

文章编号:1003-207(2011)02-0116-09

# 基于随机 Petri 网的生产提前期牛鞭效应测度研究

韩文民,袁丽丽,叶涛锋

(江苏科技大学经济管理学院,江苏 镇江 212003)

**摘要:**利用随机 Petri 网结合三角模糊参数,对产品生产的三工艺阶段生产周期的波动进行测定,得出前工艺阶段生产周期的波动造成后工艺阶段生产周期更大的波动,且波动逐级传递。证实了生产提前期也具有类似供应链中的牛鞭效应的现象,对不确定因素导致生产周期波动的测度提供了一种新的思路和方法。

**关键词:**随机 Petri 网;提前期牛鞭效应;三角模糊参数

**中图分类号:**F272 **文献标识码:**A

## 1 引言

生产提前期是指产品及其零部件在各个工艺阶段投入的时间,比产品出产所提前的时间。合理确定生产提前期,可以为企业的生产计划提供制定的依据,可以使生产系统的稳定性和生产效率得到提高,因此提前期的研究对企业的生产计划和控制意义重大。文献[1]通过构造一个合适的连续的 Markov 链来近似地研究最长路径的分布函数,又利用该方法得到生产周期的函数。在文献[2]中 Azaron 等用最长路径分析法来获得生产提前期的函数,运用多目标规划法进行优化设计;文献[3]又扩展了文献[2]的工作,提出利用 STEM 方法来代替简单的目标规划技术,来解决多目标优化的问题;其后,Azaron 等人在文献[4]中对文献[2,3]中的工作做了进一步的研究,利用遗传算法对多目标问题进行优化。文献[5]中学者提出一种约束满足与禁忌搜索结合的混合算法,对提前/拖期 Job Shop 调度问题建立了约束满足优化问题模型。

上述文献都对生产提前期进行了优化分析,但没有充分考虑各种随机、模糊因素对生产提前期的

影响,这与生产实际往往是不相符的。而在实际生产组织过程中,生产提前期普遍存在着类似于供应链牛鞭效应的逐级放大效应,笔者已在文献[6]中分析了提前期牛鞭效应现象的存在,这一现象造成了提前期标准的失真,给有效地进行生产计划与控制工作带来了很大的困难。实际的生产系统是个复杂的系统,主要表现在不确定性、并发性和资源共享问题<sup>[7]</sup>,采用 Petri 网建模可以较好地解决上述问题,也为生产系统的评估分析、性能分析提供了理论上的依据。针对生产系统复杂程度的高低可采用不同的 Petri 网建模,如随机 Petri 网、着色 Petri 网、混合 Petri 网及面向对象 Petri 网等。在文献[8-12]中学者利用不同的 Petri 网对生产系统的性能进行评价分析,从而证实了 Petri 网是一种描述离散系统的有效的图形化建模工具,尤其适合于顺序、并发、冲突和同步过程的分析。国内学者对 Petri 网也进行了相关研究,文献[13]中学者利用 Petri 网对 workflow 进行了优化分析,文献[14]中学者利用 Petri 网对建筑施工进行了建模研究,证明了采用 Petri 网的有效性。

以往研究生产提前期大都采用数学建模的方法,然而遗憾的是前提假设较为简单,若同时考虑多种因素的改变,则数学方法的复杂度就会大大提高;而 Petri 网与三角模糊结合的建模过程不仅直观明确,而且可以考虑到很多实际因素。本文利用随机 Petri 网并结合三角模糊参数对生产提前期放大效应的测度方法进行探讨,这是研究生产提前期方法论上的一个新的探索,其意义在于提供了一种解决

收稿日期:2010-10-09;修订日期:2011-01-19

基金项目:教育部人文社会科学研究规划基金项目(08JA630033);国家自然科学基金青年基金项目(70801033);江苏省高校哲学社会科学研究计划项目(07SJB630009)

作者简介:韩文民(1963-),男(汉族),江苏南京人,江苏科技大学教授,博士,研究方向:现代工业工程。

测度生产周期波动问题的新的思路和方法,可以进一步证实生产提前期也具有“牛鞭效应”的现象,以便为更准确地确定提前期标准,进而为有效的生产计划与控制工作提供依据。

## 2 生产提前期牛鞭效应的形成

产品的加工由一系列不同的工艺及工序组成,而工艺往往分布在不同的车间,前后工艺阶段、工序与工序之间相互影响。在实际的生产过程中,尤其是多品种、小批量(单件)订单生产方式,面临很多不确定性<sup>[15,16]</sup>:订单组合的不确定性、交货期的不确定性、工艺路线的不确定性以及各种随机扰动因素的存在,如临时订单的下达、物料供应的短缺、设备的临时故障等等,从而导致了加工时间的不确定性。各种不确定性的存在使得时间的波动在工序间、工艺阶段间的逐级传递,产生放大效应,最终导致生产周期、生产提前期的延长。这类类似于供应链中的牛鞭效应,本文称其为“生产提前期牛鞭效应”。以往文献较多的研究供应链中的牛鞭效应,且多集中在库存问题、信息共享问题,极少涉及生产提前期问题。事实上,后者在进行供应链计划时也不能忽视。

关于生产提前期的确定,通常有两种方法:一是采用经验公式法估算,这种方法获得的提前期较不准确,实用性较差;二是使用 MRP 或 ERP 系统所制定的提前期,但获得的提前期与实际也有较大的差异,究其根本原因是生产计划赖以制定的基础——批量及生产提前期等要素应该是生产物流平衡的结果,而不应将之作为先验的前提条件。

在企业内部的生产计划制定与控制过程中,由于期量标准不准确或失效及各种随机扰动的存在造成了“通过时间综合症”<sup>[6]</sup>,如下图 1 所示。“通过时间综合症”的存在,使得生产组织往往陷入一种恶性循环。在产品生产的各个工艺阶段上,生产任务过早投入,则等待队列加长且在制品数量就会增加,等待时间和生产周期将会延长且偏差更大。其结果是任务脱期不仅没有好转,反而变坏。只有通过加急任务或采取临时特别措施,才能够将最重要的任务按时生产和交货,普通的任务则要等更长的时间。从纵向方面分析,由于历史生产任务的脱期,在新的生产计划制定时,又加大了各个阶段的保险期,结果是不合理地进一步加长了生产周期,再次进入了“通过时间综合症”的恶性循环,使得生产提前期和生产周期在更大的偏差水平上才能够稳定下来。

