

文章编号: 1003-207(2010)04-0152-06

一种基于一致性证据冲突的证据合成方法

梁昌勇¹, 叶春森^{1,2}, 张恩桥¹

(1. 合肥工业大学管理学院, 安徽合肥 230009; 2. 安徽大学管理学院, 安徽合肥 230039)

摘要: 针对 Dempster-shafer 证据合成结果与直觉决策认识之间的不一致性, 提出一种新的证据合成规则。从决策的具体背景入手, 描述 Dempster-shafer 证据合成公式产生悖论的两种情况, 利用证据冲突的定义分析产生悖论的原因, 提出基于一致性证据冲突的证据合成公式。该公式能减低决策中“一票否决制”和“众口烁金”等模式中决策信息放大或缩小而造成的误差。实例分析和实验结果表明, 新的合成公式比较符合直观和常理, 并较好地解决了上述冲突证据的合成问题。

关键词: 证据理论; 证据冲突; 决策模式; 合成悖论

中图分类号: C934 **文献标识码:** A

1 引言

自上个世纪 60 年代以来, Dempster 和 Shafer 创立的证据理论(D-S theory, DST)一直是决策分析、工程数据融合和逻辑推理等领域的重要方法^[1-4]。这是因为, 这一理论具有严密的概率理论基础、强大的不确定性描述能力和系统的合成与推理规则等独特的属性。但是, 由于决策背景的多样性和决策过程的复杂性, 基于 DST 理论的决策结果出现了一些不符合常理的现象^[5-6]。国内外学者为解决这一问题做了大量的研究工作, 纷纷从 DST 的合成规则和证据源等角度提出 DST 的修正方案。Yager (1989) 提出将冲突证据完全分配给识别框架, 不冲突性的证据采用与运算合成^[7]。为降低证据源概率分配的不确定性, Murphy (2000) 和 Deng (2004) 等人将 n 个证据的基本概率分配函数平均, 再合成^[8-9]。孙全等 (2000) 引入证据可信度对 DST 合成公式进行了修正, 实际上是依据证据可信度来吸收证据冲突^[10]。徐凌宇等 (2004) 在分析证据冲突和合成规则定义的局限性的基础上, 从数值和语义之间的兼容性研究证据冲突, 提出了一种扩展的证据冲突定义和组合规则^[11]。与上述类似的文献还有王小艺等人 (2006)^[12] 和陆文星等人 (2008)^[13] 等。文献 [14] 根据决策者的主观偏好, 将专家的意见利用效用信度函数转

换成效用信度, 然后利用证据理论合成公式对效用信度进行综合, 解决直接采用 DST 理论合成证据时产生的悖论。

参考文献 [4, 13, 14] 对文献提出的修正方案的分类, 本文提出上述的文献提出的修正方案主要有三类: 第一类是对传统 DST 理论中合成规则的扩张和修正^[3, 7, 10, 11], 其本质是如何有效地利用证据冲突来辅助决策; 第二类是对证据源进行预处理^[8-9, 10, 12], 尽量减低证据之间的冲突, 再利用传统的 DST 理论来合成; 第三类是在综合前两类方法的基础上, 基于决策的背景, 利用决策的效用、模式等理论提出证据融合新机制, 其目标是使得证据合成的结果无限的接近直觉决策或决策机理^[14-15]。第一类方法面临证据合成交换律、结合律的挑战; 第二类方法面临难以获取和量化证据的权重信息; 第三类方法是一种新的尝试, 需要充分考虑证据合成过程、结果与应用领域之间的一致性。本文根据第三类方法的思路, 提出一种基于一致性证据冲突的合成规则, 其结果能减低决策中“一票否决制”和“众口烁金”等模式中决策信息放大或缩小而造成的误差, 消除证据合成悖论, 使得证据合成过程与决策机理相互一致。

2 证据合成悖论与冲突定义分析

2.1 两种悖论

在证据理论中, 由于专家经历和知识的有限性, 常常出现不同证据之间焦点不一致性的情况, 这样会造成证据之间很大的冲突。基于传统的 DST 不能解决这一问题。具体情况见例 1。

收稿日期: 2009-09-03; 修订日期: 2010-07-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70771037; 70871034)

作者简介: 梁昌勇(1965-), 男(汉族), 安徽肥西人, 合肥工业大学管理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 不确定性决策、智能计算。

