

文章编号: 1003-207(2011)04-0009-08

部分信息下实物期权的定价和风险对冲

杨金强^{1,2}, 杨招军¹

(1. 湖南大学金融与统计学院, 湖南 长沙 410079; 2. 上海财经大学金融学院, 上海 200433)

摘要:当前所有实物期权理论研究都是基于完全信息(full information)假设。本文则通过研究投资者在部分信息(partial information)下极大化无限期消费效用的最优投资消费问题, 得出实物期权的消费效用无差别价格。通过控制系统的分离原理, 运用 Kalman 滤波技术和随机控制方法, 得到了 CARA 效用函数情形下实物期权的自由边界偏微分方程。利用有限差分法, 解得实物期权的隐含价值及最优执行水平从而得到最优投资消费策略和效用函数的数值解。通过蒙特卡洛模拟, 给出了投资者在完全信息和部分信息下的动态决策差异, 并且通过比较两种信息水平下的投资者福利给出了信息价值的测算。

关键词:实物期权; 部分信息; Kalman 滤波; 信息价值

中图分类号:D53; C61; C63 **文献标识码:**A

1 引言

当前金融危机根源在哪里存在着多种不同看法, 但一个不可忽视的原因是: 金融机构当前大量使用的定价方法和风险管理技术存在严重缺陷。例如, 基于“完备市场假设”的 Black-Scholes (BS) 期权理论如今在金融机构中仍然广泛应用, 然而“完备市场假设”在实际中并不可行。事实上, BS 价格常常存在严重偏差, 以 BS 价格为基础的风险对冲往往导致显著的对冲误差, 风险管理绩效可想而知。

实物期权(real option)概念最早由 Myers (1977) 提出^[1], 上世纪 90 年代以来引起了学术界和实务界不断增长的兴趣, 如 Mello 和 Parsons (1992) 为代表的学者研究了负债代理下企业单项目的投资行为^[2], Leland (1998) 解决了内生的公司破产机制、资本结构、代理成本和风险管理等问题^[3], 而彭程和刘星 (2006) 探析企业多元化投资行为^[4], 樊霞和刘西林 (2006) 则对基于实物期权的项目组合投资决策进行了研究^[5]。

然而, 上述研究都是基于完全信息, 即投资者能

够观测到项目收益过程中的随机噪声源和收益的增长率, 显然这是不合理的。例如, Rogers (2001) 表明漂移系数(增长率)的不确定性风险远远超过来自离散对冲策略产生的风险^[6]。Nagai 和 Peng (2002) 研究了风险敏感型控制问题^[7], Monoyios (2007) 对误估参数带来的风险进行了深入的研究^[8], 故研究部分信息下期权定价理论具有重要的价值。纵观国内外研究现状, 仅 D camps 和 Mariotti 等 (2005) 以及 Klein (2007, 2009) 考虑了部分信息下实物期权的定价问题^[9-11], 然而他们假设项目收益率的估计只服从两点分布, 且在风险中性下对实物期权进行定价。而实际上, 增长率估计值服从两点分布和非完备市场下投资者具有风险中性态度的假设的优点是便于模型计算, 但并不具有经济学的合理性。对此, 本文在项目收益率的估计值服从正态分布的假定下, 运用由 Hodges 和 Neuberger (1989) 倡导的效用无差别定价原理^[12], 对实物期权进行定价, 这在国内外尚属首次。值得一提的是, 尽管 Monoyios (2008) 也曾考虑了“部分信息”与“效用无差别”模型的结合, 但它仅适合研究结算时刻固定的资产定价, 其结论和方法不适合分析美式期权和实物期权^[13]。

在数值求解方面本文也克服了一些技术难题, 部分信息增加了原控制问题的状态变量和微分方程的维数, 如 Miao 和 Wang (2007) 的自由边界常微分方程在考虑部分信息情况下变成了自由边界偏微分方程^[14], 而自由边界偏微分方程的求解并没有一套具体的方法。本文则通过有限差分法和尝试法相结

收稿日期: 2010-01-27; 修订日期: 2011-06-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(70971037); 教育部博士点基金课题(20100161110022); 湖南省研究生科研创新项目(CX2009B064)

作者简介: 杨金强(1983-), 男(汉族), 河北衡水人, 湖南大学金融与统计学院博士研究生, 上海财经大学金融学院助理教授, 研究方向: 数理金融、金融工程。

合的办法解决了自由边界偏微分方程,从而得到了实物期权的隐含价值和最优执行阈值,而且还通过蒙特卡洛模拟描述了投资者在完全信息和部分信息下的动态决策差异,并通过比较两种信息水平下的投资者福利给出了相应的信息价值的测算。这些结果不仅丰富了实物期权定价的基础理论,而且继 Rogers(2001)和 Nagai 等(2002)以及 Monoyios(2007)之后^[6-8],进一步验证了部分信息下最优投资和风险管理问题的研究具有重要的理论意义和实际价值。

