

文章编号: 0253-2697(2006)05-0131-04

井眼周围可变形储层流-固耦合数学模型

路保平¹ 徐曾和²

(1. 中国石化国际石油勘探开发公司 北京 100083; 2. 东北大学岩石破裂与失稳中心 辽宁沈阳 110004)

摘要: 基于该储层模型假设,运用岩石力学和渗流力学的有关理论和方法,建立了流-固耦合变形的本构方程、几何方程、平衡方程和渗流方程,导出了可变形储层的流-固耦合渗流与变形基本模型。该模型不仅考虑了介质变形对流体质量守恒和孔隙流动压力对介质变形平衡的影响,也考虑了变形对流体流动的影响以及岩石力学性质的动态变化特征。该模型可用于研究井眼周围储层的变形及渗流规律。

关键词: 可变形储层;流-固耦合方程;多孔介质流体流动;数学模型

中图分类号: TE21

文献标识码: A

Mathematical model for fluid-solid coupling near well bore in elastic-plastic oil reservoir

Lu Baoping¹ Xu Zenghe²

(1. Sinopec International Petroleum Exploration and Development Company, Beijing 100083, China;

2. Center of Fracture and Unsteadiness of Rock, Northeast University, Shenyang 110004, China)

Abstract: On the basis of the suppositions for oil reservoir model, the fundamental equations for fluid-solid coupling in elastic-plastic oil reservoir were established by using the theory of rock mechanics and the mechanics of fluids flow in porous media, including constitutive equations, geometry equations, equilibrium equations and fluid equation in porous media. The mathematical model for fluid-solid coupling in elastic-plastic oil reservoir was deduced. In this model, the effect of media deformation on fluid mass conservation and that of pore fluid flow pressure on balance of media deformation were considered. The effect of media deformation on fluid flow and the dynamic variation of rock mechanics property were also in account. This model can be used to analyze the rule of fluid flow near well bore in the elastic-plastic oil reservoir.

Key words: elastic-plastic oil reservoir; fluid-solid coupling equation; fluid flow in porous medium; mathematical model

油气储层中包含两个基本对象:固相岩石(骨架)和流体(油气水)。钻井过程中的井喷、完井工程中的测试与试采以及油气开发生产都伴随着大量的流体流入井内,这个过程必将引起井眼周围储层的应力状态变化并导致储层变形,储层变形严重时还可能导致储层损害和破坏。此问题所涉及的是孔隙流体运动与多孔介质变形间的相互作用流-固耦合问题^[1-6]。现阶段国内外储层流-固耦合理论方法的研究趋势主要是建立储层的流-固耦合数学模型,研究其解析解和数值解并应用到解决石油工程实际问题中;但建立的储层流-固耦合数学模型忽略了流-固耦合的一些重要特征,因而不能够全面真实反映储层的流-固耦合特征,限制了其应用效果。笔者综合利用多学科的理论和方法,以砂岩储层为研究对象,建立了能充分反映储层流-固耦合特征的渗流与变形数学模型。

1 基本假设^[3-7]

1.1 储层岩石多孔介质变形的基本假设

储层岩石多孔介质变形的基本假设包括:①储层岩石为砂岩,属于各向同性可变形多孔介质,由岩石骨架和岩石的孔隙空间共同组成;②储层岩石的骨架和多孔介质的孔隙空间具可压缩性;③储层岩石的变形为非线性弹性小变形或弹塑性小变形,压应力为正;④储层岩石骨架的变形由有效应力 σ 控制;⑤在储层渗流过程中,多孔介质储层所处的应力状态不断变化,这些变化导致储层变形并产生位移,从而导致储层的物性参数(如孔隙度、渗透率和岩石力学参数)发生变化。

1.2 储层流体渗流的基本假设

储层流体渗流的基本假设包括:①多孔介质储层的孔隙空间中被油水两相充满,且油水两相是互不混

基金项目:中国石化新星石油公司科技攻关项目“砂岩储层岩石力学特性变化规律及应用研究”(XYK-98-22)资助。

作者简介:路保平,男,1962年1月生,1982年毕业于华东石油学院,现任中国石化国际石油勘探开发公司副总经理、教授级高工,主要研究方向为岩石力学在石油工程中的应用。E-mail: bplu@sino.cn