例 1 零元悖论

表 1 证据基本概率分配表

	A	B	C
证据 1	0.99	0.01	0
证据 2	0	0.01	0.99

根据表 1,从直觉上看,无论是证据 1 还是证据 2,认为焦点 B 的信度都很低,对应的东西是小概率事件。两个证据之间的焦点不一致,导致证据间的冲突为 0.9999,按照 DST 理论得到的结果是 $m(A) = m(C) = 0, m(B) = 1$ 。这个结果和人们的直觉认识完全相悖。虽然它符合“一票否决制”后现实中的寻“次优”的现实,但无论其他证据如何支持的 A, C, 仍然无法改变证据 $m(A) = m(C) = 0$ 的局面。

这是一个经典的证据理论合成悖论的例子,其原因是证据间的焦点相悖和专家基本概率分配中的过偏和过激。

例 2^[14] 信用卡悖论

在信息社会里,信息技术正改变着人们的生活习惯和方式。在便捷的电子商务模式中,信用卡是一种是生活和工作的必需品。在使用信用卡之前,相关人员要对其安全性做出评估,假设某人对信用卡安全性的心理预期 99.5%,即使用 1000 个单位的货币汇中只可能有小于等于 5 个单位的货币存在不安全危机。假设二位专家根据其知识和经验给出信用卡系统的安全性评价如表 2 所示。

表 2 信用卡安全水平概率分布表

	专家 1	专家 2	合成结果
安全水平	0.95	0.95	0.9973
不安全水平	0.05	0.05	0.0027

直观地看,这个系统的安全性无法达到消费者的心理预期。但按照传统的证据理论 Dempster 合成规则,得到信用卡安全的信度水平超过 99.5%,高于系统的预期安全水平线。因此,这一合成结果容易对实际的决策行为产生误导。这种悖论是由 DST 理论的归一因子 $(1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j))$ 所造成的。在这种情况下,随着相同证据的增加,信用卡的安全水平会越来越大,落入这种决策陷阱,和通常意义上的“众口烁金”现象本质是一样的。

2.2 一致性证据冲突定义分析

从 DST 理论的概率基础来看,证据的一致性指的是必然事件,其他任何证据间都存在冲突。例如,证据 $m_1(A) = 1, m_1(B) = 0; m_2(A) = 1, m_2(B) = 0$, 这是个必然事情,它的冲突为 0。在现实中,决策都存在一定的不确定性和风险。例如:有两个专家,

对相应识别框架内的焦点给出的基本概率分配是

$$m_1(A) = 0.9, m_1(B) = 0.1; m_2(A) = 0.9, m_2(B) = 0.1$$

凭直觉,这两个专家的建议是一致的,没有冲突。但按照 DST 理论,其冲突为

$$k = 0.9 \times 0.1 + 0.9 \times 0.1 = 0.18$$

本文把这种证据间产生的冲突定义为一致性证据冲突,这类证据冲突应该作为证据信度的一部分。上述合成悖论都与这一冲突的分配不合理有关。

3 新的证据合成方法

根据上述分析,为消除 DST 在上述情况下的合成悖论,本文提出一种基于证据冲突吸收的证据合成方法,即把由基本概率分布相同所引起的冲突划为证据的支持信度。在特定证据框架下,设有证据 m_1, m_2 , 则具体合成法则如下:

$$m(\emptyset) = 0$$

$$m(A) = m_1(A) \times m_2(A) + c(A)$$

$$m(\ominus) = 1 - \sum_{i=1}^n m(A_i)$$

其中 $c(A) = M(1 - M), M = \max(m_i(A))$
 $c(A) = M(1 - M)$ 表示的是按照 DST 理论,当证据完全一样的情况下所形成的部分证据冲突。按照上述分析,这部分冲突应该化为证据信任范围内。如果有多个证据,可以采取通过 $n-1$ 次两两证据合成的方式得到最终结果。

根据新的合成规则,例 1 在证据不足的情况下得到如下结果:

$$m(A) = m(C) = 0.99 \times 0 + 0.99 \times (1 - 0.99) = 0.0099,$$

$$m(B) = 0.01 \times 0.01 + 0.01 \times (1 - 0.01) = 0.01$$

$$m(\ominus) = 1 - 0.0099 - 0.0099 - 0.01 = 0.9702$$

这个结果和直觉上的认识是一致的。例 2 的情况根据新的合成法则得到的结果是 $m(\text{安全水平}) = 0.95, m(\text{不安全水平}) = 0.05, m(\ominus) = 0$ 。根据上述描述,这个结果与我们的日常认识是一致的,符合信用卡使用安全评估要求。在数字演算中,如果新合成的信度之和大于等于 1,要进行归一化处理,此时未知领域的信度为 0。