2 假设与建模

假设投资者具有 Merton(1971)类型的标准金融投资机会^[15],即无风险资产及一个风险资产(或风险投资组合),其中无风险利率为常数 r ,投资组合在 t 时刻的价格过程 P_t 服从几何布朗运动:

$$dP_t/P_t = vdt + \beta dZ_t^1 \tag{1}$$

其中 v 与 β 为常量,分别表示风险资产的回报率与波动率, Z_t^1 是标准布朗运动。则可得市场风险价格为 $\eta = (v - r)/\beta$ 。同时假设投资者还拥有一个项目的投资机会(实物期权),其收益过程 X_t 也服从几何布朗运动:

$$dX_t/X_t = \mu dt + \sigma dZ_t^2 \tag{2}$$

其中 μ 与 σ 为常量,分别表示项目收益的回报率与波动率, Z_t^2 是标准布朗运动,且它与 Z_t^1 的相关系数为 $|\rho| \leq 1$ (若 $|\rho| = 1$ 表示市场是完备的),记信息流

$$\begin{aligned} F_t &= \sigma(Z_u^1, Z_u^2; 0 \leq u \leq t), \\ G_t &= \sigma(P_u, X_u; 0 \leq u \leq t) \end{aligned} \tag{3}$$

投资者在无限期的消费效用函数为:

$$E\left(\int_0^\infty e^{-\pi t} U(C_t) dt\right) \tag{4}$$

其中, C 表示投资者单位时间内的消费数量。在任意 τ 时刻实施投资(执行期权)时,投资成本为 I , 一次性收益为 X_τ , 相应的财富增量为 $X_\tau - I$ 。

3 完全信息情况

3.1 最优条件

假设投资者可获取完全信息流 $\{F_t\}_{0 \leq t \leq \tau}$, 定义 W_t 为 t 时刻投资者的流动性财富,则它满足下面的动态过程:

$$dW_t = [v\pi_t W_t + r(1 - \pi_t)W_t - C_t]dt + \beta\pi_t W_t dZ_t^1 \tag{5}$$

其中, π_t 表示 t 时刻风险资产的价值占流动性

财富的比例。于是投资者在执行期权之后的最大化消费效用的策略为如下随机控制问题的解:

$$V^0(w) = \max_{C_t, \pi_t} E\left(\int_0^\infty e^{-\pi t} U(C_t) dt \mid W_0 = w\right). \tag{6}$$

而投资者在执行期权之前任意时刻 t 的目标函数为:

$$V(W_t, X_t; \mu) = \max_{(C_t)} E\left(\int_t^\tau e^{-r(u-t)} U(C_u) du + e^{-r(\tau-t)} V^0(W_\tau + X_\tau - I) \mid F_t\right) \tag{7}$$

其中, $W_\tau + X_\tau - I$ 为期权执行之后时刻投资者的流动性财富。以下除特别声明函数 $V(\cdot, \cdot; \mu)$ 简记为 $V(\cdot, \cdot)$, 它满足 HJB 方程:

$$\begin{aligned} rV(w, x) &= \max_c U(c) + (v\pi w + r(1 - \pi)w - c)V_w(w, x) + \frac{\beta^2 \pi^2 w^2}{2} V_{ww}(w, x) + \mu x V_x(w, x) \\ &+ \frac{\sigma^2 x^2}{2} V_{xx}(w, x) + \rho\beta\pi w \sigma x V_{wx}(w, x) \end{aligned} \tag{8}$$

在执行期权前后它应满足价值匹配条件(value-match condition), 即:

$$V(w, x) = V^0(w + x - I) \tag{9}$$

同时还应该满足如下的平滑粘性条件(smooth-pasting condition):

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(w, x)}{\partial x} \Big|_{x = \bar{x}(w)} &= \frac{\partial V^0(w + x - I)}{\partial x} \Big|_{x = \bar{x}(w)}, \\ \frac{\partial V(w, x)}{\partial w} \Big|_{x = \bar{x}(w)} &= \frac{\partial V^0(w + x - I)}{\partial w} \Big|_{x = \bar{x}(w)} \end{aligned} \tag{10}$$

3.2 在 CARA 类型效用函数下模型的解

在本文中我们采用 CARA 类型的效用函数,令 $U(c) = -\exp(-\gamma c)/\gamma$ (γ 为风险厌恶参数), 这样可以消除财富水平对期权价格的影响,利用经典的 Merton(1971)^[15] 结果可得执行期权之后的最优投资消费行为下的期望效用函数为:

$$V^0(w) = -\frac{1}{\gamma} \exp\left[-\gamma \left(w + \frac{\eta^2}{2\gamma^2}\right)\right] \tag{11}$$

相应的最优投资消费策略为:

$$\pi^*(w) = \eta/(\gamma\beta w), \quad c^*(w) = rw + \eta^2/(2\gamma) \tag{12}$$