溶的,即不发生组分的质量交换;②多孔介质储层流体的渗流在等温条件下进行,每一相流体渗流满足非线性渗流定律;③储层空间中流体压缩性可以忽略;④多孔介质储层中流体的渗流将引起作用在储层岩石上的有效应力的变化,从而导致多孔介质储层岩石产生应变与变形,流动与储层岩石变形之间存在相互作用。

1.3 井眼周围可变形储层模型假设

井眼周围储层力学模型如图1所示。该模型除满足上述固体多孔介质变形和储层流体渗流的假设外,还假设当井眼周围储层应力状态达到一定程度时,在井眼附近发生塑性变形并产生塑性应力带^[5]。

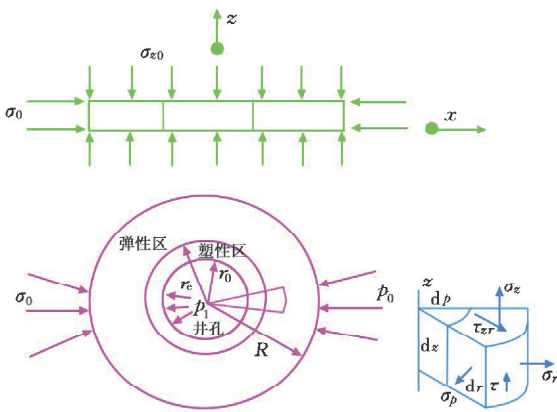


图1 井眼周围储层应力力学模型

Fig. 1 Mechanical model of stress in reservoir rock near well bore

模型中储层的埋藏深度为 D , 储层厚度为 h , 井眼半径为 r_0 , 井眼塑性区半径为 r_e , 井底压力为 p_1 , 地层原始孔隙压力 p_0 , 供给半径为 R , 供给半径外地层的原始地应力为 σ_0 。单元体上垂向应力为 σ_z , 径向应力为 σ_r , 切向应力为 σ_θ , 垂向应变为 ε_z , 径向应变为 ε_r , 切向应变为 ε_θ 。在 $h \ll D$ 的情况下, 假设储层中的轴向应力 $\sigma_{z0} = \bar{\rho} D = \text{const}$, 其中 $\bar{\rho}$ 为地层平均密度。

2 井眼周围储层的流-固耦合变形方程^[3-4, 8-11]

2.1 几何方程

在小变形条件下, 三维空间中的饱和多孔介质储层的应变分量和位移分量之间的关系可由下面几何方程来表示

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z \end{cases} \quad (1)$$

2.2 本构方程

2.2.1 弹性区内的本构方程

当储层处于弹性状态时, 储层变形的本构方程可

用广义虎克定律来表示, 以应变表示应力形式的本构方程为

$$\begin{cases} \sigma_r = \lambda \varepsilon_v + 2G\varepsilon_r + \alpha p \\ \sigma_\theta = \lambda \varepsilon_v + 2G\varepsilon_\theta + \alpha p \\ \sigma_z = \lambda \varepsilon_v + 2G\varepsilon_z + \alpha p \end{cases} \quad (2)$$

从式(2)可得

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_{z0} - \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) - \alpha p}{\lambda + 2G} \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)可得

$$\varepsilon_v = \frac{2G}{\lambda + 2G}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + \frac{\sigma_{z0}}{\lambda + 2G} - \frac{\alpha p}{\lambda + 2G} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)可得轴对称条件下储层弹性区本构方程为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{2G\lambda}{\lambda + 2G}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G\varepsilon_r + \frac{2G\alpha}{\lambda + 2G}p + \frac{\lambda\sigma_{z0}}{\lambda + 2G} \\ \sigma_\theta = \frac{2G\lambda}{\lambda + 2G}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G\varepsilon_\theta + \frac{2G\alpha}{\lambda + 2G}p + \frac{\lambda\sigma_{z0}}{\lambda + 2G} \end{cases} \quad (5)$$

2.2.2 塑性区内的本构方程

随着流体的不断流出, 多孔介质储层中的岩石在一定载荷下首先发生弹性变形, 随着所受应力的不断增加, 岩石将由弹性状态逐步过渡到塑性状态。这种状态将引起不可恢复的塑性应变, 这种应变需要通过弹塑性本构方程来描述。