4 实验结果与讨论

为检验模型的有效性和适应性,本文首先选取文献[12]和[13]的算例进行分析说明,其后通过随机数来进一步检验其稳定性。

4 1 来自现有文献的两个算例

例 3 已知项目投资选择的基本概率分配表 3, 采用代表性的证据合成算法得到的结果见表 4。

表 3 项目投资选择概率分布

	m1	m2	m3	m4
A	0.7	0	0.6	0.7
B	0.1	0.8	0.1	0.2
C	0.2	0.2	0.3	0.1

表 4 六种证据合成算法结果比较

	m1, m2	m1, m2, m3	m1, m2, m3, m4
	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
DST	$m(B) = 0.667$	$m(B) = 0.4004$	$m(B) = 0.4004$
	$m(C) = 0.333$	$m(C) = 0.5996$	$m(C) = 0.5996$
	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
Yager 方法	$m(B) = 0.08$	$m(B) = 0.008$	$m(B) = 0.0016$
	$m(C) = 0.04$	$m(C) = 0.012$	$m(C) = 0.0012$
	$m(\Theta) = 0.88$	$m(\Theta) = 0.98$	$m(\Theta) = 0.9972$
	$m(A) = 0.1278$	$m(A) = 0.1706$	$m(A) = 0.2132$
孙全 方法	$m(B) = 0.2443$	$m(B) = 0.1979$	$m(B) = 0.1679$
	$m(C) = 0.113$	$m(C) = 0.1918$	$m(C) = 0.2052$
	$m(\Theta) = 0.5149$	$m(\Theta) = 0.4397$	$m(\Theta) = 0.4137$
	$m(A) = 0.6579$	$m(A) = 0.7813$	$m(A) = 0.8657$
Murphy 方法	$m(B) = 0.2368$	$m(B) = 0.1686$	$m(B) = 0.1121$
	$m(C) = 0.1053$	$m(C) = 0.0501$	$m(C) = 0.0222$
陆文 星 方法	$m(A) = 0.06381$	$m(A) = 0.8172$	$m(A) = 0.955$
	$m(B) = 0.1502$	$m(B) = 0.0404$	$m(B) = 0.015$
	$m(C) = 0.2117$	$m(C) = 0.1424$	$m(C) = 0.003$
	$m(A) = 0.21$	$m(A) = 0.1869$	$m(A) = 0.34083$
本文 方法	$m(B) = 0.24$	$m(B) = 0.384$	$m(B) = 0.313344$
	$m(C) = 0.2$	$m(C) = 0.27$	$m(C) = 0.2241$
	$m(\Theta) = 0.35$	$m(\Theta) = 0.1591$	$m(\Theta) = 0.121726$

例 4 已知证据基本概率分配表 5, 采用代表性的证据合成算法得到的结果见表 6。

表 5 5 个证据基本概率分配表

	m1	m2	m3	m4	m5
A	0.5	0	0.55	0.55	0.55
B	0.2	0.9	0.1	0.1	0.1
C	0.3	0.1	0.35	0.35	0.35

表 4 和表 6 表明 DS 无法克服零元悖论; Yager 方法明显的缺陷是随着证据的增多, 不确定的识别框架 Θ 的未知程度变大, 这和现实认识是不一致的; 而陆和 murphy 的方法缺少对未知领域的讨论。孙全的方法的结果与文的方法基本类似, 但是随着证据的增多, 在处理冲突中, 其未知领域的概率分配减低过慢; 而且在证据信度合成的过程, 信息凝聚的集中的程度比较低。例如, 在例 3 中, 四个证据的结果明显支持 A, 但其合成结果却只是 0.2132, 但冲突确是 0.4137; 在例 4 中, 当证据增长到 5 个时, 在有限理性范围内, 对识别框架内的未知领域应该知道的比较多了, 但其结果仍然是 0.507, 对最有可能发生事件的合成结果却是 0.2111。这些问题和实际的决策过程都是存在差距的。因此, 与其他方法相比, 本文的方法能很好的处理未知领域概率分配问题, 合成的结果比较稳定、焦元信度分布合理; 且在多证据合成中具有较好的适应性, 即能充分吸收新证据信息, 重新合理地分配焦元信度。

