文章编号: 1003- 207(2010)04- 0140- 05

测量要素折扣对企业规模效率的贡献:基于 DEA 的研究

杨 锋[1], 夏 琼[1], 梁 樑[1], 吴华清[2]

(1. 中国科学技术大学管理学院, 安徽 合肥 230026;
2. 合肥工业大学人文经济学院, 安徽 合肥 230009)

摘 要: 规模效率分析是传统 DEA 领域的重要问题之一, 但现有成果未曾对规模收益的影响因素及其影响力进行研究。本文引入可变权重 DEA 模型, 将要素权重用分段线性函数表示, 揭示了要素折扣是企业产生规模效率的一种原因, 并测量了要素折扣对于规模效率的贡献。实例研究显示, 不同企业及不同折扣率对于规模效率的贡献存在差异性。部分企业的规模效率随着折扣率增加而增加, 而部分企业的规模效率则随着折扣率的增加而减少。

关键词: 数据包络分析; 规模收益; 可变权重; 效率评价
中图分类号: N945.16 文献标识码: A

1 引言

规模效率分析是生产力研究中的重要课题。在技术水平不变的条件下, 企业可能呈现规模收益递增、规模收益不变和规模收益递减现象。产生规模收益递增现象的原因众多, 现有研究已承认如下原因: 固定成本(如大型设备)的充分利用、准备成本与试产成本的摊薄、劳动者的熟能生巧带来技术进步、平均交易费用的降低、产品市场垄断能力的加强等。反之, 规模收益递减的原因一般认为与企业组织成本有关, 如信息处理、组织协调无法适应生产规模的迅速扩大。追求最优规模效率是企业发展战略中的一个重要问题。数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DEA))在测量决策对象的规模效率方面已经得到了广泛应用[1, 2, 3]。

数据包络分析是一种用来评价决策单元(Decision Making Unit, DMU)之间相对效率的数学规划方法, 已经被普遍接受并获得广泛应用[4]。第一个 DEA 模型由著名运筹学家 Charnes 等人于 1978 年提出, 即 CCR 模型。自此以后, DEA 在理论创新与模型发展上, 以及在实际应用领域都获得了长足的发展[5]。我国学者在 DEA 领域中取得了丰硕的研究成果, 研究视角包括复杂系统效率评价[6]、供应链绩效管理[7]、成本与资源分摊[8]、财务困境预测[9]、多属性拍卖[10]等。

现有运用 DEA 方法进行规模效率分析的研究集中于规模效率的测度与最优生产规模的判定[1, 2, 3], 未对规模效率的来源展开研究。本文的主要工作包括两个方面, 首先, 揭示要素折扣是企业产生规模效率的一种原因; 其次, 利用可变权重 DEA 模型[11]来测量要素折扣对于规模效率的贡献。

2 利用 DEA 模型测量规模效率

假设有 n 个生产决策单元, 每个决策单元消耗 m 种固定权重的投入 X, 以及另一种投入要素 Z, 该投入要素从市场购买, 无购买折扣。上述投入可生产出 s 种产出 Y。对于第 j 个决策单元而言, 这些投入、产出数据分别为 x_{ij}, z_j 与 y_{rj} ($i = 1, 2, \ldots, m; r = 1, 2, \ldots, s; j = 1, 2, \ldots, n$)。

传统 DEA CCR 方法评价决策单元 k 的技术效率可通过如下 CCR 模型进行:

$$\theta_k^{TEC} = \min \quad \theta$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leqslant \theta x_{ik} \quad i = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j z_j \leqslant \theta z_k$$

收稿日期: 2009- 10- 27; 修订日期: 2010- 07- 10
基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体科学基金(70821001); 国家自然科学基金资助项目(70801056)

作者简介: 杨锋(1977-), 男(汉族), 湖北人, 中国科学技术大学管理学院博士, 研究方向: 系统工程、管理科学.

