) 时,采取减少高端产品补货量并增加低端产品补货量的方式来降低机会成本和超储成本以抵御市场风险;在顾客支付意愿高 ( $V = 100$ ) 时,其倾

向于利用反应性定价的灵活性,提高产品的销售量来获取更高的利润,故同时增加各类产品的补货量。

我们同时比较了在不同顾客支付意愿条件下,企业采用三种不同定价模式所能获得的利润。表 3 显示,随着市场环境的恶劣(波动性的增加),三种定价模式下零售商的利润都会降低,且延迟定价的灵活性总能使零售商获取额外的利润。反应性定价在市场波动性越大的环境下的优势(对比清仓定价和无延迟定价)越明显。故零售商在市场波动较小的环境中,可以采用清仓定价的方式来简化定价难度,降低管理成本;在波动性较大的环境中,需采用反应性定价的方式(尽管可能需要付出相当的成本以实现这种定价方式)以更好抵御市场风险。

表 3 不同方差下零售商利润(三种定价模式)比较

意愿	方差	反应性定价			清仓定价		无延迟定价	
		$\pi_1$	$\pi_1 - \pi_l$	$\frac{\pi_1 - \pi_l}{\pi_1}$	$\pi_l$	$\pi_l - \pi_1$	$\frac{\pi_l - \pi_1}{\pi_l}$	$\pi_1$
60	90	3947.6	370.0	9.4%	3946.1	368.5	9.3%	3577.5
	120	3874.7	450.0	11.6%	3862.9	438.2	11.3%	3424.7
	150	3785.4	512.4	13.5%	3727.0	454.0	12.2%	3273.0
100	90	9415.1	556.4	5.9%	9397.4	538.7	5.7%	8858.7
	120	9273.4	667.3	7.1%	9199.2	593.1	6.4%	8606.1
	150	9112.3	757.4	8.3%	8863.0	508.1	5.7%	8354.9
140	90	15136.7	650.8	4.3%	15081.1	595.2	3.9%	14485.9
	120	14946.4	777.6	5.2%	14763.4	594.6	4.0%	14168.8
	150	14736.7	883.3	6.0%	14243.8	390.4	2.7%	13853.4

5.2 产品相似度的影响

取市场规模的均值  $\mu=600$  , 标准差  $\sigma=120$  。  
分别比较了在顾客支付意愿最大值 ( $V$ ) 不同时, 当

产品差异缩小 ( $q=0.55, 0.7, 0.8$ ) 情况下, 零售商在  
三种定价策略下的补货量和利润。其结果如表 4 和  
5 所示。

表 4 不同相似度下零售商补货量(三种定价模式)比较

意愿	差异	反应性定价			清仓定价			无延迟定价		
		$Q_h$	$Q_l$	$Q_h+Q_l$	$Q_h$	$Q_l$	$Q_h+Q_l$	$Q_h$	$Q_l$	$Q_h+Q_l$
60	0.55	181.7	20.6	202.3	180.5	19.3	199.8	177.4	26.9	204.3
	0.7	127.6	95.9	223.5	127.4	91.0	218.4	112.6	121.6	234.2
	0.8	47.8	185.9	233.7	47.8	179.2	227.0	35.4	212.7	248.1
100	0.55	228.9	14.6	243.5	223.0	11.6	234.6	242.0	20.6	262.6
	0.7	193.0	66.0	259.0	191.1	54.6	245.7	192.9	91.0	283.9
	0.8	143.6	123.2	266.8	143.3	107.5	250.8	129.9	165.8	295.7
140	0.55	252.4	12.2	264.6	241.2	8.3	249.5	275.6	16.9	292.5
	0.7	223.4	54.5	277.9	218.5	39.0	257.5	233.9	77.1	311.0
	0.8	185.7	99.0	284.7	184.3	76.8	261.1	181.7	138.2	319.9

表 4 表明, 随着低端产品质量的提高, 无论在  
哪种定价方式下, 零售商都会采用减少高端产品补  
货量并提高低端产品补货量的方法。不同的是(对比  
三种定价方式): 无延迟定价的零售商倾向较多的  
总补货量来抵御需求风险; 清仓定价的零售商出于  
消除库存、提高清仓价格的目的, 使用较少的总补  
货量; 反应性定价则通过适当增加总补货量的方式即  
保证了产品的供应, 又保证了较高的零售价格。

在表 5 中, 我们对比了在零售商所销售的两种  
产品差异度不同的环境下, 零售商采用三种不同定  
价模式所能获得的利润。如表 5 所示, 随着低端产  
品质量的提高, 企业的利润都会得到相应的提升。  
我们发现价格延迟的灵活性在两产品存在较大差异  
的情况下 ( $q$  值较小时) 作用更加显著。故零售商在  
销售具有较大差异的可替代产品时, 更应该采取反  
应性定价的方式。