在岩土工程上常用的屈服条件有 Mohr-Coulomb 准则和 Drucker-Prager 准则等。在此选定 Mohr-Coulomb 准则作为屈服条件, 其有效应力表达式^[12]为

$$\sigma'_\theta = N\sigma'_r + S \quad (6)$$

其中

$$\sigma'_\theta = \sigma_\theta - \alpha p$$

$$\sigma'_r = \sigma_r - \alpha p$$

$$N = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$$

$$S = (2C_0 \cos \phi) / (1 - \sin \phi)$$

根据岩石力学和弹塑性力学的有关原理, 塑性区内的变形与屈服函数相关联, 由式(6)可得屈服函数表达式为

$$F = \sigma'_\theta - N\sigma'_r - S = 0 \quad (7)$$

因此塑性变形的本构方程为

$$\varepsilon_i = \eta \frac{\partial F}{\partial \sigma'_i} \quad (8)$$

式中 σ' 为有效应力; η 为比例常数; $i = r, \theta, z$ 。

2.3 平衡方程

2.3.1 弹性区的平衡方程

以总应力表示的平衡方程式为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \quad (9)$$

由本构方程式(5)得

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{2G\lambda}{\lambda + 2G} \frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} + \frac{2G\alpha}{\lambda + 2G} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = \frac{2G}{r} (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) \quad (11)$$

将式(10)和式(11)代入式(9)可得

$$\frac{2G\lambda}{\lambda + 2G} \frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} + \frac{\varepsilon_r}{r} - \frac{\varepsilon_\theta}{r} + \frac{2G\alpha}{\lambda + 2G} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

由式(1)可导出位移形式的平衡方程为

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) = - \frac{\alpha}{2(\lambda + G)} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (13)$$

2.3.2 塑性区的平衡方程

将屈服准则方程式(6)代入平衡方程式(9)可得到塑性区内的平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1-N}{r} \sigma_r = \frac{\alpha(1-N)}{r} p + \frac{S}{r} \quad (14)$$

3 井眼周围可变形储层流-固耦合渗流方程^[11,13]

3.1 达西定律

储层流体在储层中的流动可用达西定律来描述。达西定律可以表示为

$$q = - \frac{1}{\mu} K \frac{\partial p}{\partial r} = - k \frac{\partial p}{\partial r} \quad (15)$$

式中 q 为流体渗流速度, m^3/s ; K 为岩石的绝对渗透率, μm ; k 为岩石的渗透系数; p 为流体压力, MPa ; μ 为流体粘度, $\text{mPa}\cdot\text{s}$ 。

3.2 孔隙改变的本构方程

根据流-固耦合的有关机理, 渗透系数 k 除与流体的粘度、地层压力有关外, 还与总应力引起的孔隙的通道变化有关。在流体不断流入井筒的情况下, 储层应力(包括孔隙压力)与储层孔隙不断变化, 因此渗透系数 k 应是一个动态变化量。以往的大多数模型把渗透系数 k 作为常量来处理, 或把它看成为仅与孔隙压力 p 变化有关的量, 因而不能真实地反映储层的渗流特征。在模型假设的条件下, 流体粘度 μ 可看作常量, 因此可把渗透系数 k 看作孔隙度的函数。

总应力、孔隙压力和孔隙体积的变量存在着本构关系, 在线弹性范围内, 孔隙线性变化依赖于总应力和孔隙压力, 因而有

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{p}{R} - \frac{\alpha}{3H} \quad (16)$$

其中

$$\alpha = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$$

式中 n_0 为原始孔隙体积; Δn 表示孔隙体积变量; R 为材料的性质常数, 用来度量孔隙压力引起的孔隙体积变化; H 为体积应力 α_v 引起的孔隙体积变化。

由式(2)和式(16)可得

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{p}{Q} - \alpha \varepsilon_v \quad (17)$$

