文章编号：0253-2697(2010)03-0458-05

低渗透稠油油藏水平井产能计算新方法

刘文超[1] 同登科[1] 张世明[2]

(1. 中国石油大学数学与计算科学学院 山东东营 257061； 2. 中国石化胜利油田地质科学研究院 山东东营 257105)

摘要：依据水平井稳态条件下的渗流特征及宋付权提出的水平井生产时形成等压旋转椭球面的理论，将低渗透幂律流体型稠油油藏水平井的渗流场更加精确地划分为内、中、外三个区域，并分别推导出了各区域内水平井的稳态产能公式。依据区域边界流量和压力相等的原则，建立了关于边界压力的非线性方程组，采用 Newton-Raphson 方法进行数值求解，最终可求得水平井的产量。通过计算结果与估算最大产量的对比结果证明了该方法的有效性和实用性。对幂律指数、启动压力梯度和水平井井段长度与水平井产能关系的分析结果表明，幂律指数 $n>0.8$ 时，各参数对水平井产能的影响较大；$n\leqslant 0.8$ 时，影响较小。水平井产量和启动压力梯度之间呈线性关系，水平井井段长度不影响水平井产量的变化率，而幂律指数($n>0.8$)影响水平井产量的变化率。

关键词：低渗透稠油油藏；幂律流体；渗流场；水平井；产能；计算公式

中图分类号：TE345 **文献标识码**：A

A new method for calculating productivity of horizontal well in low-permeability heavy oil reservoir

LIU Wenchao[1] TONG Dengke[1] ZHANG Shiming[2]

(1. *College of Mathematics and Computational Science*, *China University of Petroleum*, *Dongying* 257061, *China*;
2. *Research Institute of Geological Science*, *Sinopec Shengli Oilfield Company*, *Dongying* 257105, *China*)

Abstract: On the basis of the characteristics of fluid flow in the horizontal well under the steady state conditions and the theory of the isobaric ellipsoidal and rotational surface proposed by Song Fuquan, the seepage field of horizontal well could be more accurately divided into three regions in the low-permeability heavy oil reservoir with the power-law fluid pattern, including inner, middle and outer. The productivity formula of the horizontal well under steady state for every region was derived respectively. According to the equivalent principle of the flow rates and pressures at the regional boundaries, the non-linear equations regarding to the pressures of boundaries were constructed. The Newton-Raphson method was adopted to get the numerical productivity values of the horizontal well. The comparison of the calculated productivity with the estimated maximum productivity showed the effectiveness and practicability of the new method for calculating the productivity of horizontal well. The analysis on the power-law exponent, start-up pressure gradient and length of the horizontal wellbore showed that those parameters had great effects on the productivity of the horizontal well when the power-law exponent n was over 0.8. There was a linear relationship between the productivity of horizontal well and the start up pressure gradient. The length of the horizontal wellbore had no effect on the productivity change rate of the horizontal well, but it could be affected when the power-law exponent n was over 0.8.

Key words: low-permeability heavy oil reservoir; power-law fluids; seepage field; horizontal well; productivity; calculation formula

在稠油油藏中，幂律流体型稠油油藏是最重要的一类。水平井开发稠油油藏具有独特的优势，在国外几乎成为开发稠油油藏的首选措施。幂律流体型稠油油藏水平井产能的研究具有重要的意义，其为稠油油藏水平井产能的预测提供了理论基础。然而，国内外对于稠油油藏水平井产能的研究并不多[1-4]。笔者从水平井稳态条件下的渗流特征出发，借助于宋付权提出的水平井生产时形成等压旋转椭球面的理论[1,4]，改进了三维渗流场的分解方法，对低渗透幂律流体型稠油油藏的渗流场进行了更详细地划分，使得划分区域之间的衔接性更好，流体流动的连续性得到了保证，从而建立了稳态时低渗透幂律流体型稠油油藏水平井产能计算的新方法。

1 低渗透幂律流体型稠油油藏水平井产能计算

低渗透幂律流体型稠油油藏中流体的运动方程[1,5-6]为

基金项目：国家高科技研究发展计划(863)项目(2006AA06Z236)和山东省自然科学基金项目(Y2007F13)联合资助。

作者简介：刘文超，男，1984 年 8 月生，2007 年毕业于中国石油大学(华东)，现为该校数学与计算科学学院硕士研究生，主要从事应用微分方程及渗流力学的研究。E-mail：wcliu_2008@163.com