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \geqslant y_{rk} \quad r = 1,2,\cdots,s;$$

$$\lambda_j \geqslant 0 \quad j = 1,2,\cdots,n. \tag{1}$$

规划(2)被用来测量第 k 个生产决策单元的纯技术效率:

$$\theta_k^{PTE} = \min \ \theta$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} \leqslant \theta x_{ik} \quad i = 1,2,\cdots,m;$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j z_j \leqslant \theta z_k$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \geqslant y_{rk} \quad r = 1,2,\cdots,s;$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1, \ \lambda_j \geqslant 0, \ j = 1,2,\cdots,n. \tag{2}$$

于是, 上两个规划的最优目标值的比值可用以测量该生产单元的规模效率:

$$\theta_k^{SE} = \frac{\theta_k^{TEC}}{\theta_k^{PTE}} \tag{3}$$

如果 $\theta_k^{SE} = 1$, 则表示该生产决策单元规模效率为最优, 即处于最优生产规模; 反之, 则生产规模偏大或偏小。然而, 具体属于何种规模收益类型尚未可知。

规划(2)的对偶规划为:

$$\theta_k^{PTE} = \max \ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk} + \mu_k$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - w z_j + \mu_k \leqslant 0,$$

$$j = 1,\cdots,n$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik} + w z_k = 1$$

$$u_r, v_i, w \geqslant 0, \quad \mu_k \text{ 无约束} \quad r = 1,\cdots,s,$$

$$i = 1,\cdots,m \tag{4}$$

于是, 如下定理用来判断该决策单元的规模收益类型[12]:

定理 1: 记 μ_k^* 为(4)的最优解, 则

(i) 如果(4)存在最优解满足 $\mu_k^* = 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益不变;

(ii) 如果对(4)的所有最优解均有 $\mu_k^* > 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益递增;

(iii) 如果对(4)的所有最优解均有 $\mu_k^* < 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益递减[12]。

寻找规划(4)的全部最优解非常困难。实际上, 无须求解所有的最优解, 只需通过求解下列两个规划, 再利用定理 2 即可判断各决策单元的规模收益状况:

$$\hat{u}_k^{+} = min \ \hat{u}_k$$

$$\text{s. t.} \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - w z_j + \hat{u}_k \leqslant 0, j = 1,\cdots,n;$$

$$j \neq k,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{rk} - \sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{ik} - w\hat{z}_k + \hat{u}_k \leqslant 0, j = k,$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{ik} + w\hat{z}_k = 1,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{rk} + \hat{u}_k = 1, \ v_i, u_r \geqslant 0 \text{ 且 } \hat{u}_k \geqslant 0 \tag{5}$$

$$\hat{u}_k^{-} = \max \ \hat{u}_k$$

$$\text{s. t.} \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - w z_j + \hat{u}_k \leqslant 0, j = 1,\cdots,n;$$

$$j \neq k,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{rk} - \sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{ik} - w\hat{z}_k + \hat{u}_k \leqslant 0, j = k,$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{ik} + w\hat{z}_k = 1,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{rk} + \hat{u}_k = 1, v_i, u_r \geqslant 0 \text{ 且 } \hat{u}_k \leqslant 0 \tag{6}$$

这里, $\begin{cases} \hat{x}_{ik} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j^*, i = 1,\cdots,m \\ \hat{z}_k = \sum_{j=1}^{n} z_j \lambda_j^* \\ \hat{y}_{rk} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j^*, \quad r = 1,\cdots,s \end{cases}$ 且 λ_j^* 为(2)的最优解。　(7)

定理 2: 记 $\hat{u}_k^{+}$ 与 $\hat{u}_k^{-}$ 为(5)和(6)的最优目标值, 则

(i) 如果 $\hat{u}_k^{+} = 0$ 或 $\hat{u}_k^{-} = 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益不变;

(ii) 如果 $\hat{u}_k^{+} > 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益递增;