其中

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R} - \frac{\alpha}{H}$$

在渗流过程中, 孔隙体积 n 是变化的, 其表达式为

$$n = n_0 + \Delta n \quad (18)$$

将式(17)代入式(18)可得

$$n = n_0 \left(1 + \frac{p}{Q} - \alpha \varepsilon_v \right) \quad (19)$$

由此可见, 在渗流过程中, 孔隙度不但与孔隙压力有关, 而且与总应力有关。

3.3 非线性渗流定律

实验表明^[11], 当渗透系数变化较明显时, 渗透系数服从指数关系

$$k = k_0 e^{a(n_0 + \Delta n)} = k_1 e^{a\Delta n} = k_2 e^{A_p} \quad (20)$$

式中 k_0 为与原始孔隙率对应的原始渗透系数; k_0 和 a 为反映多孔介质渗透特性的常数, 由实验确定; A 为换算系数。

由于渗透系数的不同, 在弹性区和塑性区内, Δn 与 n_0 应分别确定。为了区别弹性与塑性区的渗透系数 k , 令弹性区渗透系数为

$$\begin{cases} k = k_0 e^{a(n_0 + \Delta n)} = k_1 e^{a\Delta n} = k_2 e^{A_e p} \\ k_1 = k_0 e^{an_0}, k_2 = f_1(k_1, \varepsilon_v^e) \end{cases} \quad (21)$$

塑性区渗透系数为

$$\begin{cases} k = k_0 e^{a(n_0 + \Delta n)} = k_1 e^{a\Delta n} = k_3 e^{A_p p} \\ k_1 = k_0 e^{an_0}, k_3 = f_2(k_1, \varepsilon_v^p) \end{cases} \quad (22)$$

式中 ε_v^e 和 ε_v^p 分别是弹性区与塑性区的体积应变; k_2, k_3, A_e 和 A_p 分别代表弹性区和塑性区内渗透系数的换算系数和换算指数。

由式(15)可分别得到井眼周围储层在弹性区与塑性区的非线性渗流定律为

$$q_i^e = - k(n) \frac{\partial p}{\partial r} = - k_2 e^{A_e p} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (23)$$

$$q_i^p = - k(n) \frac{\partial p}{\partial r} = - k_3 e^{A_p p} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (24)$$

式中 $i = 1, 2, 3$ 。

3.4 井眼周围储层流-固耦合渗流连续性方程

在极坐标系中, 孔隙流体的质量守恒方程为

$$\frac{\partial(\rho q_i)}{\partial r} + \frac{\rho q_i}{r} = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (25)$$

将式(23)、式(24)代入式(25), 得到井眼周围储层弹性区和塑性区的渗流方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r k_2 e^{A_p p} \frac{\partial p}{\partial r} \right\} = \frac{m}{Q} \frac{\partial p}{\partial t} - m_0 \alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (26)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r k_3 e^{A_p p} \frac{\partial p}{\partial r} \right\} = \frac{m}{Q} \frac{\partial p}{\partial t} - m_0 \alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (27)$$

4 井眼周围可变形储层流-固耦合渗流基本方程特征

在多孔介质储层的流-固耦合基本方程中,由于孔隙压力与渗流的不断变化,因此固体介质的岩石力学性质(λ 、 G 、 C_0 、 ϕ 等)的值是不断变化的。在式(26)和式(27)右端,反映了介质的应变 ε 对流体流动的连续方程的影响。式中考虑了由孔隙体积变化引起的单位时间、单位体积的多孔介质中流体质量的变化,即对流体质量守恒的影响。由于孔隙体积变化既与介质应力(或应变)有关,又与孔隙压力有关,因而该组渗流方程也考虑了介质变形对流体质量守恒的影响。式(26)和式(27)左端反映了渗透系数 $k(n)$ 的变化。在渗流过程中,渗透系数的变化与孔隙的变化有关,而孔隙体积的变化与孔隙压力和应力有关,因而 $k(n)$ 是孔隙压力和应力的函数,且在渗流过程中呈非线性规律变化。总之,式(26)和式(27)反映了流体与固体之间的动量相互作用以及介质变形对流体流动规律的影响。式(13)和式(14)中考虑了作为体积力的孔隙压力对介质变形平衡的影响,反映了流动压力即渗流对介质变形的影响。

从以上分析可以看出,由式(13)、式(14)与式(26)、式(27)一起组成的井眼周围多孔介质储层的流-固耦合基本方程中不仅考虑了介质变形对流体质量守恒和孔隙流动压力对介质变形平衡的影响,也考虑了变形对流体流动的影响,还考虑了岩石力学性质的动态变化特征。该方程组充分地反映了渗流过程中流体运动与介质变形的相互耦合作用,是一组充分耦合的方程组。