表 6 不同证据合成算法结果比较

	m1, m2	m1, m2, m3	m1, m2, m3, m4	m1, m2, m3, m4, m5
	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
DST	$m(B) = 0.85$	$m(B) = 0.6316$	$m(B) = 0.3288$	$m(B) = 0.1228$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.3684$	$m(C) = 0.5996$	$m(C) = 0.8772$
	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
Yager 方法	$m(B) = 0.18$	$m(B) = 0.180$	$m(B) = 0.0018$	$m(B) = 0.00018$
	$m(C) = 0.03$	$m(C) = 0.105$	$m(C) = 0.00368$	$m(C) = 0.00129$
	$m(\Theta) = 0.79$	$m(\Theta) = 0.9715$	$m(\Theta) = 0.99452$	$m(\Theta) = 0.99853$
	$m(A) = 0.090$	$m(A) = 0.160$	$m(A) = 0.194$	$m(A) = 0.211$
孙全 方法	$m(B) = 0.377$	$m(B) = 0.201$	$m(B) = 0.160$	$m(B) = 0.138$
	$m(C) = 0.102$	$m(C) = 0.125$	$m(C) = 0.137$	$m(C) = 0.144$
	$m(\Theta) = 0.431$	$m(\Theta) = 0.486$	$m(\Theta) = 0.509$	$m(\Theta) = 0.507$
	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.3500$	$m(A) = 0.6027$	$m(A) = 0.7958$
Murphy 方法	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.5224$	$m(B) = 0.2627$	$m(B) = 0.0932$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.1276$	$m(C) = 0.1346$	$m(C) = 0.1110$
	$m(A) = 0.2809$	$m(A) = 0.4781$	$m(A) = 0.6871$	$m(A) = 0.8245$
王小艺方法	$m(B) = 0.5756$	$m(B) = 0.3699$	$m(B) = 0.1749$	$m(B) = 0.0698$
	$m(C) = 0.1434$	$m(C) = 0.1520$	$m(C) = 0.1380$	$m(C) = 0.1057$
	$m(A) = 0.25$	$m(A) = 0.385$	$m(A) = 0.45925$	$m(A) = 0.4414$
本文 方法	$m(B) = 0.27$	$m(B) = 0.2241$	$m(B) = 0.196312$	$m(B) = 0.2357$
	$m(C) = 0.24$	$m(C) = 0.3115$	$m(C) = 0.33775$	$m(C) = 0.3228$
	$m(\Theta) = 0.24$	$m(\Theta) = 0.0794$	$m(\Theta) = 0.006688$	$m(\Theta) = 0.0001$

4.2 一个随机实验

为进一步检验本文方法的适应性、收敛性和与其他方法的差别,我们利用随机数发生器的(0, 1)之间的均匀分布生成6个焦元和20个证据源的随机虚拟数据进行相关实验。当前,对证据合成悖论而的改进的代表性方法有Murphy方法和Yager方法,但由于是随机数,都比较小,所以Yager方法得

出的结果不符合常规,故略去。综合考虑,本文只采用Murphy方法和本文方法进行合成结果比较。把20个随机数据源分四次合成(一次是前5个证据的合成,前10个证据的合成,前15个证据的合成和20个数据的合成),以研究其随数据源增长合成结果的稳定性。具体数据和合成结果如表7。