通过猜测验证的方法,可以得到价值函数的形式为:

$$V(w, x) = -\frac{1}{\gamma} \exp\left[-\gamma \left(w + g(x) + \frac{\eta^2}{2\gamma^2}\right)\right] \tag{13}$$

其中, $g(x)$ 可以理解为完全信息下项目投资机会的消费效用无差别价格,也即完全信息下实物期权的隐含价值。把代入,化简得:

$$rg(x) = (\mu - \rho\sigma\eta)xg_x(x) + \frac{\sigma^2 x^2}{2}g_{xx}(x) - \frac{\gamma r(1-\beta)}{2}(\sigma_x g_x(x))^2 \quad (14)$$

且边界条件为:

$$g(x) = x - I, g_x(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \quad (15)$$

其中 x 表示期权的最优执行阈值(水平)。同时可得执行期权前, 投资者的最优投资消费策略为:

$$\begin{aligned} \pi^*(w, x) &= \frac{\eta - \gamma r \rho \sigma_x g_x(x)}{\gamma r \beta w}, \\ c^*(w, x) &= r \left[w + g(x) + \frac{\eta^2}{2\gamma r^2} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

4 部分信息情况

4.1 Kalman 滤波估计

首先对项目收益增长率进行参数估计。部分信息情况下投资者只掌握了项目收益 X_t 产生的信息流 $\{G_t\}_{0 \leq t < \infty}$, 理论上可证: 由部分信息可以精确算出扩散过程的扩散系数(波动率)和两扩散过程的相关系数, 但对漂移系数只能得到精度不高的估计。并且为了简化问题, 我们假设市场风险价格 η 是已知的, 否则, 如对市场上的风险投资组合的参数进行估计, 又会增加实物期权价值方程的维数, 大大复杂了原问题。在这里我们利用 Liptser 和 Shirayev (1977) 的结论^[16], 导出项目收益的增长率 $\{\mu_t\}_{0 \leq t < \infty}$ 的 kalman 滤波估计。记 $\mu(t, X_t) \equiv E[\mu | G_t]$, $s_t \equiv E[(\mu - \mu(t, X_t))^2 | G_t]$ 。于是有:

引理 1 假设式定义的随机过程 $\{\mu, X_t\}_{0 \leq t < \infty}$ 的条件分布 $P(\mu \leq Y | G_0)$ 为正态分布 $N(\mu_0, s_0)$, 且存在常数 c_1, c_2 , 使得 $0 < c_1 < \sigma_t < c_2$ 几乎处处成立, 则有

$$\begin{aligned} d\mu(t, X_t) &= \frac{s_t}{\sigma^2} \left[\frac{dX_t}{X_t} - \mu(t, X_t) dt \right], \\ ds_t &= -\frac{s_t^2}{\sigma^2} dt \end{aligned} \quad (17)$$

(证明见 Liptser 和 Shirayev (1977) 的定理 12.1^[16])。对式求解得:

$$\begin{aligned} \mu(t, X_t) &= \left[\frac{\mu_0}{s_0} + \frac{t}{2} + \frac{1}{\sigma^2} \log \left(\frac{X_t}{X_0} \right) \right] s_t, \\ s_t &= \frac{s_0 \sigma^2}{s_0 t + \sigma^2} \end{aligned} \quad (18)$$

(证明见蔡艳萍和杨招军(2007)的定理 1^[17])。定义新息过程, 其微分为:

$$dZ_t^2 \equiv \frac{1}{\sigma} \left[\frac{dX_t}{X_t} - \mu(t, X_t) dt \right] \quad (19)$$

由滤波理论, 过程 $Z = \{Z_t^2\}_{0 \leq t < \infty}$ 关于概率 P 及信息流 $\{G_t\}_{0 \leq t < \infty}$ 为布朗运动。原方程式变为:

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu(t, X_t) dt + \alpha dZ_t^2, \quad d\mu(t, X_t) = \frac{s_t}{\sigma} dZ_t^2 \quad (20)$$

4.2 最优条件

因为项目的收益是一次性回报形式, 所以当执行期权以后, 投资者的价值函数在部分信息和完全信息两种情况下是相同的。然而, 与完全信息不同, 因滤波估计 $\mu(t, X_t)$ 还随着时间 t 变化, 故在执行投资之前任意时刻 t , 部分信息下的价值函数还与时间 t 有关, 具体为:

$$\begin{aligned} J(W_t, X_t, t) &= \max_u \left(\int_t^{\infty} e^{-r(u-t)} U(C_u) du \right. \\ &\left. + e^{-r(\tau-t)} V^0(W_{W_{\tau} + X_{\tau-t}}) | G_t \right) \end{aligned} \quad (21)$$