生产任务的过早投入,意味着在产品出产的毛

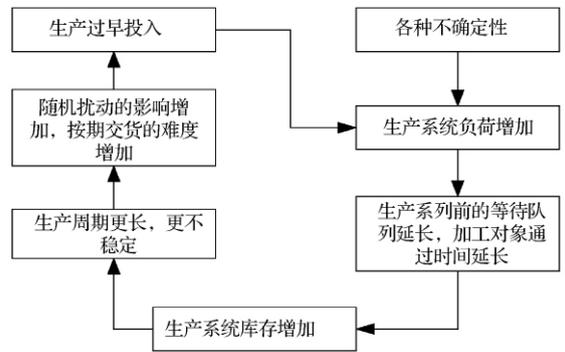


图 1 生产系统通过时间综合症示意图

坯、零件或部件的制造、加工、装配各工艺阶段上的提前期加长,且前工序生产周期的时间波动逐级传递到后工序,使后工序的生产周期波动更为显著。各个工序的生产周期的波动导致了提前期的波动,这类类似于供应链中的牛鞭效应,不妨称之为企业内部的牛鞭效应,尤其体现在生产提前期上,结果是生产提前期往往远远高于实际所需的生产提前期。

由上述分析得知,生产提前期的牛鞭效应包含两层含义:从产品生产各工艺、工序阶段的横向看,前一阶段生产周期的波动会放大传递到后续阶段,从而产生一次生产计划期内传递的提前期牛鞭效应;从纵向看,在不同计划期间,由于“通过时间综合症”的存在,前次计划的脱期,将导致后次计划提前期的进一步放大。限于篇幅,下文测定的是一次生产计划期内传递的提前期牛鞭效应。

## 3 随机 Petri 网的分析方法

在确定时间 Petri 网中将确定时间换成服从指数概率分布的随机变量时延,即可得到随机时间 Petri 网。一个 SPN 同构于一个连续时间的马尔可夫链<sup>[17]</sup>。SPN 的每个标识映射成 MC 的一个状态,SPN 的可达图同构于一个 MC 的状态空间,一个有界 SPN 同构于有穷的 MC<sup>[18]</sup>。因此,借助于随机 Petri 网的状态可达图同构于连续时间马尔可夫链的特点得到系统的稳定状态概率方程组,求解所得方程组可得到各状态的稳态概率,从而可对系统性能进行分析,如资源的利用率、系统的平均生产率、生产周期等<sup>[19]</sup>。

利用有界的 SPN 进行随机制造系统性能分析的具体步骤如下:

(1)建立系统的 PN 模型,并将指数分布时延与所有变迁关联;

(2)构造与该 SPN 同构的 MC;

具体实现方法:求出 SPN 的可达图  $R(m_0)$ , 将其每条弧上标注的实施变迁  $t_i$ , 换成其平均实施速率  $\lambda_i$  (或与标识相关的函数), 即可得 MC。将所有标识或状态记为  $m_0, m_1, \dots, m_{q-1}$ ,  $q = |R(m_0)|$ 。

(3)分析马尔可夫链。通过求解下列线性矩阵方程得到稳态概率, 稳态概率记为  $\Pi = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{q-1})$

$$\Pi A = 0, \sum_{i=0}^{q-1} \pi_i = 1 \tag{1}$$

此处,  $A = (a_{ij})_{q \times q}$  是变迁的激发率矩阵,  $i = 0, 1, 2, \dots, q-1, j = 0, 1, 2, \dots, q-1$ 。对于  $A$  的第  $i$  行元素即  $a_{ij}$ , 按以下方法确定:

①若  $j \neq i$ , 则  $a_{ij}$  为从状态  $m_i$  到  $m_j$  的所有输出弧的变迁激发率之和。

②当  $i = j$  时,  $a_{ii} = -\sum_{j \neq i}^{q-1} a_{ij}$ ,  $-a_{ii}$  为在  $m_i$  下使能的变迁的激发率之和。

(4)通过稳态概率  $\Pi$  以及变迁激发率矩阵  $A$ , 可以对 SPN 的性能进行分析。

### 4 SPN 的变迁模糊激发率

对复杂系统进行分析和设计通常涉及两类不确定性:随机性和模糊性。随机性可以由概率分布函数中的参数设定, 换言之, 随机性模拟随机的变化。模糊性模拟度量的不精确, 该不精确源于语义模糊和不完全信息<sup>[20,21]</sup>。在制造系统建模中, 建模参数通常是不确定性参数。模糊性(不精确性)来源于系统输入、系统输出和内部运作的精确与不透明。在一些情况下, 不确定性同时源于随机性和模糊性。“通过时间综合症”即由两类不确定性的扰动产生的, 从而导致生产的过早投入, 生产提前期的延长, 波动的逐级传递。

在 SPN 中, 时间作为随机变量, 每个变迁的激发率是一个精确的常数值, 以概率分布函数刻画的时延很好地描述了系统中的不确定性。通常, 在模型中描述不确定性的主导方法为建立随机模型, 该模型利用概率参数。然而, 概率模型并不适合描述各种不确定性, 事实上, 它只描述了随机性。尤其当数据的不精确度无法统计(比如, 不精确受到度量准确性的限制)和不能用概率刻画时, 概率模型就出现了弊端。引入模糊集理论可以弥补参数设置的不精确引起的结果误差, 同时考虑了模糊性造成的不确定性。

在实际的生产过程中, 变迁的激发对应着某一事件的发生, 如工件的传送、毛坯的车削、机器的损坏等。变迁的激发率通常是根据历史的统计分析而得出的, 得出的结果通常是一个精确的数值, 但统计数据无法包含一些信息, 激发率事实上应该是在某一区间变动的模糊值。因此, 本文在 SPN 的变迁激发率中引入模糊集。为方便计算, 引入三角模糊数表示变迁的激发率。假定  $\tilde{A} = (l, m, n)$  为一三角模糊数, 表示一模糊激发率,  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  是  $\tilde{A}$  的隶属函数。 $l, n$  分别是该模糊数据的下界元素和上界元素, 其差表示模糊程度,  $m$  的隶属度最高, 即  $\mu_{\tilde{A}}(m) = 1$ 。