(iii) 如果 $\hat{u}_k^{-} < 0$, 则第 k 个生产单元为规模收益递减。

由定理 1 可知, 定理 2 显然成立。

3　考虑投入要素折扣的规模效率

在传统的 DEA 研究体系中, 作为待决变量的投入、产出权重均被视为独立变量。在每个决策单元被评价时, 该决策单元可自由选择最适合自身偏好的权重, 以最大化自身效率值。为了减少权重的完全自由性给评价带来的主观影响, 权重约束(Multiplier Bounds)[13] 和保证域(Assurance Regions)[14, 15] 方法被提出以减少权重自由性。然而, 在上述方法中, 同一种投入或者产出的权重在评价单个决策单元的时候仍然是固定不变的。

DEA 效率评价模型中投入、产出变量的权重对应于现实生活中相关要素的价格或者价值, 对于同种要素而言, 这种价格或者价值是可变的。例如, 在评价若干个零售商的效率时, 进货量通常视为一种投入, 但进货量的价格或价值并非恒定不变, 其大小与进货量大小是不独立的。较大的进货量往往会被赋予各种优惠, 如较大的销售折扣、较高的产品质量、减免运输成本、退货保证等; 较大的进货量也通常对应着较为稳固的供求客户关系。因此, 较大的进货量往往对应较低的单位价格, 而较小的进货量往往对应较高的单位价格。所以, 在这种情形下, 在对应的 DEA 评价模型中, 同种变量的权重可能是可变的。

在本节中, 假设要素 Z 的权重为一类分段线性函数。Z 可划分为 q 个区间 $[0, l_1]$, $(l_1, l_2]$, …, $(l_{q-2}, l_{q-1}]$, $(l_{q-1}, +\infty)$, 每个区间因为享受不同的折扣率, 于是对应的指标权重是不同的, 分别为 w_1, w_2, …, w_q。对于这组权重, 基于折扣率随订购量递增而递增的假设, 赋予如下假设:

$$\frac{w_{k+1}}{w_k} \leqslant \alpha_k \leqslant 1,\ k = 1, \cdots, q-1 \tag{8}$$

若 $l_{t-1} < z_j \leqslant l_t$, 则令

$$z_{pj} = \begin{cases} l_p, & p = 1 \\ l_p - l_{p-1}, & p = 2, 3, \cdots, t-1 \\ z_j - l_{t-1}, & p = t \\ 0, & p = t+1, \cdots, q \end{cases} \tag{9}$$

于是, 决策单元 j 的投入变量 Z(值为 z_j) 与其权重 W(值为 w) 的乘积, 不再是规划(8) 中的 wz_j 的形式, 而是如(10) 所示的加权和:

$$wz_j = \sum_{p=1}^{q} w_p z_{pj} \tag{10}$$

于是, 决策单元 k 的技术效率可通过(11) 计算得到:

$$\beta_k^{TEC} = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik} + \sum_{p=1}^{q} w_p z_{pk}}$$

$$s.t.\ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{p=1}^{q} w_p z_{pj}} \leqslant 1,\ j = 1, \cdots, n$$

$$\frac{w_{p+1}}{w_p} \leqslant \alpha_p \leqslant 1,\ p = 1, \cdots, q-1$$

$$u_r, v_i, w_p \geqslant 0,$$

$$r = 1, \cdots, s,\ i = 1, \cdots, m,\ p = 1, \cdots, q \tag{11}$$

规划(12) 评价此种情形下的纯技术效率:

$$\beta_k^{PTE} = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk} + \eta_k}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik} + \sum_{p=1}^{q} w_p z_{pk}}$$

$$s.t.\ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \eta_k}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{p=1}^{q} w_p z_{pj}} \leqslant 1,\ j = 1, \cdots, n$$

$$\frac{w_{p+1}}{w_p} \leqslant \alpha_p \leqslant 1,\ p = 1, \cdots, q-1$$

$$u_r, v_i, w_p \geqslant 0,\ r = 1, \cdots, s,\ i = 1, \cdots, m,\ p = 1, \cdots, q$$