因为 s 只是关于时间 t 的函数, μ 是关于时间 t 和项目收益 X_t 的函数, 所以方程式只有三个状态变量。函数 $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ 满足 HJB 方程:

$$\begin{aligned} rJ(w, x, t) &= \max_c U(c) + (v\eta w + r(1-\eta)w - c)J_w(w, x, t) + \frac{\beta^2 \pi^2 w^2}{2} J_{ww}(w, x, t) \\ &+ \mu(t, x) x J_x(w, x, t) + \frac{\sigma^2 x^2}{2} J_{xx}(w, x, t) \\ &+ \rho\beta \pi w \sigma_x J_{wx}(w, x, t) \end{aligned} \quad (22)$$

同样在投资前后它应满足价值匹配条件, 即:

$$J(w, x, t) = V^0(w + x - I) \quad (23)$$

同时还应该满足平滑粘性条件条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial J(w, x, t)}{\partial x} |_{x = \bar{x}(w, t)} = \frac{\partial V^0(w + x - I)}{\partial x} |_{x = \bar{x}(w, t)} \\ \frac{\partial J(w, x, t)}{\partial w} |_{x = \bar{x}(w, t)} = \frac{\partial V^0(w + x - I)}{\partial w} |_{x = \bar{x}(w, t)} \\ \frac{\partial J(w, x, t)}{\partial t} |_{x = \bar{x}(w, t)} = \frac{\partial V^0(w + x - I)}{\partial t} |_{x = \bar{x}(w, t)} \end{cases} \quad (24)$$

4.3 CARA 类型效用函数模型的解

对于上述给定的 CARA 效用函数, 通过猜测-验证的方法, 可得:

$$J(w, x, t) = -\frac{1}{\gamma r} \exp \left[-\gamma r \left[w + f(x, t) + \frac{\eta^2}{2\gamma r^2} \right] \right] \quad (25)$$

其中, $f(x, t)$ 可以理解为部分信息下项目投资机会的消费效用无差别价格, 也即部分信息下实物期权的隐含价值。把式代入式, 化简得部分信息下期权的隐含价值满足下面的偏微分方程(PDE):

$$rf(x, t) = f_t(x, t) + (\mu(t, x) - \rho\sigma\eta)xf_x(x, t)$$

$$+ \frac{\sigma^2 x^2}{2} f_{xx}(x, t) - \frac{\gamma r (1 - \rho^2)}{2} (\alpha x f_x(x, t))^2 \quad (26)$$

相应的边界条件为:

$$\begin{cases} f(x, t) = x - I, f_x(x, t) = 1, f_t(x, t) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x, t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} f_t(x, t) = 0 \end{cases} \quad (27)$$

同时可得执行期权前, 投资者的最优投资消费

策略为:

$$\begin{aligned} \pi^*(w, x, t) &= \frac{\eta - \gamma r \alpha x f_x(x, t)}{\gamma r \beta w}, \\ c^*(w, x, t) &= r \left[w + f(x, t) + \frac{\eta^2}{2 \gamma r^2} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