定义: 设  $\tilde{A}$  为  $Q$  上的模糊子集, 对  $\forall \alpha \in [0, 1]$ , 称  $A(\alpha) = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, x \in Q\}$  为  $\tilde{A}$  的  $\alpha$  截集。 $\tilde{A} = (l, m, n)$  的  $\alpha$  截集可表示为  $\tilde{A}(\alpha) = [l + (m-l)\alpha, n - (n-m)\alpha]$ , 它定义了三角模糊数的一个信任区间。有关两个模糊数  $\tilde{A}(\alpha), \tilde{B}(\alpha)$  的运算法则可参考文献[20]。

### 5 算例分析

假定某一产品 P 需要经过毛坯加工、零件加工与装配三个工艺阶段, 工件必须经过两次加工后才能运输至装配车间, 然后进行装配。源头的细微扰动造成了逐级放大的牛鞭效应, 实际生产情况与这一现象高度相似。调查发现: 生产计划人员在作业计划时往往难以界定甚至忽略模糊因素, 而模糊因素的扰动引起了后续的波动放大效应。本文为了全面考虑第一工艺阶段(毛坯加工)的模糊因素和由此产生的扰动对后工艺阶段(零件加工和装配)的影响程度, 假设:

(1)第一工艺阶段的变迁激发率全用三角模糊数表示, 后工艺阶段除  $\lambda_1$  (开始准备时间)外, 其余都取精确值。

该假设关注的重点是第一阶段的模糊扰动如何进一步在随机不确定性扰动的基础上逐级放大到第二、第三阶段, 为了验证放大效应的传递性, 故只在第一工艺阶段设置三角模糊数, 后续阶段出于随机扰动普遍性的考虑, 故设置精确值。当然, 如果考虑到第二阶段(零件加工阶段)自身的模糊因素, 则第一第二阶段的生产周期波动传递到第三阶段的放大效应更为明显。

(2)不考虑后工艺阶段的赶工情况, 后工艺阶段按照正常的计划进度执行。

该假设是为了证实生产系统在自然状态下生产

提前期牛鞭效应的存在性,赶工一方面打破了计划执行的稳定性,影响测度结果,另一方面增加了额外的生产成本。为了正确认识提前期牛鞭效应的危害性,赶工情况应当排除,事实上,赶工不应当是合理的补救措施。

在产品生产的三个工艺阶段中,前工艺阶段生产周期波动的结果作为后工艺阶段开始准备时间的建模数据输入(即  $\lambda_1$ ),从而造成后工艺阶段生产周期的波动,这样逐级传递,结果使提前期产生放大效应。现利用随机 Petri 网测度这三工艺阶段的生产提前期牛鞭效应。

### 5.1 毛坯加工生产周期分析

假定一毛坯加工制造单元由两台机器  $M_1$  与  $M_2$  组成,它们各有一专用的机器人  $R_1$  与  $R_2$  上下工件。一输入传送带输送载有毛坯工件的托盘(一个托盘上仅载有一个工件),机器人  $R_1$  从其上抓取工件并装载到机器  $M_1$  上;机器人  $R_2$  将成品从机器  $M_2$  上卸下并送到输出传送带上,由其送走。两台机器间有一缓冲区,可存放 2 个中间工件。共有 3 个托盘可使用,工件安装在其中之一上,先后由机器  $M_1$  与  $M_2$  加工。加工完毕后,托盘与成品自动脱离,然后转载新的工件,再回到输入传输带上<sup>[19]</sup>。假设:

- (1)  $M_1$  加工的比  $M_2$  快,但  $M_1$  在其加工过程中可能出现故障。 $M_1$  的故障平均发生率为 0.5,维修率为 0.4。 $M_2$  与两台机器人无故障。
- (2)  $R_1$  每单位时间内装载 50 个工件, $M_1$  加工连同  $R_1$  卸载工件的平均速度为 5 个每单位时间。
- (3)  $M_2$  加工连同  $R_2$  装、卸载工件的平均速度为 4 个每单位时间。
- (4) 假定上述所有时间均服从指数分布。
- (5) 假定  $P_1$  中有两个待加工的工件。

步骤 1:

首先,建立如图 2 所示的制造单元的 SPN 模型,并将指数分布时延与变迁关联。初始标识  $m_0 = (2, 0, 0, 0, 1, 2, 1, 1, 1)^T$ 。注意到,  $p_7$  中的托肯数始终与  $p_5$  相同,  $p_8$ 、 $p_9$  中的托肯数保持不变(始终为 1),因此在构造可达图时,删除冗余库所  $p_7$ 、 $p_8$ 、 $p_9$ 。

库所  $p_1$  表示装载工件的托盘可用;  $p_2$  表示机器  $M_1$  在加工中;  $p_3$  表示中间工件可供机器  $M_2$  加工用;  $p_4$  为  $M_1$  在修理中;  $p_5$  为  $M_1$  可用;  $p_6$  为传输带有空位;  $p_7$  表示  $R_1$  可用(从分析的角度,它是冗余);  $p_8$  表示  $M_2$  可用(从分析的角度,它是冗余);  $p_9$  表示  $R_2$  可用(从分析的角度,它是冗余)。

变迁  $t_1$  表示  $R_1$  往  $M_1$  装载工件;  $t_2$  表示  $M_1$  加工、卸载工件;  $t_3$  表示  $R_2$  装载、 $M_2$  加工、 $R_2$  卸载工件;  $t_4$  表示  $M_1$  发生故障;  $t_5$  表示修理  $M_1$ 。

变迁激发率:  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5\} = \{50, 5, 4, 0.5, 0.4\}$ 。