版权所有

$$\begin{cases} \upsilon = 0 & \left|\dfrac{\partial p}{\partial r}\right| \leqslant G \\ \upsilon = -\dfrac{K}{\mu_b}\dfrac{\partial p}{\partial r}\left(1 - G/\dfrac{\partial p}{\partial r}\right) & \left|\dfrac{\partial p}{\partial r}\right| > G \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$\mu_b = \mu_{eff} \cdot \upsilon^{n-1} \tag{2}$$

$$\mu_{eff} = \frac{H}{12}(9 + 3/n)^n \cdot (1.5 \times 10^5 K\phi)^{\frac{1-n}{2}}$$

式中：υ 为渗流速度，m/s；p 为压力，MPa；r 为径向距离，m；G 为启动压力梯度，MPa/m；K 为渗透率，μm^2；μ_b 为幂律流体的视黏度，mPa·s；n 为幂律指数；ϕ 为孔隙度；H 为稠度系数，mPa·s^n。

1.1　稳态时水平井的渗流场分布

如图 1 所示，假设一口水平井位于供给半径为 r_e、油层厚度为 h 的圆形油藏的中心位置，平行于油藏顶、底面且位于油层中央。水平井井段长度为 L，井筒半径为 r_w，油藏均质各向同性，边界定压力为 p_e，稳态时水平井井筒压力为 p_w，地层中液体不可压缩，忽略重力和毛管力的影响。

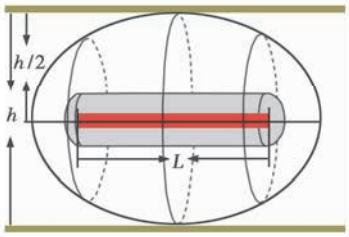

图 1　水平井渗流场区域分布

Fig. 1　The regional distribution of seepage field for horizontal well

从图 2(a)的虚线部分可以看出，稳定渗流时，水平井附近的渗流区域等势面密集，流体渗流形态由垂直于水平井井段的平面径向流和水平井两端的球面向心流所组成，这部分构成水平井渗流场的内区[7]。随着径向流(向心流)半径的增大，等势面的形状渐变为以水平井的两个端点为焦点的旋转椭球面，直到椭球面短半轴到达油藏的顶、底面为止。这部分区域流体渗流的形态为稳态椭球流[1,4,8]，构成水平井渗流场的中区，如图 2(a)中的实线部分所示。中区以外的区域流体渗流形态可近似认为稳态的平面径向流，相当于厚度为 h、半径为 r_e 的圆柱体泄油区向井筒半径为 $L/4$ 的“普通直井”渗流时产生的稳态平面径向流[3]，如图 2(b)所示。这部分构成了水平井渗流场的外区。

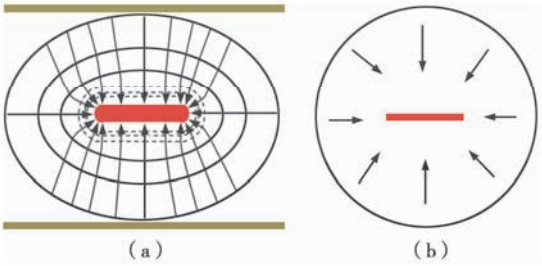

图 2　水平井渗流场示意图

Fig. 2　The schematics of seepage field for horizontal well

1.2　各分区稳态水平井产能公式的推导

1.2.1　内区水平井产能公式

假设一口直井位于一定供给边界压力的低渗透稠油油藏中心，流体体积系数为 B，油井以定产量 Q 生产。由式(1)和式(2)可得稳态时直井的平面径向流方程为

$$\upsilon^n = \left(\frac{QB}{2\pi rh}\right)^n = \frac{K}{\mu_{eff}} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} - G\right) \tag{3}$$