4 4 比较静态分析

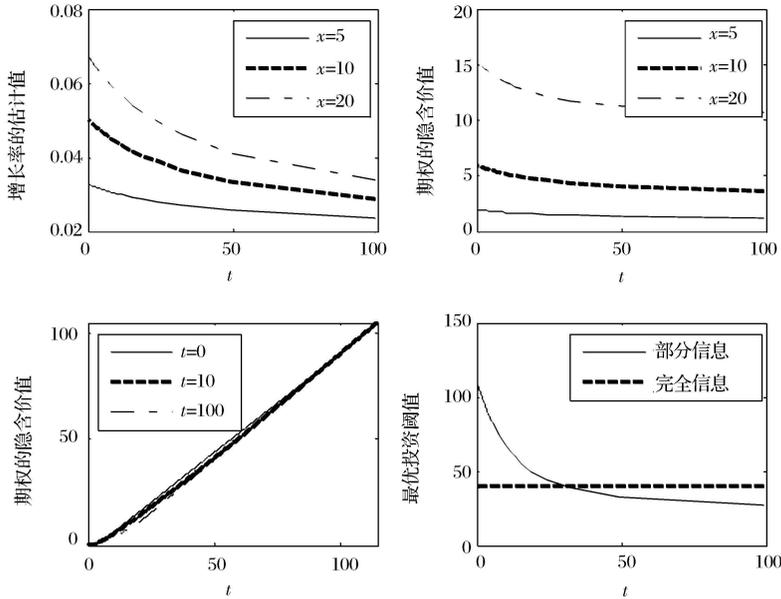


图 1 部分信息下实物期权的隐含价值与最优执行阈值随时间 t 的变化情况

在本节, 我们主要考虑时间 t 对期权的隐含价值和最优执行阈值的影响。其参数选择为 $\gamma = 1, r = 0.05, \sigma = 0.2, I = 10, v = 0.06, \beta = 0.5, \rho = 0.6, \mu_0 = 0.05, s_0 = 0.001, X_0 = 10$ 。图 1 中左上子图给出了滤波估计值 $\mu(t, x)$, 该子图表明, 对于给定的 x ($x = 5, 10, 20$), 随着时间 t 的增大, $\mu(t, x)$ 逐渐减小, 这一点根据式(18)及各参数的初值可以得到解释。从右上及左下子图可以看到部分信息下期权的价值 $f(x, t)$ 随时间 t 逐渐减小, 因为 x 保持不变时 $\mu(t, x)$ 逐渐减小, 而期权价值又是项目收益增长率的单调递增函数, 所以 $f(x, t)$ 逐渐减小。从经济学角度可以理解为一个项目收益的增长率越大, 其价值就越大。而这个项目的收益若总保持不变, 投资者估计的这个项目收益的增长率就越来越小, 那么对他来说这个项目的价值就越来越小。第四个子图中虚线表示的是完全信息下增长率 $\mu = \mu_0 = 0.05$ 时, 期权的最优执行阈值, 实线描绘了部分信息下的最优执行阈值的动态变化。因为项目收益的增长率越小, 期权的最优执行阈值就越低, 所以最

优执行阈值的变化规律与增长率的估计值的变化是一致的。

5 蒙特卡洛模拟

在本节我们主要研究, 在给定的模拟路径下, 部分信息与完全信息下实物期权隐含价值的动态变化和最优执行择时, 最优投资消费策略的选取以及产生的效用的动态差异。其中所有参数的选择都和第四节相同。

5 1 实物期权的动态变化和最优执行择时

图 2 中的实线出了两条代表性的随机路径。在第一种情形下, 项目收益在很长一段时间都不显著增长, 使得投资者对其增长率的估计过低, 所以部分信息下期权的隐含价值和最优执行水平都比完全信息下要低。从经济学可以理解由于项目收益的缓慢增长导致投资者对项目价值的估计过于悲观, 在项目收益处于较低水平就提前执行了该实物期权。在第二条情形下正好相反, 项目收益一开始就呈现出快速增长的趋势, 投资者对其增长率的估计过高,

对项目价值的估计过于乐观, 所以在等待收益较高的位置才对该项目执行投资。

5.2 风险资产模拟

式可以改写为:

$$dP_t/P_t = \nu dt + \beta(\rho I Z_t^2 + \sqrt{1 - \beta^2} dZ_t^3) \quad (29)$$