$$\eta_k \text{ 无约束} \tag{12}$$

规划(11) 与(12) 的最优目标值的比值用以测量此种情形下的规模效率:

$$\beta_k^{SE} = \frac{\beta_k^{TEC}}{\beta_k^{PTE}} \tag{13}$$

4 算例演示

本节通过一个例子来研究要素折扣对规模收益的贡献。如表 1 所示, 某地区某行业存在 5 个主要企业, 主要的生产要素为原材料 $x1$ 与劳动力 $x2$, 主要产出为产品 y。各指标的观测数据如表 1 所示。

表 1 无折扣情形下五个企业的规模收益估计

企业	原材料 (x1)	劳动力 (x2)	产品 (y)	规模收益状态	$[\mu^-, \mu^+]$
1	2	5	2	规模收益不变 CRS	$[-7, 1]$
2	2	2	1	规模收益不变 CRS	$[0, 1]$
3	4	1	1	规模收益不变 CRS	$[-5/3, 1]$
4	2	1	0.5	规模收益递增 IRS	$[1/2, 1]$
5	6	5	2.5	规模收益递减 DRS	$(-\infty, -3/37]$

表 1 后两列给出了五个企业在无折扣情形下的规模收益状态, 前三个企业均处于最佳生产规模; 企业 4 呈现出规模收益递增, 故其生产规模尚未达到最优; 企业 5 呈现出规模收益递减, 即其生产规模较大, 有必要减小规模方能提高生产能力。

假设各企业的单位劳动力价值和单位产品价值均相等且不变, 而原材料的单位价值则存在多种可能: 情形 1 假设无论原材料进货量为多少均不享受折扣, 而后面各种情形则假定原材料进货量在小于 1、1 与 4 之间、大于 4 三个区间分别享受零倍、单倍和双倍的折扣。表 2 给出了各种假设下的折扣率。

基于如上假设, 求解规划(11) —(13), 可得到各种假设条件下各个企业的规模效率, 如表 3 所示。

从表 3 和图 1 可知, 企业 1 和企业 3 在所有情形下都是规模收益最高, 均处于最佳生产规模, 并未受到投入要素折扣的影响, 这主要是因为, 此两个企业的生产能力较高, 一种生产要素的折扣对其生产方式没有产生过大影响。

表 **2**　原材料单位价值假设

编号	假设	折扣率	分段单位价值（原材料≤1)	分段单位价值（1≤原材料≤4)	分段单位价值（原材料≥4)
1	无折扣	0	w	w	w
2	有折扣	0.05	w	0.95w	0.90w
3	有折扣	0.10	w	0.90w	0.80w
4	有折扣	0.15	w	0.85w	0.70w
5	有折扣	0.20	w	0.80w	0.60w
6	有折扣	0.25	w	0.75w	0.50w
7	有折扣	0.30	w	0.70w	0.40w
8	有折扣	0.35	w	0.65w	0.30w

表 **3**　各种假设下五个企业的规模效率值

	企业 1	企业 2	企业 3	企业 4	企业 5
假设 1	1	1	1	0.7500	0.9375
假设 2	1	0.9971	1	0.7457	0.9464
假设 3	1	0.9940	1	0.7411	0.9562
假设 4	1	0.9907	1	0.7361	0.9672
假设 5	1	0.9870	1	0.7308	0.9794
假设 6	1	0.9831	1	0.7250	0.9932
假设 7	1	0.9707	1	0.7160	1
假设 8	1	0.9512	1	0.7044	1

企业 2 与企业 4 的规模效率随着折扣率的增加而减少。以企业 4 为例说明。在无折扣情形下, 企业 4 即处于规模收益递增阶段, 即其投入要素还未达到最佳生产规模; 从某种意义上讲, 折扣率的增加意味着企业 4 投入要素的降低, 故该企业距离最佳生产规模更加遥远, 于是规模效率降低。企业 2 与之唯一不同之处是其在无折扣情形下处于最佳生产规模。