对式(3)进行分离变量求解，求得内区平面径向流流量为

$$Q_1^n = \frac{p_f - p_w - G\left(\dfrac{h}{2\pi} - r_w\right)}{\dfrac{\mu_{eff}}{K}\left(\dfrac{B}{2\pi L}\right)^n \cdot \dfrac{1}{1-n} \cdot \left[\left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^{1-n} - r_w^{1-n}\right]} \tag{4}$$

式中：p_f 为内区和中区交界面的压力，MPa；Q_1 为垂直于水平井井段的内区平面径向流流量，m^3/d。

利用式(1)和式(2)可得到稳态时点汇的球面向心流方程为

$$\upsilon^n = \left(\frac{QB}{4\pi r^2}\right)^n = \frac{K}{\mu_{eff}} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} - G\right) \tag{5}$$

对式(5)进行分离变量求解，得到内区球面向心流流量为

$$Q_2^n = \frac{p_f - p_w - G\left(\dfrac{h}{2\pi} - r_w\right)}{\dfrac{\mu_{eff}}{K}\left(\dfrac{B}{4\pi}\right)^n \cdot \dfrac{1}{1-2n} \cdot \left[\left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^{1-2n} - r_w^{1-2n}\right]} \tag{6}$$

式中：Q_2 为水平井两端的内区球面向心流流量，m^3/d。

1.2.2　中区水平井产能公式

根据宋付权提出的低渗透幂律流体型稠油油藏水平井的稳态椭球流流量公式[1,4]，中区稳态椭球流流量可表示为

$$Q_3^n = \frac{p_m - p_f - G\left(\dfrac{h}{\pi} - \dfrac{h}{2\pi}\right)}{\dfrac{\mu_{eff}}{K}\left(\dfrac{B}{2L^2}\right)^n \cdot \dfrac{cL}{\pi}} \tag{7}$$

式中：p_m 为中区和外区交界面的压力，MPa；Q_3 为水平井中区稳态椭球流流量，m^3/d；c 为常量，可表示为

$$c = \int_{\xi_f}^{\xi_m} (\sinh\xi)^{-n} (\cosh\xi)^{1-n} \mathrm{d}\xi$$

其中，ξ_f 和 ξ_m 分别为中区稳态椭球流内边界和外边界的椭圆坐标，可表示为

$$\xi_m = \ln\left\{h/(2L) + \sqrt{[h/(2L)]^2 + 1}\right\}$$

$$\xi_f = \ln\left[h/L + \sqrt{(h/L)^2 + 1}\right]$$

1.2.3 外区水平井产能公式

由式(3)利用分离变量法求得外区稳态平面径向流流量为

$$Q_4^n = \frac{p_e - p_m - G(r_e - L/4)}{\frac{\mu_{eff}}{K}\left(\frac{B}{2\pi h}\right)^n \cdot \frac{1}{1-n} \cdot \left[r_e^{1-n} - \left(\frac{L}{4}\right)^{1-n}\right]} \tag{8}$$

式中：Q_4 为水平井外区平面径向流流量，m^3/d。

1.3 水平井产能的求解方法

根据水平井渗流场内、中、外三个区域之间等压交界面流量相等的原则[3]得到的方程为

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 = Q_4 \tag{9}$$

将式(4)、式(6)、式(7)、式(8)代入式(9)，化简后得到

$$\left[(p_f - p_w)A_{11} - B_{11}\right]^{\frac{1}{n}} + \left[(p_f - p_w)A_{12} - B_{12}\right]^{\frac{1}{n}} = \left[(p_m - p_f)A_2 - B_2\right]^{\frac{1}{n}} \tag{10}$$

$$(p_m - p_f)A_2 - B_2 = (p_e - p_m)A_3 - B_3 \tag{11}$$

式中：A_{11}、B_{11}、A_{12}、B_{12}、A_2、B_2、A_3 和 B_3 都为常量，均可利用已知的油藏参数求出。

由式(11)得

$$p_m = \frac{A_2}{A_2 + A_3}p_f + \frac{p_e A_3 - B_3 + B_2}{A_2 + A_3} \tag{12}$$