其中, Z_t^2 与 Z_t^3 是无关的, 再利用 $\rho = 0.6$ 可得风险资产的两条模拟路径。

5.3 财富及最优投资消费动态

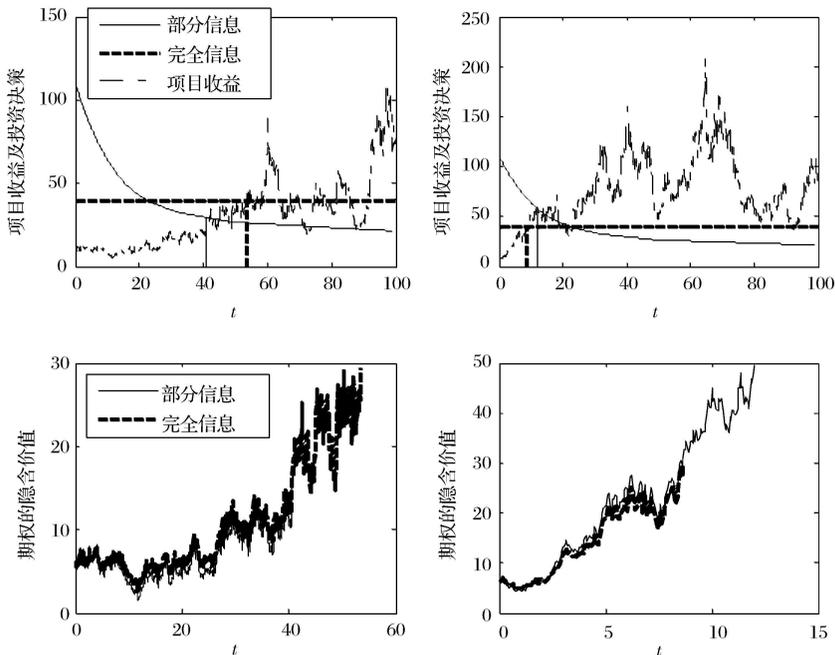


图 2 部分信息及完全信息下期权隐含价值的动态变化和期权的最优执行择时

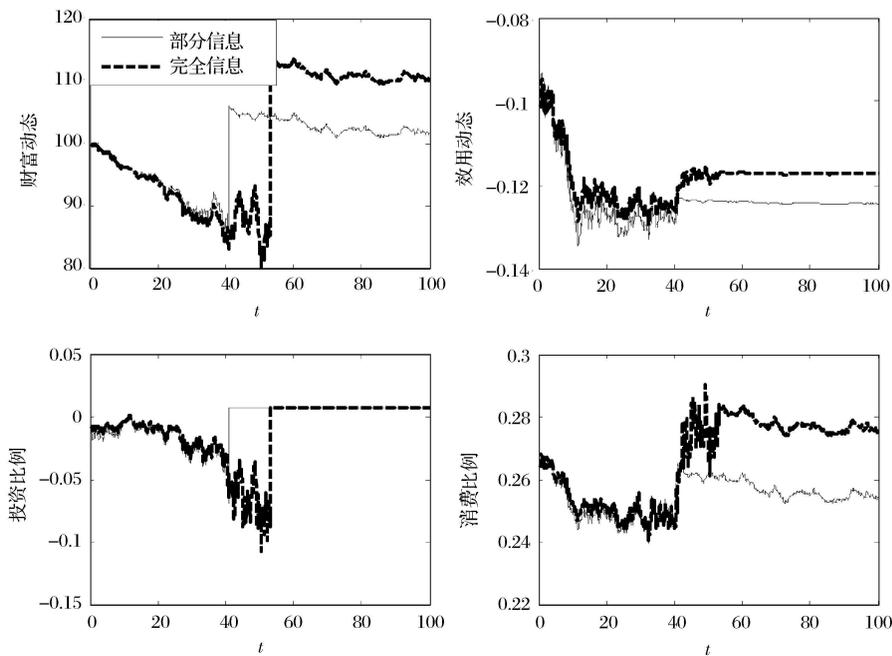


图 3 第一种模拟情况下投资者的财富和效用的动态演化及相应的最优投资消费策略

图 3 和图 4 描述了给定的模拟路径下, 投资者在完全信息和部分信息下的动态决策行为差异, 得到了最优投资与消费策略下流动性财富的动态演化及效用的变化过程。投资者根据自己流动性财富水平及期权价值不断的调整投资、消费策略和选择执行期权的最佳时刻, 相应的投资消费策略及期权的执行又相应地影响着流动性财富的水平, 它们之间是一种协同互动的关系。首先, 我们来分析流动性财富动态, 流动性财富水平开始时逐渐减小, 当投资者执行该项目以后获得一笔收益使得流动性财富又回升到一个较高水平且基本保持不变, 同时我们注意到相应的实物期权的隐含价值却是不断增加的, 根据效用无差别定价理论如果把期权价值看作确定性等价财富量, 那么不难发现投资者的财富总量(流动性财富与实物期权隐含价值之和)其实基本维持在一个相对平稳的水平, 这也解释了流动性财富水平与期权隐含价值成反向变化的原因。随后, 再来分析消费动态, 由(16)及(28)式可知, 消费比例完全取决于投资者当前的财富总量, 从图中我们也不难发现这一点, 它们的变化规律是一致的。然后, 考虑投资动态, 在期权执行之前, 卖空无风险资产目的是对冲实物期权的价值变化带来的风险(因为它们之

间的相关系数为正($\rho = 0.6$)), 且期权价值越高时, 卖空的无风险资产越多。效用动态则是投资者的累积贴现消费效用与当前效用函数的贴现值之和, 它也是一个随机过程。同时, 一个不可忽略的现象是期权执行之后所有动态过程都是非常平稳的, 这是因为期权的执行消除了投资者的大部分风险。最后, 我们来分析部分信息与完全信息下投资者的动态决策差异, 由前面的讨论可知, 部分信息下投资者对项目价值的悲观估计导致低水平位置执行期权而获得很少收益, 所以在图 3 中投资者最终的财富水平及产生的效用明显低于完全信息的情况, 虽然在图 4 中情况正好相反, 但部分信息下的优势并不明显。这也从一个侧面体现了信息的内在价值。值得一提的是, 在期权执行之前, 无论是期权价值的估计还是财富及效用的变化, 在两种信息情况下都不是很明显, 而在期权执行之后出现各种巨大差异的主要原因是实物期权执行的择时, 又因为期权执行时完全依赖于最优执行阈值, 所以对于投资者来说, 选择实物期权的最优执行阈值才是至关重要的, 或者说信息价值归根结底体现在实物期权的最优执行阈值上。