企业 5 的规模效率随着折扣率的增加而增加。在无折扣情形下, 该企业处于规模收益递减阶段, 即其投入要素过多, 超过了最优生产规模。随着折扣率的上升, 其投入要素相当于减小, 生产规模呈现递减态势, 故规模效率逐渐增加, 直至最终达到最优生产规模。

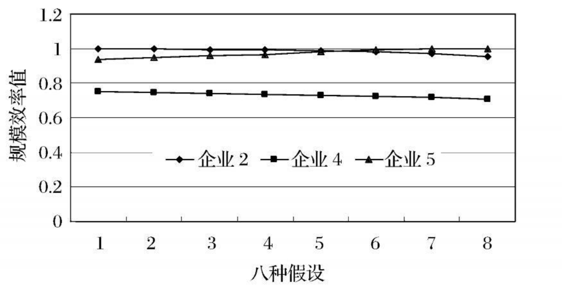

图 1　企业 2、4、5 的规模效率值趋势图

为衡量折扣率对规模效率的平均贡献, 本文引入如下计算方法:

折扣率对规模效率的贡献 = (折扣前规模效率 —折扣后规模效率) / 折扣率

折扣率对规模效率的平均贡献= 折扣率对规模效率的贡献累计值/ 实验次数

于是, 可以得到表 4 所示的结果:

表 **4**　折扣率对规模效率的贡献

实验方式	企业 1	企业 2	企业 3	企业 4	企业 5	五企业平均
折扣率 0.05	0	－0.058	0	－0.0860	0.1780	0.0068
折扣率 0.10	0	－0.060	0	－0.0890	0.1870	0.0076
折扣率 0.15	0	－0.062	0	－0.0927	0.1980	0.0087
折扣率 0.20	0	－0.065	0	－0.0960	0.2095	0.0097
折扣率 0.25	0	－0.0676	0	－0.1000	0.2228	0.0110
折扣率 0.30	0	－0.0977	0	－0.1133	0.2083	－0.0001
折扣率 0.35	0	－0.1394	0	－0.1303	0.1786	－0.0180
平均	0	－0.0785	0	－0.1010	0.1975	0.0036

由表 4 可知, 各企业以及各种折扣率对于规模效率的贡献均是不同的。对于同一个企业而言, 不同折扣率对其规模效率的影响是较为稳定的; 对于整个行业而言, 折扣率对于所有企业的规模效率平均影响也是存在的。从总体来看, 折扣率对于所有企业的规模效率的影响是 0.36%, 如表 4 最后一个数据所示。

5　结语

为了更合理地对决策单元的规模效率进行评价, 以及测量要素折扣对于规模效率的贡献, 本文研究了如何将有关投入、产出变量的权重信息融入效率评价模型。实例研究显示, 要素折扣对于规模效率的影响的确存在, 且不同企业及不同折扣率对于规模效率的贡献存在差异性。部分企业的规模效率随着折扣率增加而增加, 如企业 5; 而一些企业的规模效率则随着折扣率的增加而减少, 如企业 2 与 4。在一定的市场折扣条件下, 企业可以依据特定的财务目标及本文方法揭示的最佳生产规模作出有关增产或减产的决策。总之, 本方法可以较为合理地测

量折扣率对于企业规模效率的影响,为企业制定有关决策提供支撑依据。

本文方法适用于投入要素折扣函数已知情形下的企业规模收益测量及最佳生产规模判定。本文在 DEA 相关研究中有两条新意: 其一, 通过新视角(要素折扣) 关注 DEA 研究领域中的经典问题(规模效率) ; 其二, 在 DEA 评价模型中改变权重单一的假设而使用可变权重假设, 这种改变适合本问题的实际背景(即市场折扣) 。

本文提出的模型是传统 DEA 模型的推广。但是,如何准确度量要素权重并将其函数化, 是本文模型应用的难点。本文示例中用分段线性函数来描述原材料的价格折扣是合理的, 但另一种投入要素(劳动力) 的价值权重应当用何种函数加以描述, 则是未来的研究方向之一。

参考文献:

[1] 吴文江. 用数据包络分析研究规模收益分析[J] . 系统工程理论与实践, 2001, 21 (9): 85- 89.