其次,根据上述分析找出模型的可达图及马尔可夫链(如图 3 所示)。

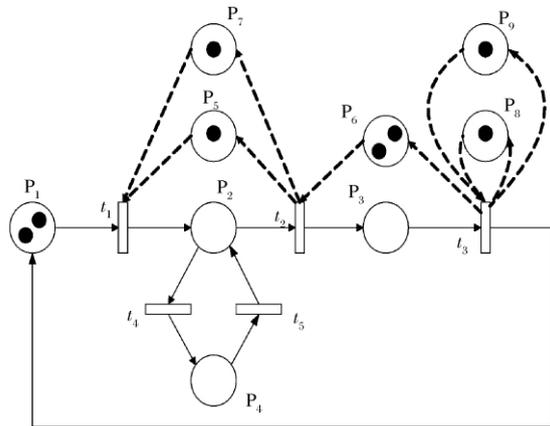


图 2 毛坯加工的 SPN 模型

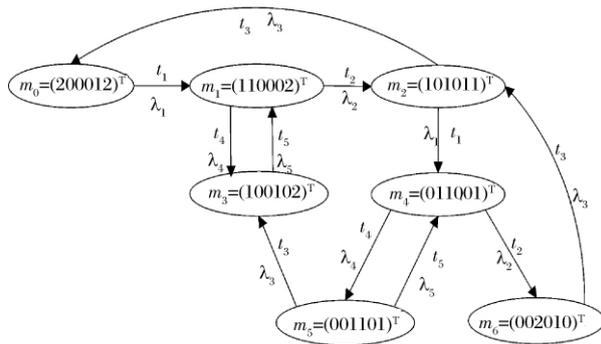


图 3 毛坯加工 SPN 的可达图及马尔可夫链

根据式(1)可得

$$\begin{bmatrix} \pi_0 \\ \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 - \lambda_4 & \lambda_2 & \lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 - \lambda_3 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_5 & 0 & -\lambda_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & -\lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_3 & \lambda_5 & -\lambda_3 - \lambda_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 = 1$$

解此方程组得:

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \lambda_2 \lambda_3^2 \lambda_5 \beta / \lambda \\ \pi_1 &= \lambda_1 \lambda_3^2 \lambda_5 (\beta + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_5) / \lambda \\ \pi_2 &= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_5 \beta / \lambda \\ \pi_3 &= \lambda_1 \lambda_3^2 \lambda_4 (\beta + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_5) / \lambda \\ \pi_4 &= \lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_5 (\lambda_3 + \lambda_5) / \lambda \\ \pi_5 &= \lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 / \lambda \\ \pi_6 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_5 (\lambda_3 + \lambda_5) / \lambda \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\lambda = \lambda_2 \lambda_3^2 \lambda_5 \beta + [\lambda_1 \lambda_3 \lambda_5 (\lambda_1 + \lambda_3) + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_5 + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_3)] \beta + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_5 (\lambda_3 + \lambda_5) \beta = \lambda_3 \lambda_4 + (\lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_3 + \lambda_5)$$

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \left[ \frac{0 \ 23\alpha^6 + 4 \ 49\alpha^5 + 36 \ 42\alpha^4 + 157 \ 14\alpha^3 + 380 \ 43\alpha^2 + 490 \ 05\alpha + 262 \ 44}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{0 \ 23\alpha^6 - 7 \ 25\alpha^5 + 95 \ 12\alpha^4 - 664 \ 9\alpha^3 + 2611 \ 75\alpha^2 - 5466 \ 25\alpha + 4762 \ 5}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_1 &= \left[ \frac{4 \ 15\alpha^6 + 118 \ 45\alpha^5 + 1331 \ 1\alpha^4 + 7562 \ 7\alpha^3 + 23124 \ 15\alpha^2 + 36389 \ 25\alpha + 23182 \ 2}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{4 \ 15\alpha^6 - 168 \ 25\alpha^5 + 2764 \ 6\alpha^4 - 23613 \ 5\alpha^3 + 110918 \ 75\alpha^2 - 272506 \ 25\alpha + 274312 \ 5}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_2 &= \left[ \frac{1 \ 15\alpha^6 + 29 \ 35\alpha^5 + 296 \ 1\alpha^4 + 1536 \ 3\alpha^3 + 4364 \ 55\alpha^2 + 6475 \ 95\alpha + 3936 \ 6}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{1 \ 15\alpha^6 - 43 \ 15\alpha^5 + 658 \ 6\alpha^4 - 5263 \ 1\alpha^3 + 23312 \ 75\alpha^2 - 54413 \ 75\alpha + 52387 \ 5}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_3 &= \left[ \frac{6 \ 65\alpha^6 + 202 \ 6\alpha^5 + 2452 \ 1\alpha^4 + 15115 \ 8\alpha^3 + 50350 \ 05\alpha^2 + 86443 \ 2\alpha + 60069 \ 6}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{6 \ 65\alpha^6 - 282 \ 4\alpha^5 + 4877 \ 1\alpha^4 - 43900 \ 6\alpha^3 + 217899 \ 25\alpha^2 - 565185\alpha + 601425}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_4 &= \left[ \frac{2 \ 75\alpha^6 + 85 \ 25\alpha^5 + 1039 \ 5\alpha^4 + 6385 \ 5\alpha^3 + 21012 \ 75\alpha^2 + 35417 \ 25\alpha + 24057}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{2 \ 75\alpha^6 - 118 \ 25\alpha^5 + 2057\alpha^4 - 18551 \ 5\alpha^3 + 91753 \ 75\alpha^2 - 236706 \ 25\alpha + 249562 \ 5}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_5 &= \left[ \frac{0 \ 25\alpha^6 + 8\alpha^5 + 101 \ 5\alpha^4 + 654\alpha^3 + 2270 \ 25\alpha^2 + 4050\alpha + 2916}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{0 \ 25\alpha^6 - 11\alpha^5 + 196 \ 5\alpha^4 - 1826\alpha^3 + 9330 \ 25\alpha^2 - 24915\alpha + 27225}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \\ \pi_6 &= \left[ \frac{2 \ 75\alpha^6 + 88\alpha^5 + 1116 \ 5\alpha^4 + 7194\alpha^3 + 24972 \ 75\alpha^2 + 44550\alpha + 32076}{17 \ 93\alpha^6 - 751 \ 3\alpha^5 + 12810 \ 42\alpha^4 - 113905 \ 6\alpha^3 + 558259 \ 25\alpha^2 - 1433257 \ 5\alpha + 1509150}, \frac{2 \ 75\alpha^6 - 121\alpha^5 + 2161 \ 5\alpha^4 - 2008\alpha^3 + 102632 \ 75\alpha^2 - 274065\alpha + 299475}{17 \ 93\alpha^6 + 536 \ 14\alpha^5 + 6373 \ 22\alpha^4 + 38605 \ 44\alpha^3 + 126474 \ 93\alpha^2 + 213815 \ 7\alpha + 146499 \ 84} \right] \end{aligned}$$