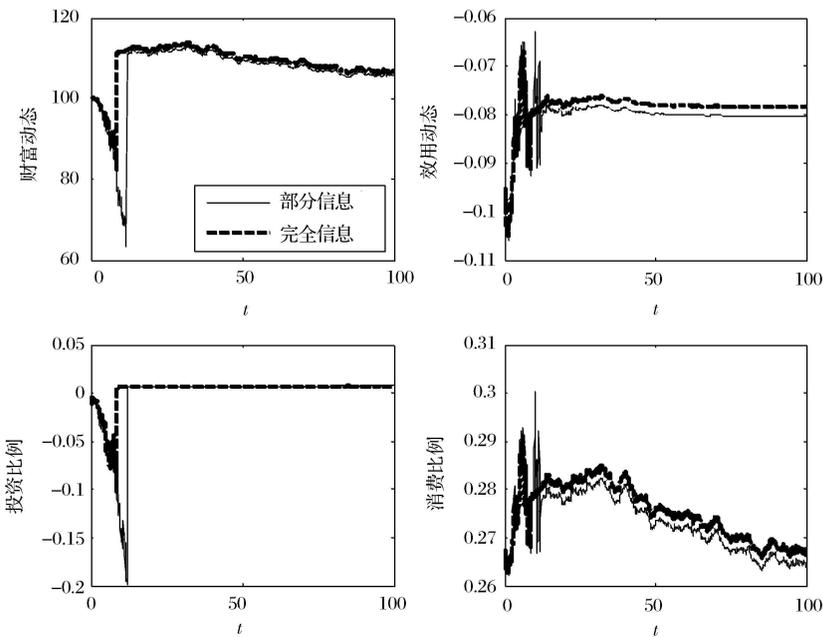


图 4 第二种模拟情况下投资者的财富和效用的动态演化及相应的最优投资消费策略

6 信息价值计算

现假设市场上有一个内部交易者, 他比别人掌

握更多的市场信息, 以至于在零时刻以后, 他就准确地知道随机变量 μ 的取值, 即他掌握了完全信息。直观上, 他必定获得比非内部交易者更大的效用值,

显然内部交易者比非内部交易者多获得的效用值就是相应的信息价值。设项目收益的增长率服从正态分布: $\mu \sim N(\mu, s_0)$, 则在完全信息下最优投资者的最优目标函数值(福利)为:

$$Q_F = E(\max_{(C_t)} E(\int_0^{\tau} e^{-rt} U(C_t) dt + e^{-r\tau} V^0(W_{w_{\tau} + x_{\tau}}) | F_0))$$

$$= E[V(W_0, X_0; \mu)] \quad (30)$$

而部分信息下最优目标函数值(福利)为:

$$Q_P = E(\max_{(C_t)} E(\int_0^{\tau} e^{-rt} U(C_t) dt + e^{-r\tau} V^0(W_{w_{\tau} + x_{\tau}}) | G_0)) \\ = E(J(W_0, X_0, 0)) = J(W_0, X_0, 0) \quad (31)$$

则信息价值可表示为: $IV = Q_F - Q_P$ 。

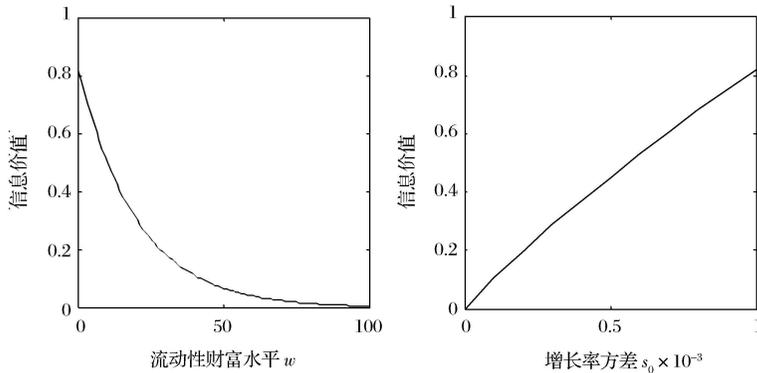


图5 信息价值与财富和增长率方差之间的数量关系

从图5中可以看出,信息价值随着财富量的增加而减小,随着增长率方差的增大而增大。这是符合经济学直观的,因为掌握信息导致的直接结果其实就是变相的增加实物期权的隐含价值,或者说是财富总量,而当流动性财富水平越高时,投资者的边际效用就越低,因而掌握信息所产生的效用增量就越不明显,相应的信息价值就越小,当 $w \rightarrow \infty$ 时,信息价值就为零。同时,当增长率方差 $s_0 = 0$ 时,表示部分信息下的投资者所估计的增长率为常数且等于完全信息下的增长率,投资者在两种信息情况下的各种决策和得到的效用都是相同的,这时信息价值也为零。而当增长率的方差越大时,表示增长率的不确定性越大,就使得投资者越难做出最优决策。因此,当他掌握完全信息时就越能实现期权的真正价值,所以相应的信息价值就越大。

7 结语

一般的实物期权定价都假设所有参数是已知的,即投资者掌握了完全信息。而完全信息的优点是便于模型计算,实际上不可能有完全信息。本文利用最新实物期权消费效用无差别定价理论,考虑部分信息下极大化无限期消费效用的最优投资和消费问题,得出实物期权的消费效用无差别价格。并利用数值结果和蒙特卡罗模拟,从定性和定量上比较分析了投资者在两种信息情况下的财富及效用和