表7 随机数据及合成实验结果表

	A	B	C	D	E	F	
随机证据1	0.1454261	0.090423	0.336046	0.234309	0.079051	0.114744	
随机证据2	0.2056888	0.178675	0.235577	0.140536	0.067007	0.172517	
随机证据3	0.2573388	0.152727	0.233577	0.055289	0.04338	0.257687	
随机证据4	0.17179	0.106576	0.158433	0.212385	0.246181	0.104636	
随机证据5	0.17957	0.256175	0.060861	0.233017	0.249989	0.020387	
随机证据6	0.017139	0.257387	0.335591	0.082465	0.078381	0.229037	
随机证据7	0.1678033	0.192866	0.309095	0.143148	0.149542	0.037546	
随机证据8	0.1581455	0.166081	0.156985	0.141301	0.208235	0.169253	
随机证据9	0.0991229	0.203226	0.228422	0.082779	0.189152	0.197298	
随机证据10	0.12097	0.193273	0.22713	0.070105	0.201104	0.187419	
随机证据11	0.0111488	0.137817	0.184052	0.515469	0.132455	0.019057	
随机证据12	0.1484282	0.078033	0.17102	0.335218	0.159685	0.107615	
随机证据13	0.2605673	0.284047	0.110156	0.035164	0.024501	0.285565	
随机证据14	0.0165882	0.272728	0.146032	0.043202	0.277368	0.244081	
随机证据15	0.1012715	0.138024	0.18704	0.224369	0.251801	0.097495	
随机证据16	0.1288753	0.160236	0.259308	0.177312	0.259392	0.014877	
随机证据17	0.1814069	0.054745	0.214085	0.27053	0.219845	0.059388	
随机证据18	0.0120499	0.096492	0.067437	0.272181	0.18104	0.3708	
随机证据19	0.1084536	0.144002	0.134684	0.176118	0.252819	0.183923	
随机证据20	0.0924371	0.177989	0.154999	0.199768	0.187843	0.186964	
N1	Murphy	0.215653	0.144096	0.245698	0.179445	0.110035	0.105074
	本文	0.16789	0.179952	0.157496	0.177567	0.186948	0.130147
N2	Murphy	0.134767	0.187707	0.30249	0.113121	0.132832	0.129082
	本文	0.132195	0.184086	0.21379	0.126878	0.175626	0.167425
N3	Murphy	0.111312	0.192178	0.248596	0.170233	0.145684	0.131997
	本文	0.132187	0.184421	0.147846	0.171545	0.197828	0.166173
N4	Murphy	0.098574	0.164813	0.225722	0.196073	0.176581	0.138238
	本文	0.113285	0.146761	0.149228	0.194679	0.194869	0.201178

上述合成结果表明两种方法合成结合趋势基本一致,整体稳定性较好,图1和图2曲线的形状反映了合成结果的一致性,保持了内部焦元信度的相对占优属性;图3和图4曲线反映两方法的合成变化结果稳定;除了焦元3的合成结果差别较大,其他合成结果非常相近,焦元2、4的合成结果和变化稳定,具有一定的收敛性。具体内容见图1-图4。

5 结语

在决策实践中,“一票否决制”和“众口烁金”等

决策机理常常会造成决策陷阱。基于证据理论的决策方法如何克服这两种陷阱是证据理论研究的热点之一。本文从证据冲突的含义入手,分析了由证据冲突定义的不合理性造成的两种证据合成悖论,提出了一种吸收一致性证据冲突的证据合成规则。该规则不但能够消除上述两种悖论,而且能够在多证据合成中体现决策过程与机制,与人们的直觉决策保持一致。同时,该方法在相关算例中具有很好的有效性和可靠性;在随机数实验中也表现出了与Murphy方法具有同等稳定性。因此,本方法主要