对每个  $\pi_i = [\pi_i^-(\alpha), \pi_i^+(\alpha)]$ ,  $\alpha = 0$  时其最大值和最小值必须在区间  $[0, 1]$  上, 注意到  $\pi_1^+, \pi_3^+, \pi_4^+$ ,  $\pi_6^+$  大于 1, 所以作以下优化:

$$\begin{aligned} \text{Min}(S) &= \alpha \\ \text{s. t. } \pi_0^+(\alpha), \pi_1^+(\alpha), \pi_2^+(\alpha), \pi_3^+(\alpha), \pi_4^+(\alpha), \pi_5^+(\alpha), \\ \pi_6^+(\alpha) &\leq 1 \\ \pi_0^-(\alpha), \pi_1^-(\alpha), \pi_2^-(\alpha), \pi_3^-(\alpha), \pi_4^-(\alpha), \pi_5^-(\alpha), \\ \pi_6^-(\alpha) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

对上式化简后得:

$$\begin{aligned} \text{Min}(S) &= \alpha \\ \text{s. t. } -13.78\alpha^6 - 704.39\alpha^5 - 3608.62\alpha^4 - \\ 62218.94\alpha^3 - 15556.18\alpha^2 - 486321.95\alpha + \\ 127812.66 &\leq 0 \\ -11.28\alpha^6 - 818.54\alpha^5 - 1496.12\alpha^4 - \\ 82506.04\alpha^3 + 91224.32\alpha^2 - 779000.7\alpha + 454925.16 \\ &\leq 0 \\ -15.18\alpha^6 - 654.39\alpha^5 - 4316.22\alpha^4 - \\ 57156.94\alpha^3 - 34721.18\alpha^2 - 450521.95\alpha + \end{aligned}$$

步骤 2: 用三角模糊数替代变迁的激发率。根据专家分析及综合考虑, 得到各个变迁激发率的模糊值及其  $\alpha$  截集(如表 1 所示)。

表 1 毛坯加工过程中模糊变迁激发率及其  $\alpha$  截集

$\lambda$ 的模糊集	$\alpha$ 截集
$\lambda_1 = (45/50/55)$	$\lambda_1 = [45 + 5\alpha, 55 - 5\alpha]$
$\lambda_2 = (4/5/6)$	$\lambda_2 = [4 + \alpha, 6 - \alpha]$
$\lambda_3 = (3/4/5)$	$\lambda_3 = [3 + \alpha, 5 - \alpha]$
$\lambda_4 = (0.4/0.5/0.6)$	$\lambda_4 = [0.4 + 0.1\alpha, 0.6 - 0.1\alpha]$
$\lambda_5 = (0.3/0.4/0.5)$	$\lambda_5 = [0.3 + 0.1\alpha, 0.5 - 0.1\alpha]$

利用模糊子集的代数运算规则, 得出模糊稳态概率:

$$\begin{aligned} 103062.66 \leq 0 - 15.18\alpha^6 - 657.14\alpha^5 - 4211.72\alpha^4 - \\ 58691.44\alpha^3 - 23842.18\alpha^2 - 487880.7\alpha + 152975.16 \\ \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

利用 MATLAB 解此不等式得  $\alpha = 0.6030$ 。毛坯加工系统最终的模糊稳态概率如表 2 所示。

表 2 毛坯加工系统最终的模糊稳态概率

$\alpha = 0.6030$	$\alpha = 1$
$\pi_0 [0.0009, 0.0069]$	0.0025
$\pi_1 [0.0672, 0.4399]$	0.1723
$\pi_2 [0.0119, 0.0816]$	0.0313
$\pi_3 [0.1627, 1.0000]$	0.4032
$\pi_4 [0.0662, 0.4123]$	0.1653
$\pi_5 [0.0077, 0.0460]$	0.0188
$\pi_6 [0.0846, 0.5061]$	0.2066

变迁  $t_3$  的激发表示加工完一个产品, 而该变迁在标识  $m_2$ 、 $m_5$  及  $m_6$  下使能。因此, 毛坯加工系统的平均生产率:

$$f_3 = \lambda_3(\pi_2 + \pi_5 + \pi_6) = [0.3754, 2.7864]$$

该工艺阶段的生产周期:  $P_c = \frac{1}{f_3} = [0.3589,$

2.6638]

可见由于受随机因素及模糊因素的影响,该工艺阶段生产周期的波动量为 2.3049,最可能的生产周期为 0.9739( $\alpha = 1$ )。

### 5.2 零件加工生产周期分析

零件加工车间对毛坯加工后的半成品进行加工。假设加工过程类似于第一阶段,即也需要两台机器  $M_1, M_2$ , 机器人  $R_1, R_2$ , 有 3 个托盘可以使用,缓冲区可存放 2 个中间工件。对应的 SPN 模型如图 4 所示。

库所  $p_1$  表示毛坯加工后的零件的准备;  $p_2$  表示装载零件的托盘可用,等待加工;  $p_3$  表示机器  $M_1$  在加工中;  $p_4$  表示中间工件可供机器  $M_2$  加工用;  $p_5$  为  $M_1$  在修理中;  $p_6$  为  $M_1$  可用;  $p_7$  为传输带上有空位;  $p_8$  表示  $R_1$  可用(从分析的角度,它是冗余);  $p_9$  表示  $M_2$  可用(从分析的角度,它是冗余);  $p_{10}$  表示  $R_2$  可用(从分析的角度,它是冗余)。