5 结论

所建立的可变形储层的流-固耦合渗流与变形模型中充分考虑了储层多种真实因素,是反映储层流-固耦合特征的非线性偏微分方程组。它不仅反映了介质变形对流体质量守恒和孔隙流动压力对介质变形平衡的影响,也反映了变形对流体流动的影响以及岩石力学性质的动态变化特征,充分地反映了渗流过程中流体运动与介质变形的相互耦合作用,是目前比较完善的流-固耦合的渗流与变形模型。

参考文献

- [1] 冉启全. 油藏渗流与应力耦合分析[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 69-73.
- [2] 冉启全, 李士伦, 杜志敏, 等. 流固耦合多相多组渗流数学模型的建立[J]. 中国海上油气(地质), 1996, 10(3): 172-177.
- [3] 徐曾和, 徐小荷. 二维应力下承压地层中渗流的流固耦合问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 645-650.
- [4] 徐曾和, 徐小荷. 可变形多孔介质中的一维非定常耦合渗流[J]. 应用力学学报, 1999, 16(4): 47-52.
- [5] 董平川, 徐小荷. 储层流固耦合的数学模型及其有限元方程[J]. 石油学报, 1998, 19(1): 64-70.
- [6] Chen H Y, Teufel L W, Lee R L. Coupled fluid flow and geomechanics in reservoir study-1: Theory and governing equations [R]. SPE 30752, 1995: 507-519.
- [7] 张传进, 鲍洪志, 路保平. 油气开发中的岩石力学特性变化规律实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 24(4): 32-35.
- [8] 周维恒. 高等岩石力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990: 13-20.
- [9] 杨桂通. 弹性力学[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980: 46-88.
- [10] Fjaer E, Holt R, Horsrud P. Petroleum related rock mechanics[M]. New York: Elsevier science publisher, 1992: 2-29, 47-88, 109-128.
- [11] 耶格 J C, 库克 N G W. 岩石力学基础[M]. 中国科学院工程力学研究所, 译. 北京: 科学出版社, 1981: 253-270, 94-120.
- [12] 杨秀夫, 刘希圣. 地层孔隙压力对井壁附近应力分布的影响[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 1997, 21(5): 27-34.
- [13] 葛家理. 油气层渗流力学[M]. 北京: 石油工业出版社, 1992: 52-60.

(收稿日期 2005-10-28 改回日期 2006-03-06 编辑 黄小娟)

(上接第 130 页)

参考文献

- [1] 陈春刚, 王毅, 杨振坤. 长输油气管道泄漏检测技术综述[J]. 石油与天然气化工, 2002, 31(1): 52-55.
- [2] 崔谦, 靳世久, 王立坤, 等. 基于序贯检验的管道泄漏检测方法[J]. 石油学报, 2005, 26(4): 123-125.
- [3] 张国忠, 马志祥. 热油管道安全经济输油温度研究[J]. 石油学报, 2004, 25(1): 106-109.
- [4] 崔秀国, 张劲军. 埋地热油管道稳定运行条件下热力影响区的确定[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 2004, 28(2): 75-78.
- [5] 吴国忠, 鲁刚. 电加热埋地油气集输管道热力计算与实验研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36(18): 1121-1124.
- [6] 李颖文, 易新建, 何兆湘. 320×240 凝视型非制冷红外热像仪研究[J]. 华中理工大学学报, 2000, 28(11): 48-50.
- [7] Forouzan A R, Araabi B N. Iterative median filtering for restora-

tion of images with impulsive noise[C] // Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, University of sharjah, sharjah, UAE, 2003. New York: IEEE, 2003: 14-17.

- [8] Tekalp A M. Digital video processing[M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1995: 45-46.
- [9] Cao Maoyong. Computer pseudo color equi-density coding of gray image based on tri-primary colors of RGB and pixel's self-transformations[J]. Proceeding of SPIE, 2001, 4551: 265-268.
- [10] Silverman J. Signal processing algorithms for display and enhancement of IR image[J]. Proceeding of SPIE, 1993, 2020: 440-445.
- [11] Virgil M, Vickers E. Plateau equalization algorithm for real-time display of high-equality infrared imagery[J]. Optical engineering, 1996, 35(7): 1921-1926.

(收稿日期 2005-10-30 改回日期 2006-03-02 编辑 黄小娟)