由式(10)和式(12)，可得

$$F(p_f) = \left[(p_f - p_w)A_{11} - B_{11}\right]^{\frac{1}{n}} + \left[(p_f - p_w)A_{12} - B_{12}\right]^{\frac{1}{n}} - \left[(p_m - p_f)A_2 - B_2\right]^{\frac{1}{n}} \tag{13}$$

用复合函数求导法求得 $F(p_f)$ 的导数 $F'_{p_f}(p_f)$ 为

$$F'_{p_f}(p_f) = \frac{1}{n} \cdot \left[(p_f - p_w)A_{11} - B_{11}\right]^{\frac{1-n}{n}} \cdot A_{11} + \frac{1}{n} \cdot \left[(p_f - p_w)A_{12} - B_{12}\right]^{\frac{1-n}{n}} \cdot A_{12} - \frac{1}{n}\left[(p_m - p_f)A_2 - B_2\right]^{\frac{1-n}{n}} \cdot A_2\left(\frac{A_2}{A_2 + A_3} - 1\right) \tag{14}$$

将式(12)代入式(10)得到关于 p_f 的非线性方程 $F(p_f)=0$，利用 Newton-Raphson 方法对其进行数值求解[9]，然后将 p_f 代入内区产量公式可得水平井的产量($Q_1 + Q_2$)。

利用 Newton-Raphson 方法数值求解 p_f 的步骤如下：

(1) 在 p_f 的定义域范围内选取初值 $p_f^{(0)}$，要求 $p_w < p_f^{(0)} < p_e$；并给定允许误差 $\varepsilon > 0$ 和最大迭代次数 K_{max}；

(2) 对于 $k=0,1,\cdots,K_{max}$ 进行如下循环：

① 由式(13)和式(14)，计算 $F[p_f^{(k)}]$ 和 $F'_{p_f}[p_f^{(k)}]$；

② 求解关于 $\Delta p_f^{(k)} = p_f^{(k+1)} - p_f^{(k)}$ 的线性方程，解得 $\Delta p_f^{(k)} = -F[p_f^{(k)}]/F'_{p_f}[p_f^{(k)}]$

③ 计算 $p_f^{(k+1)} = p^{(k)}_f + \Delta p_f^{(k)}$；

④ 如果 $\|\Delta p_f^{(k)}\|/\|p_f^{(k)}\| < \varepsilon$，则 $p_f^{(*)} \approx p_f^{(k+1)}$，停止计算；否则，将 $p_f^{(k+1)}$ 作为新的 $p_f^{(k)}$，转步骤⑤；

⑤ 如果 $k < K_{max}$，则继续；否则，输出 K_{max} 次迭代不成功的信息，并停止计算。

2 应用算例

假设某低渗透稠油油藏利用水平井进行开发，相关的油藏数据有：供给半径为 380 m，边界压力为 12.30 MPa，井筒压力为 3.89 MPa，井筒半径为 0.12 m，水平井井段长度为 740 m，油藏厚度为 57.1 m，稠度系数为 20 mPa·s^n，渗透率为 0.22 μm^2，孔隙度为 0.32，启动压力梯度为 0.001 6 MPa/m，体积系数为 1.024，幂律指数为 0.9。利用经典 Borisov 水平井产能公式进行估算，求得水平井产量最大值为 2 656.2 m^3/d；采用本文水平井产能新算法求得水平井产量为 92.1 m^3/d，计算值与低渗透稠油油藏水平井生产的实际情况符合较好；而根据宋付权公式[1,4]求得水平井产量为 24 056.3 m^3/d，远远超过估算的水平井产量最大值。通过对比，可以看出笔者提出的低渗透幂律流体型稠油油藏水平井产能新算法更符合生产实际，可以有效地预测稠油油藏水平井的产量。

3 幂律指数、启动压力梯度和水平井井段长度对水平井产能的影响

参照以上实例的油藏数据，分别在不同的水平井井段长度和启动压力梯度下，改变幂律指数的大小，同时利用新算法计算对应的水平井产量，将结果绘制成幂律指数与水平井产量的关系曲线，如图 3 和图 4 所示。分别在不同的水平井井段长度和幂律指数下，改变启动压力梯度的大小，并利用新算法计算对应的水平井产量，将结果绘制成启动压力梯度与水平井产量的关系曲线，如图 5 和图 6 所示。