变迁  $t_1$  为零件的获得,其平均速度为毛坯加工完工所需时间的倒数,即  $f_3$  (假定零件及时送到装配线上);  $t_2$  表示  $R_1$  往  $M_1$  装载工件;  $t_3$  表示  $M_1$  加工、卸载工件;  $t_4$  表示  $R_2$  装载、 $M_2$  加工、 $R_2$  卸载工件;  $t_5$  表示  $M_1$  发生故障;  $t_6$  表示修理  $M_1$ 。

假设变迁激发率  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6\} = \{f_3, 25, 5, 4, 0.5, 0.5\}$ ,  $f_3 = [0.3754, 2.7864]$

零件加工工序 SPN 的可达图及同构 MC 如图 5 所示。

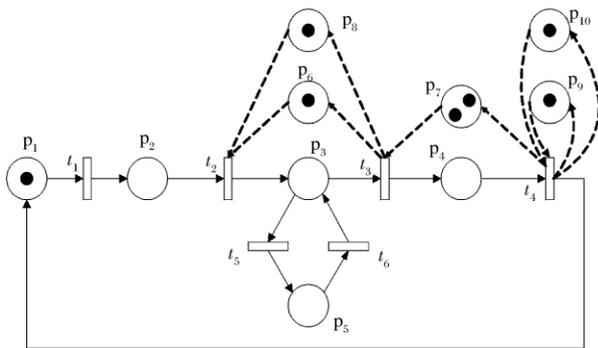


图 4 零件加工的 SPN 模型

变迁  $t_4$  的激发表示加工完一个零件,而该变迁在标识  $m_3$  下使能。通过稳态概率方程计算得到零件加工系统稳态概率:当  $f_3 = [0.3754, 2.7864]$ ,  $\pi_3 = [0.0321, 0.5533]$ ;  $f_3 = 1.0268$  (最可能的稳态概率)时,  $\pi_3 = 0.1502$ 。因此,零件加工系统的平

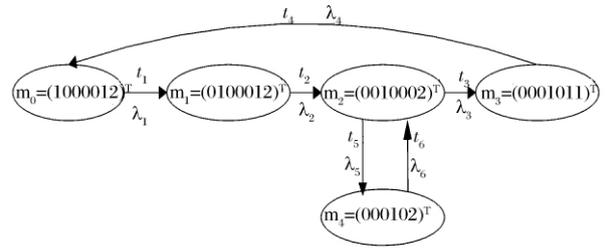


图 5 零件加工 SPN 的可达图及马尔可夫链

均生产率:  $f_4 = \lambda_4 \pi_3 = [0.1284, 2.2132]$ 。

该工艺阶段的生产周期:  $P_c = \frac{1}{f_4} = [0.4518,$

7.7882]

可见由于受上一工艺波动的影响,该工艺阶段生产周期的波动量为 7.3364,最可能的生产周期为 1.6644;若仅由于第一阶段随机因素的影响和该阶段自身工序随机因素的影响,即  $\lambda_1 = 1.0268$ ,其余变迁激发率也为精确参数,可进行以下对比分析。运用 crystal ball 软件进行蒙特卡罗模拟,模拟各工序参数,模拟运行次数为 10000 次,置信度水平达到 99% 即停止。模拟结果如图 6 所示。

根据 Vysochanskii - Petunin 不等式得知,零件加工生产周期以大于 95% 的概率落在其期望上下  $3\sigma$  范围之内 ( $3\sigma$  原则)。可见,在 95% 的可能性下,该工艺阶段生产周期的波动量最大为  $1.47 + 3 \times 1.00 - 0 = 4.47$ ,小于初始  $\lambda_1$  为模糊参数后的结果即 7.3364,证实该工艺由于第一阶段的模糊扰动(该波动造成了第二阶段初始输入变迁的模糊)导致了比其仅受随机因素影响下更大的生产周期波动量。当然在此基础上,也可以证实就第一阶段随机因素的扰动导致了该阶段生产周期更大的波动率,运用 crystal ball 软件模拟时只要设置第一个参数为常数,然后比较统计图中的方差值。

### 5.3 装配周期分析

装配车间对经零件加工后的半成品与另一外协件进行装配,假定外协件随时可用。装配工序如图 7 所示。图中有垂直小箭头的工序需要一个工人的参与。

对应的 SPN 模型如图 8 所示。

库所  $p_1$  表示半成品的准备;  $p_2$  表示半成品等待组装;  $p_3$  表示外协件等待组装;  $p_4$  为组装完成;  $p_5$  为包装完成;  $p_6$  表示工人空闲。