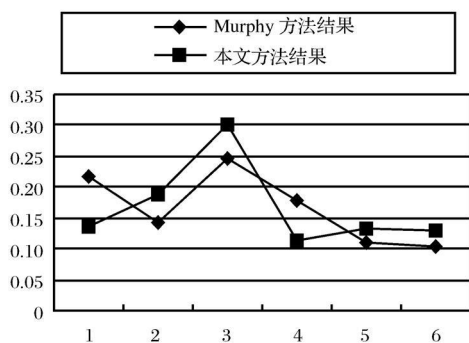


图 1 前 5 个随机证据源的合成结果比较

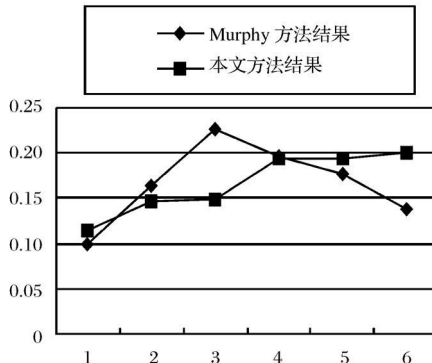


图 2 20 个随机证据源的合成结果比较

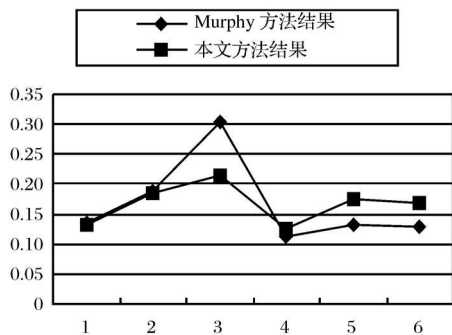


图 2 前 10 个随机证据源的合成结果比较

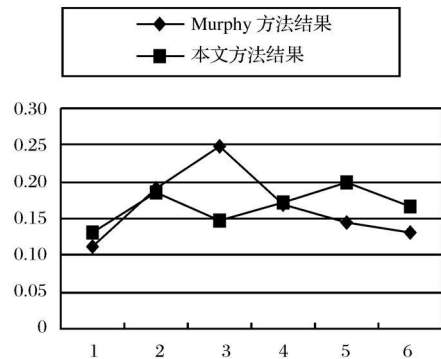


图 3 前 15 个随机证据源的合成结果比较

适用于非交互、具有/一票否决制和/众口烁金等特殊决策背景下群决策,同时也适用于解决多个信息来源融合中的冲突证据组合问题,如多传感器冲突信息的合成,语音合成等。

参考文献:

[1] Dempster A P Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping [J] Annual Math Statistic , 1967 , 8(4) : 325- 339

[2] Shafer G A mathematical theory of evidence [J] Princeton University Press , 1976 , 35(1) : 35- 37

[3] 刘大有, 李岳峰 1 广义证据理论的解释[J]. 计算机学报, 1997, 20(2): 158- 164

[4] Smets P 1 Analyzing the combination of conflicting belief functions [J]. Information Fusion, 2007, 8(4) : 387- 412

[5] Yang J B , Wang Y M The evidential reasoning approach for MADA under both probabilistic and fuzzy uncertainties [J] European Journal of Operational Research, 2006, 171 : 3091

[6] Zadeh L. I A mathematical theory of evidence [J] AI Mag , 1984, 5 (3) : 81- 83

[7] Yager R. I On the dempster shafer framework and new combination rules [J] Information Sciences, 1986, 41 (2) : 93- 137

[8] Murphy C. K. I Combining belief functions when evidence conflicts [J] Decision Support Systems, 2000, 29 (1) : 1- 9

[9] Deng Y , Shi W K , Zhu Z F , Liu Q Combining belief functions based on distance of evidence [J]. Decision Support Systems, 2004, 38: 489- 493

[10] 孙全, 叶秀清, 顾伟康 1 一种新的基于证据理论的合成公式[J] 电子学报, 2000 , 28(8) : 117- 119

[11] 徐凌宇 张博锋, 徐炜民, 徐怀宇, 郭非凡 1 D-S 理论中证据损耗分析及改进方法[J] 软件学报, 2004, 15(1) : 69- 76

[12] 王小艺, 刘载文, 侯朝栋, 原菊梅, 郭飞 1 一种基于最优权重分配的 D-S 改进算法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(11) : 103- 107

[13] 陆文星, 梁昌勇, 丁勇 1 一种基于证据距离的客观权重确定方法[J]. 中国管理科学, 2008, 16(6): 95- 99

[14] 刘业政, 姜元春, 张结魁. 证据信度的效用分析[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(3): 103- 110

[15] Wang H. , Liu J. , Augusto J. C. . Mass function derivation and combination in multivariate data spaces[J]. Information Sciences, 2010, 180: 813- 819

A New Method of Combination Rules of Evidences Based on Concordance Evidences Conflict

LIANG Chang-yong, YE Chun-sen, ZHANG En-qiao

(11 School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

21 School of Management, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: Aiming to the problem of conflict from intuition decision making and the combination result of Dempster-Shafer, a new combination rule was proposed in this paper based on the classes of evidence conflicts. The two types of absurdity were firstly presented according to demand of decision-making in real world, which are / one-vote-down system⁰ and / public clamor can confound right and wrong⁰¹. Some errors were analyzed, which is caused by the irrational definition of evidence conflicts in view of information strengthened or lessened. Finally, two numerical examples and experiments were applied to illustrate the validity of the proposed method.

Key words: evidence theory; evidence conflict; decision-making pattern; absurdity of combination