表 5 不同相似度下零售商利润(三种定价模式)比较

意愿	差异	反应性定价			清仓定价		无延迟定价	
		$\pi_1$	$\pi_1 - \pi_l$	$\frac{\pi_1 - \pi_l}{\pi_1}$	$\pi_l$	$\pi_l - \pi_1$	$\frac{\pi_l - \pi_1}{\pi_l}$	$\pi_l$
60	0.55	3842.6	460.1	12.0%	3832.8	450.3	11.7%	3382.5
	0.7	4024.2	408.7	10.2%	4005.2	389.6	9.7%	3615.6
	0.8	4390.6	348.1	7.9%	4360.7	318.3	7.3%	4042.5
100	0.55	9250.9	676.9	7.3%	9179.2	605.2	6.6%	8574.0
	0.7	9376.8	625.8	6.7%	9282.6	531.6	5.7%	8751.0
	0.8	9619.2	541.0	5.6%	9495.9	417.7	4.4%	9078.2
140	0.55	14927.5	785.6	5.3%	14750.5	608.5	4.1%	14141.9
	0.7	15031.9	741.8	4.9%	14824.4	534.3	3.6%	14290.1
	0.8	15226.9	663.4	4.4%	14976.7	413.3	2.8%	14563.4

6 结语

本文研究了零售商在面对随机性异质消费群体  
时的联合补货及反应性定价策略。通过构建和求解  
两阶段补货和定价模型, 文章找出了反应性定价的  
规律并确定各产品的最优补货量。借助数值仿真,  
本文比较了在不同定价模式(反应性定价、清仓定  
价、无延迟定价)下, 零售商的补货量和利润的差别。  
价格延迟的灵活性总能提高零售商的利润; 当执行  
延迟定价需要付出相应成本时, 零售商应在需求波

动性大、产品质量差距较明显时采用反应性定价。  
无延迟定价会导致零售商提高低端产品的补货量而  
清仓定价方式会使零售商同时减少各产品的补货  
量。

需要指出的是, 本文仅研究了短生命周期的两  
产品补货及定价策略。现实中, 零售商所销售的产  
品数量较多且产品可能会在多时段进行销售。因此  
多产品的联合补货及多周期的定价销售模型是将来  
的一个可扩展研究方向。此外, 本文仅考虑了垄断  
零售商的补货及定价策略。因此竞争环境下的补货

及定价策略值得将来进一步研究。

参考文献:

[1] Aydin, G., Porteus, E. L.. Joint inventory and pricing decisions for an assortment [J]. Operations Research, 2008, 56:1247-1255.

[2] Bish, E., Liu, J., Suwandechochai, R.. Optimal capacity, product substitution, linear demand models, and uncertainty [J]. The Engineering Economist, 2009, 54: 109-151.

[3] Chod, J., Rudi, N.. Resource flexibility with responsive pricing [J]. Operations Research, 2005, 53(3): 532-548.

[4] 蔡连侨, 陈剑, 严厚名. 可替代产品的库存模型研究(I): 最优订货量[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 6: 63-68.

[5] Debo, L. G., Toktay, L. B., Van Wassenhove, L.. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products [J]. Management Science, 2005, 51(8):1193-1205.

[6] Ferguson, M. E., Koenigsberg, O.. How should a firm manage deteriorating inventory? [J] Production and Operations Management, 2007, 16(3):306-321.

[7] Granot, D., Yin, S. Y.. Price and order postponement in a decentralized newsvendor model [J]. Operations Research, 2008, 56(1):121-139.

[8] 金小伟, 刘大成, 王海英, 房乐. 基于主动替代策略的单周期两种产品库存模型[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 48(2):302-304.

[9] Netessine, S., Rudi, N.. Centralized and competitive inventory models with demand substitution [J]. Operations Research, 2003, 51(2):329-335.

[10] Petruzzzi, N. L., Dada, M.. Pricing and the newsvendor model: A review with extensions [J]. Operations Research, 1999, 47(2): 183-194.

[11] Van Mieghem, J. A., Dada, M.. Price versus production postponement: Capacity and competition [J]. Management Science, 1999, 45(12):1631-1649.

[12] 王玉燕, 李帮义, 申亮. 供应链、逆向供应链系统的定价策略模型 [J]. 中国管理科学, 2006, 14(4): 40-45.

[13] 徐峰, 盛昭涵, 陈国华. 基于异质性消费群体的再制造产品的定价策略研究 [J]. 中国管理科学, 2008, 16(6):130-136.