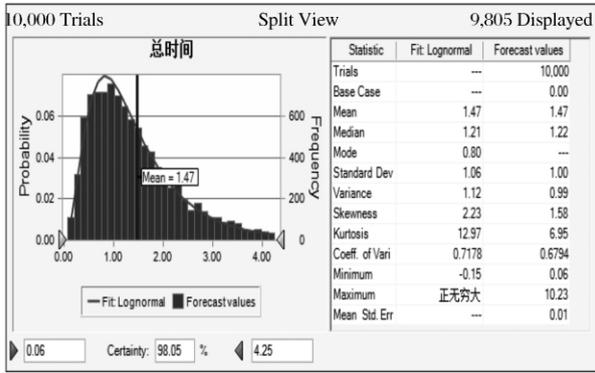


图 6 模拟零件加工生产周期频率和统计图

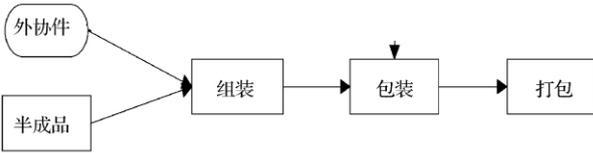


图 7 装配工序路线

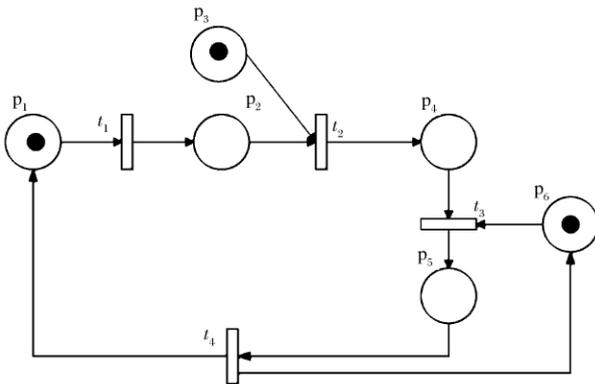


图 8 装配工序 SPN 模型

变迁  $t_1$  为半成品的获得,其平均速度即为半成品完工所需时间的倒数,即  $f_4$  (假定半成品及时送到装配线上);  $t_2$  为组装,平均速度为 25 个每单位时间;  $t_3$  为包装,平均速度为 20 个每单位时间;  $t_4$  为打包,平均速度为 20 个产成品每单位时间。

因此,  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\} = \{f_4, 25, 20, 20\}$ ,  $f_4 = [0.1284, 2.2132]$ 。

为方便分析,假定库所  $p_3$  中的托肯数始终保持不变。则装配工序 SPN 的可达图及同构 MC 如图 9 所示。

变迁  $t_4$  的激发表示装配完一个产品,而该变迁在标识  $m_3$  下使能。通过稳态概率方程计算得到装配系统稳态概率:当  $f_4 = [0.1284, 2.2132]$  时,  $\pi_3 = [0.0049, 0.1087]$ ; 当  $f_4 = 0.6008$  (最可能的稳态概率)时,  $\pi_3 = 0.0277$ 。因此,装配系统的平均生

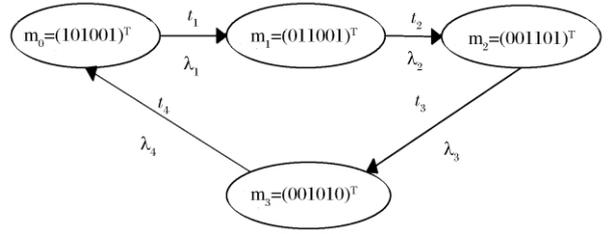


图 9 装配工序可达图及马尔可夫链

产率:  $f_5 = \lambda_4 \pi_3 = [0.0980, 2.1740]$ 。

该工艺阶段的生产周期:  $P_z = \frac{1}{f_5} = [0.4600,$

$10.2041]$

可见由于受上一工艺波动的影响,该工艺阶段生产周期的波动量为 9.7441,最可能的生产周期为 1.8051。类似的,以下运用 crystal ball 软件模拟证实:

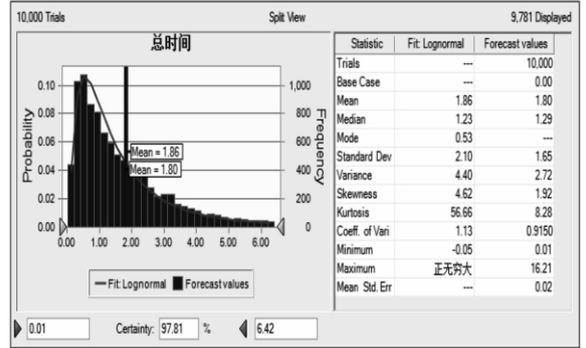


图 10 模拟装配周期频率和统计图

该工艺仅由于自身工序和第一、第二阶段随机因素的影响导致的生产周期波动量,小于第一阶段的受模糊扰动传递后的波动量。模拟运行次数为 10000 次,置信度水平达到 99% 即停止。模拟结果如图 10 所示。根据  $3\sigma$  原则,在 95% 的可能性下,该工艺阶段生产周期的波动量最大为  $1.80 + 3 \times 1.65 - 0 = 6.75$ ,小于初始  $\lambda_1$  为模糊参数后的结果即 9.7441,由此得证。

## 6 提前期牛鞭效应的风险测度分析

通过以上模拟分析,可以得出以下几点结论:

(1) 毛坯加工工艺生产周期的波动量为 2.3049,零件加工工艺生产周期的波动量为 7.3364,装配工艺生产周期的波动量为 9.7441,可见前工艺阶段生产周期的波动造成后工艺阶段生产周期更大的波动,且毛坯车间生产周期的波动逐级放大传递到后续的两个工艺阶段,即产生放大的提前期牛鞭效应。

(2) 毛坯加工生产周期为:  $[0.3589, 0.9739, 2.6638]$ , 零件加工生产周期为:  $[0.4518, 1.6644, 7.7882]$ , 装配生产周期为:  $[0.4600, 1.8051, 10.2041]$ 。由前文分析可知, 区间中值表示各工艺阶段最可能的完工时间; 左边的值表示各项资源利用率最高时的最佳(提前)完工时间; 右边的值表示最差(拖延)完工时间。在实际生产中, 由于学生综合症及帕金森定律的存在, 一般不会出现提前完工的现象。因此, 毛坯加工阶段生产周期的实际波动量为最差完工时间与最可能完工时间的差值, 即 1.6899; 零件加工阶段生产周期的实际波动量为 6.1238; 装配阶段的生产周期实际波动量为 8.3990。

(3) 令  $R_i = \frac{a_i}{C+a_i} \times 100\%$ ,  $R_i$  表示第  $i$  工艺阶段生产周期的波动率,  $a_i$  表示第  $i$  工艺阶段生产周期的波动量,  $C$  为整个产品生产的计划提前期。由经验数据得到产品生产的整个计划提前期为 5 个单位时间(算例中最可能完工生产周期可印证)。第  $i$  工艺阶段的波动使产品计划提前期脱离了  $a_i$ , 由此波动率  $R_i$  更清晰的测度了第  $i$  工艺阶段的波动对产品计划提前期的影响程度, 这与传统供应链中牛鞭效应的测度类似。当  $a_i < a_j$  ( $j$  为  $i$  的后续工艺) 时,  $R_i < R_j$ 。算例中,  $R_1 = 1.6899 \div (5 + 1.6899) \times 100\% = 25.26\%$ ,  $R_2 = 6.1238 \div (5 + 6.1238) \times 100\% = 55.05\%$ ,  $R_3 = 8.399 \div (5 + 8.399) \times 100\% = 62.68\%$ ,  $R_1 \leq R_2 \leq R_3$ , 由此说明了提前期牛鞭效应的逐级放大。