相应的最优投资、消费策略及期权执行的动态差异,还通过比较两种信息水平下的投资者福利给出了相应的信息价值的测算。

研究结果表明:与完全信息下实物期权的最优执行阈值为常值不一样,部分信息下的期权执行阈值是动态的且与项目收益增长率的估计值的变化保持一致;模拟结果显示,若在开始阶段项目收益的增长缓慢,会导致投资者对项目价值的估计过于悲观,从而提前执行该实物期权,相反,若在开始阶段项目收益的增长过快,会诱使投资者过高估计其增长率,从而推迟执行期权;信息的价值主要是通过对实物期权最优执行阈值的影响来体现;随着投资者流动性财富水平的增加,信息价值逐渐减小,特别地,当流动性财富趋于无穷时,相应的信息就没有了价值。

与现有方法相比。本文研究的部分信息下效用无差别定价方法的优点是,充分考虑理性投资者信息不完全和厌恶风险的事实,对实物期权给出了更为科学的价值评估,对于丰富和完善不确定性投资理论、资产定价理论和金融风险管理技术具有重要的科学意义,对于大型项目投资管理、开发和管理金融创新业务、促进理性消费、对冲风险、预防金融危机具有显著的现实价值。

特别指出,本文假设了项目收益为一次性支付,显然考虑项目收益为流量支付的情形更具经济学合理性。对此,我们将另文研究。

参考文献:

- [1] Myers, S. . Determinants of corporate borrowing [J]. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5(2): 147– 175.
- [2] Mello, A. S., Parsons, J. E. . Measuring the agency cost of debt[J]. *Journal of Finance*, 1992, 47: 1887– 1904.
- [3] Leland, H. E. . Agency costs risk management and capital structure[J]. *Journal of Finance*, 1998, 49: 1213– 1254.
- [4] 彭程, 刘星. 代理冲突下企业多元化投资行为的实物期权分析[J]. *中国管理科学*, 2006, 14(5): 81– 86.
- [5] 樊霞, 刘西林. 基于实物期权的项目组合投资决策研究[J]. *中国管理科学*, 2006, 14(1): 21– 24.
- [6] Rogers, L. C. G. . The relaxed investor and parameter uncertainty[J]. *Finance & Stochastics*, 2001, 5: 131– 154.
- [7] Nagai, H., Peng, S. . Risk-sensitive dynamic portfolio optimization with partial information on infinite time horizon[J]. *The Annals of Applied Probability*, 2002, 12: 173– 195.
- [8] Monoyios, M. . Optimal hedging and parameter uncertainty[J]. *IMA Journal of Management Mathematics*, 2007, 18: 331– 351.
- [9] D camps, J. P., Mariotti, T., Villeneuve, S. . Investment timing under incomplete information[J]. *Mathematics of Operations Research*, 2005, 30(2): 472– 500.
- [10] Klein, M. . Irreversible investment under incomplete information[Z]. Working paper, 2011.
- [11] Klein, M. . Comment on “investment timing under incomplete information”[J]. *Mathematics of Operations Research*, 2009, 34(2): 249– 254.
- [12] Hodges, S., Neuberger, A. . Optimal replication of contingent claims under transaction costs[J]. *Review of Futures Markets*, 1989, 8: 222– 239.
- [13] Monoyios, M. . Marginal Utility-Based Hedging of Claims on Non-Traded Assets with Partial Information [M]. Preprint, 2008.
- [14] Miao, J. J., Wang, N. . Investment, consumption and hedging under incomplete markets[J]. *Journal of Financial Economics*, 2007, 86(3): 608– 642.
- [15] Merton, R. C. . Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model[J]. *Journal of Economic Theory*, 1971, 3(4): 373– 414.
- [16] Liptser, R. S., Shiriyayev, A.N. . *Statistics of random process*[M]. New York: Springer-Verlag, 1977.
- [17] 蔡艳萍, 杨招军. 回报率的滤波与极大似然估计[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(12): 139– 144.

The Pricing of Real Option and Risk Hedging under Partial Information

YANG Jia-qiang^{1,2}, YANG Zhao-jun¹

(1. School of Finance and Statistics, Hunan University, Changsha 410079, China;

2. School of Finance, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China)

Abstract: The current real option pricing theory is based on the full information. In this paper, we relax this assumption and consider the optimal control problem of investment and consumption during an infinite horizon to explore the consumption-utility based indifference price of real option with partial observation, which is known as partial information. Thanks to Kalman filtering, dynamic programming and Hamilton-Jacobi-Bellman theory, an implied option value is given by the semi-closed-form solution to the two free-boundary PDE under the separation principle of control system and the numerical results are obtained by the finite difference method. Furthermore, by Monte Carlo simulation, the difference of strategies between partial information and full information is discussed. Finally, we explore the relation of the two value functions under partial and full observation, and the economic value of information is derived.

Key words: real option; partial information; Kalman filtering; value of information