附录

定理一证明: 目标函数(1)可以化为

$$\begin{aligned} \text{Max}_{D_h, D_l} \pi_2(D_h, D_l | M=m, Q_h, Q_l) &= P_h D_h + P_l D_l \\ \text{s. t. } D_h \leq Q_h, D_l \leq Q_l, D_h \geq 0, D_l \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{其中 } P_h = V(1 - \frac{D_h + qD_l}{m}),$$

$$P_l = qV(1 - \frac{D_h + D_l}{m}).$$

其 Hessian 矩阵为  $\begin{pmatrix} -\frac{2V}{m} & -\frac{2qV}{m} \\ -\frac{2qV}{m} & -\frac{2qV}{m} \end{pmatrix}$  为负定矩阵。故

目标函数是  $D_h, D_l$  的凹函数。其拉格朗日函数为:

$$L(D_h, D_l, \lambda) = VD_h(1 - \frac{D_h + qD_l}{m}) + qVD_l(1 - \frac{D_h + D_l}{m})$$

$$+ \lambda_1(Q_h - D_h) + \lambda_2(Q_l - D_l) + \xi_1 D_h + \xi_2 D_l.$$

Karush-Kuhn-Tucker 条件如下:

$$\frac{\partial L}{\partial D_h} = V[1 - \frac{2}{m}(D_h + qD_l)] - \lambda_1 + \xi_1 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial D_l} = qV[1 - \frac{2}{m}(D_h + D_l)] - \lambda_2 + \xi_2 = 0,$$

$$\lambda_1(Q_h - D_h) = 0, \lambda_2(Q_l - D_l) = 0, \xi_1 D_h = 0, \xi_2 D_l = 0$$

$$\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \xi_1 \geq 0, \xi_2 \geq 0.$$

求解该问题的拉格朗日函数可得表 1 中的相关结论。

定理二证明: (2)式分别对  $Q_h, Q_l$  求导可得:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_h} = V(1-q) \int_{\frac{2}{2Q_h+Q_l}}^{2(Q_h+Q_l)} f(m) dm - 2Q_h V(1-q) \int_{\frac{2}{2Q_h+Q_l}}^{2(Q_h+Q_l)}$$

$$\frac{1}{m} f(m) dm + V \int_{\frac{2}{2Q_h+Q_l}}^{+\infty} f(m) dm$$

$$- 2V(Q_h + qQ_l) \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm - C_h$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_l} = qV \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} f(m) dm - 2qV(Q_h + Q_l) \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m} f$$

$$(m) dm - C_l$$

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h^2} = -2V(1-q) \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{2(Q_h+Q_l)} \frac{1}{m} f(m) dm - 2V \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m}$$

$$f(m) dm < 0.$$

其 Hessian 矩阵为  $\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h^2} & \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h \partial Q_l} \\ \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_l \partial Q_h} & \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_l^2} \end{pmatrix}$ .

$$\text{由于 } \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h^2} < 0, \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_l^2} < 0$$

$$\text{且 } \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h^2} \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_l^2} - \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_h \partial Q_l} \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial Q_l \partial Q_h}$$

$$= (-2qV \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm) [-2V(1-q) \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{2(Q_h+Q_l)} \frac{1}{m} f$$

$$(m) dm - 2V(1-q) \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm]$$

$$= 4q(1-q)V^2 \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{+\infty} \frac{1}{m} f(m) dm \int_{\frac{2}{2(Q_h+Q_l)}}^{2(Q_h+Q_l)} \frac{1}{m} f(m) dm]$$

$$> 0$$

故  $\pi_1(Q_h, Q_l)$  是  $Q_h$  与  $Q_l$  的联合凹函数。检查其一阶条件

式(3)和(4)式并根据函数  $\int_x^{+\infty} (1 - \frac{x}{m}) f(m) dm$  是  $x$  的减函数的

性质,我们可以得出定理二的结论。

## The Retailer's Optimal Replenishment and Responsive Pricing Strategies in a Heterogeneous Market

XU He, DUN Cai-xia, ZOU Xu-xia

(School of Management, HUST, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** This article investigates the retailer's optimal replenishment and responsive pricing strategies in a heterogeneous market where consumers have various utilities over similar products. We find the optimal pricing and replenishment quantities in analyzing a two-stage model. We also demonstrate the replenishment strategies when the retailer adopts market clearance price (a special case of price postponement) or no-postpone price. Through numerical examinations, we explore the effects of different parameters on the retailer's replenishment quantities and profit in these different pricing modes (responsive, clearance and non-postpone pricing).

**Key words:** responsive pricing; heterogeneous; substitutable.