从图 3 和图 4 可以看出，稠油油藏幂律指数 n 大

石油学报 版权所有

于 0.8 时，n 值的变化会对水平井产能产生较大影响：n 值越大，水平井产量越高，水平井产量增加得也越快；水平井井段长度对水平井产量的影响比较明显：长度越大，产量越高，且 n 值越大，产量增加的幅度也越大；启动压力梯度也对水平井产量产生影响：启动压力梯度越大，水平井产量越低，并且随着 n 值的增加，产量降低的幅度也增加。$n \leqslant 0.8$ 时，不同水平井井段长度和启动压力梯度下幂律指数与水平井产量的关系曲线几乎重叠在一起，幂律指数、启动压力梯度和水平井井段长度对水平井产量的影响不大。

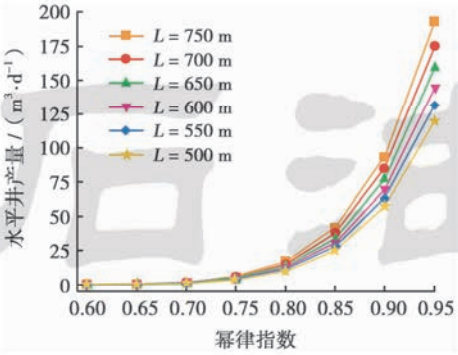

图 3　不同水平井井段长度下幂律指数与产量的关系曲线

Fig. 3　The relationship curves between power-law exponent and oil output in different length of the horizontal wellbore

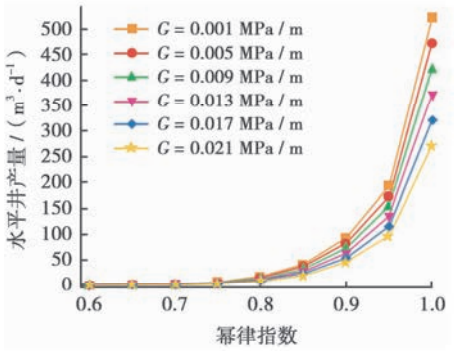

图 4　不同启动压力梯度下幂律指数与产量的关系曲线

Fig. 4　The relationship curves between power-law exponent and oil output in different start-up pressure gradient

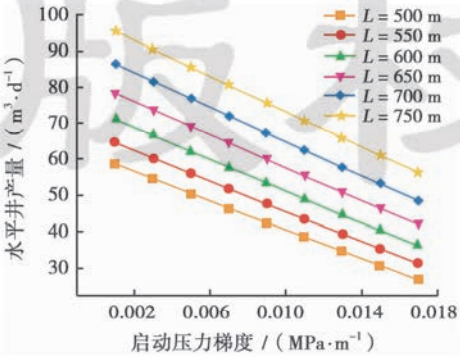

图 5　不同水平井井段长度下启动压力梯度与产量的关系曲线

Fig. 5　The relationship curves between the start-up pressure and oil output in different length of the horizontal wellbore

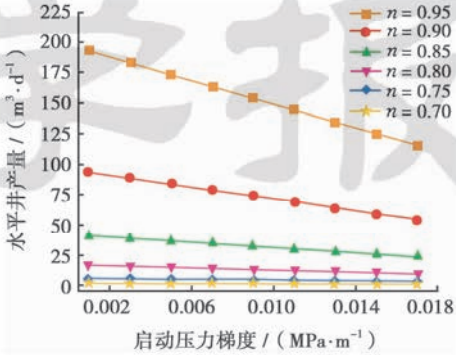

图 6　不同幂律指数下启动压力梯度与产量的关系曲线

Fig. 6　The relationship curves between the start-up pressure and oil output in different power-law exponent

从图 5 和图 6 可以看出，启动压力梯度与水平井产量之间呈线性关系，水平井井段长度影响水平井产量，但不影响水平井产量的变化率；而幂律指数 n（n 大于 0.8）影响水平井产量的变化率，n 越大，水平井产量的变化率也越大。

4　结　论

（1）考虑到平面径向流、球面向心流内区和平面径向流外区之间的过渡区域，即椭球流区域作为水平井渗流场的中区，使得渗流场区域的划分更加具体，而且由内到外渗流场的划分体现出渐变的特点，区域间的连续性得到了保证。