## 7 结语

本文利用随机 Petri 网结合模糊集理论, 对产品生产的三工艺阶段进行了建模分析, 测定出前工艺阶段由不确定因素导致的生产周期的波动对后工艺生产周期的波动具有放大的效应, 且逐级放大, 从而造成了生产提前期的牛鞭效应。本文所做的工作提供了一种解决测度生产周期波动问题的新思路和新方法, 建模中模糊因素和随机因素的引入, 也有助于更深入地理解和分析生产系统的特性。

限于篇幅, 本文测定的是一次生产计划期内的提前期牛鞭效应, 不同计划期的提前期牛鞭效应也可以用类似的方法进行测定。在实际生产案例中, 测定提前期牛鞭效应还需从以下方面进行考虑: (1) 重点分析生产工艺中模糊参数的引入位置, 模糊扰动因素可能出现在任意工艺阶段的某些工序上。

(2) 若只利用简单的 SPN 模拟过于复杂的系统时, 容易造成状态空间的爆炸而难以分析, 此时需要对 SPN 进行扩充优化并结合其它知识对系统进行建模分析。这些工作, 将有助于更合理地确定生产提前期, 从而为企业生产计划的制定和控制提供更好的依据, 使企业生产组织的有效性得到提高。

## 参考文献:

- [1] Azaron, A., Katagiri, H., Kato, K.. Longest path analysis in networks of queues: dynamic scheduling problems [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 174 (1): 132-149.
- [2] Azaron, A., Katagiri, H., Kato, K.. Modeling complex assemblies as a queuing network for lead time control [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006(174): 150-168.
- [3] Amir, A., Farhad, K.. A multi-objective lead time control problem in multistage assembly systems using an interactive method [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 176(2): 609-620.
- [4] Amir, A., Hideki, K., Masatoshi, S.. A multi-objective lead time control problem in multi-stage assembly systems using genetic algorithms [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 180(1): 292-308.
- [5] 李俊芳, 李铁克, 王伟玲. 约束满足混合算法求解提前/拖期 Job Shop 调度问题 [J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(16): 12-15.
- [6] 韩文民, 郭铜修. 提前期牛鞭效应的产生与基于 TOC 的生产计划控制 [J]. *系统工程*, 2005, 23(12): 59-62.
- [7] Ahmad, F., Huang, H. J., Wang, X. L.. Petri net modeling and deadlock analysis of parallel manufacturing processes with shared-resources [J]. *The Journal of Systems and Software*, 2010, (83): 675-688.
- [8] Chen, J., Chen, F. F.. Performance modeling and evaluation of dynamic tool allocation in flexible manufacturing systems using colored Petri nets: An object-oriented approach [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2003, 21(2): 98-109.
- [9] Liu, H., Jiang, Z., Fung, R. Y. K.. Modeling of large-scale re-entrant manufacturing systems by extended object-oriented Petri nets [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing technology*, 2005, (27): 190-204.
- [10] Lee, J. S., Zhou, M. C., Hsu, P. L.. Multiparadigm modeling of hybrid dynamic systems using Petri net framework [J]. *IEEE Transactions on Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2008, 38 (2): 493-498.
- [11] Zhang, H. H., Gu, M.. Modeling job shop scheduling with batches and setup times by timed Petri nets [J].

- Mathematical and Computer Modelling, 2009, (49): 2860294.
- [12] Sadou, N., Demmou, H.. Reliability analysis of discrete event dynamic systems with Petri nets[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, (94): 1848—1861.
- [13] 周江波, 凌鸿, 胥正川. 基于 Petri 网的工作流优化分析[J]. 中国管理科学, 2005, 13(3): 50—55.
- [14] 满庆鹏, 王要武. 建筑施工 Petri 网建模技术研究[J]. 中国管理科学, 2008, (16): 409—413.
- [15] Hu, L., Wu, R., Shao, S.. Analysis of dynamical systems whose inputs are fuzzy stochastic processes. Fuzzy Sets and Systems, 2002, (129): 111—118.
- [16] Herroelen, W., Leus, R.. Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials [J]. European Journal of Operational Research, 2005, 165: 289—306.
- [17] Zuberekw, M.. Performance evaluation using unbound timed Petri nets[C]. Proc of the Third International Workshop on Petri Nets and Performance Models, Washington: IEEE Computer Society, 1989: 180—186.
- [18] Molloy, M., K.. Structurally bounded stochastic Petri nets[C]. Proc of the Second International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Washington: IEEE Computer Society, 1987: 156—163.
- [19] 江志斌. Petri 网及其在制造系统建模与控制中的应用[M]. 北京: 机械工程出版社, 2004.
- [20] Tüysüz, F., Kahraman, C.. Modeling a flexible manufacturing cell using stochastic Petri nets with fuzzy parameters [J]. Expert Systems with Applications, 2010, (37): 3910—3920.
- [21] Barbosa, V. C., Ferreira, F. M. L.. Structured construction and simulation of nondeterministic stochastic activity networks [J]. European Journal of Operational Research, 2009, (198): 266—274.

### Research on the Lead Time Bullwhip Effect Measurement Based on Stochastic Petri Nets

HAN Wen-min, YUAN Li-li, YE Tao-feng

(School of Economics and Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

**Abstract:** Using stochastic Petri nets and triangular fuzzy parameters, this paper measures the fluctuation of the three stages of production cycle, and it conforms that the deviation of preceding production cycle leads to a greater deviation of the next production cycle. The fluctuation transfers from a stage to a subsequent stage in the whole production process, and it is amplified gradually. The phenomenon is similar to the bullwhip effect in supply chain. This paper provides a new way of thinking and method about measuring the fluctuation of production cycle caused by uncertainty factors.

**Key words:** stochastic Petri nets; lead time bullwhip effect; triangular fuzzy parameters