[2] 蓝伯雄, 鲁国华. 确定任意投入-产出组合规模弹性的 DEA 模型[J] . 中国管理科学, 2006, 14(6): 34- 39.

[3] 魏权龄, 张倩伟. DEA 的非参数规模收益预测方法[J] . 中国管理科学, 2008, 16(2): 25- 28.

[4] 魏权龄. 评价相对有效性的 DEA 方法[M] . 北京: 中国人民大学出版社, 1988.

[5] 盛昭瀚, 朱乔, 吴广谋. DEA 理论、方法与应用[M] . 北京: 科学出版社, 1996.

[6] 杨锋, 梁樑, 凌六一, 查勇. 并联结构决策单元的 DEA 效率评价研究[J] . 中国管理科学, 2009, 17(6) : 157-162.

[7] 杨锋, 梁樑, 凌六一, 杜少甫. 供应链前沿生产函数的 DEA 估计研究[J] . 中国管理科学, 2008, 16(5) : 90-95.

[8] 李勇军, 梁樑, 凌六一. 基于 DEA 联盟博弈核仁解的固定成本分摊方法研究[J] . 中国管理科学, 2009, 17 (1) : 58- 63.

[9] 徐晓燕, 李桃, 陈华. 考虑投入产出效率的中小企业财务困境预测方法[J] . 中国管理科学, 2009, 17(1) : 113 - 118.

[10] 刘树林, 王明喜. 多属性采购拍卖理论与应用评述 [J] . 中国管理科学, 2009, 17(1): 183- 192.

[11] 杨锋, 梁樑, 毕功兵, 查勇. 基于可变权重的 DEA 效率评价模型[J] . 中国管理科学, 2008, 16(s1) : 84 - 87.

[12] Banker, R. D. , Thrall R. M. . Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis[J] . European Journal of Operational Research, 1992, 62: 74- 84.

[13] Thompson, R. G. , Langemeier, L. N. , Lee, C. T. , Lee, E. , Thrall, R. M. . The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming [J] . Journal of Econometrics, 1990, 46: 93- 108.

[14] Thompson, R. G. , Brinkmann, E. J. , Dharmapala, P. S. , Gonzalez-Lima, M. D. , Thrall, R. T. . DEA/ AR profit ratios and sensitivity of 100 large U. S. banks [J] . European Journal of Operational Research, 1997, 98(2): 213- 229.

[15] Liu S. T. . A fuzzy DEA/ AR approach to the selection of flexible manufacturing systems [J] . Computers & Industrial Engineering, 2008, 54(1): 66- 76.

Measure the Contribution of Factor Discount to Scale Efficiency: A Study based on DEA Model

YANG Feng[1], XIA Qiong[1], LIANG Liang[1], WU Hua- qing[2]

(1. School of Management, University of Science & Technology of China, Hefei 230026, China;

2. School of Liberal Arts and Economics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Scale efficiency analysis is an important problem in traditional DEA research. However, the existing literatures have not studied the influencing factors and degrees to scale efficiency. This paper uses the weight-variable DEA model in which the input weight is defined by a piecewise linear function, discovers that the factor discount is one source of scale efficiency, and measures the contribution of factor discount to scale efficiency. A numerical example is given to illustrate that there are differences on the contribution of factor discount to scale efficiency for different enterprises and different discount ratios. For some enterprises the scale efficiency increases with increasing discount ratio, but for some else the scale efficiency decreases.

Key words: data envelopment analysis; scale efficiency; diverse weight; efficiency evaluation