（2）将水平井产能新算法进行实例计算，并将计算结果与估算最大产量进行了对比，验证了该方法的有效性和实用性。

（3）分析结果表明，幂律指数 n 大于 0.8 时，幂律指数、启动压力梯度和水平井井段长度对水平井产能的影响较大；而幂律指数 $n \leqslant 0.8$ 时，对水平井产能的影响较小。启动压力梯度和水平井产量之间呈线性关系，水平井井段长度不影响水平井产量的变化率，而幂律指数 n（n 大于 0.8）影响水平井产量的变化率。

参　考　文　献

[1]　宋付权，刘慈群. 低渗透油藏中水平井的非牛顿幂律流体不稳定渗流的研究[J]. 油气井测试，2000，9(1)：2-6.
Song Fuquan, Liu Ciqun. Study of unsteady flow of non-Newtoni-

石油学报 版权所有

an power law fluid in horizontal wells of low permeability reservoir[J]. Well Testing,2000,9(1):2-6.

[2] 庞兴河,何勇明,刘辉. 一种新的稠油油藏水平井产能预测方法[J]. 石油钻探技术,2004,32(1):52-53.
Pang Xinghe,He Yongming,Liu Hui. A novel method of predicting heavy oil productivity in horizontal wells[J]. Petroleum Drilling Techniques,2004,32(1):52-53.

[3] 帅媛媛,王晓冬,孙挺,等. 非牛顿幂律流体水平井产能分析方法[J]. 岩性油气藏,2007,19(3):124-125.
Shuai Yuanyuan,Wang Xiaodong,Sun Ting,et al. Productivity analysis of horizontal well with non-Newtonian power law fluid[J]. Lithologic Reservoirs,2007,19(3):124-125.

[4] 宋付权,刘慈群. 水平井开发油藏中非牛顿幂律流体不定常渗流[J]. 试采技术,1999,20(2):4-8.
Song Fuquan, Liu Ciqun. The unstead flow of non-Newtonian power law fluid in the development of reservoirs with horizontal well[J]. Well Testing and Production Technology,1999,20(2):4-8.

[5] Vongvuthipornchai S,Raghavan R. Well test analysis of data dominated by storage and skin:Non-Newtonian power-law fluids[R]. SPE 14454,1987.

[6] 吕成远,王建,孙志刚. 低渗透砂岩油藏渗流启动压力梯度实验研究[J]. 石油勘探与开发,2002,29(2):86-89.
Lü Chengyuan, Wang Jian, Sun Zhigang. An experimental study on starting pressure gradient of fluids flow in the low permeability sandstone porous media[J]. Petroleum Exploration and Development,2002,29(2):86-89.

[7] 陈明强,张明禄,蒲春生,等. 变形介质低渗透油藏水平井产能特征[J]. 石油学报,2007,28(1):108-110.
Chen Mingqiang,Zhang Minglu,Pu Chunsheng,et al. Productivity of horizontal well in deformation medium of low-permeability reservoirs[J]. Acta Petrolei Sinica,2007,28(1):108-110.

[8] 邓英尔,刘慈群. 两相流体椭圆渗流数学模拟与开发计算方法[J]. 石油学报,1999,20(5):49-53.
Deng Ying'er,Liu Ciqun. Mathematical simulation of two phase percolation in the direction of normal of ellipse and calculation of development indexes[J]. Acta Petrolei Sinica,1999,20(5):49-53.

[9] 李维国,黄炳家,同登科,等. 数值计算方法[M]. 东营:石油大学出版社,2004:32-39.
Li Weiguo,Huang Bingjia,Tong Dengke,et al. Numerical method[M]. Dongying: China University of Petroleum Press, 2004:32-39.

(收稿日期 2009-07-02 改回日期 2009-10-25 编辑 黄小娟)

中国石油 2009 年十大科技进展

1. 渤海湾盆地歧口富油气凹陷整体勘探配套技术取得重要进展
2. 石油地质研究有效指导非洲邦戈尔盆地勘探新发现
3. 大庆油田三元复合驱技术取得重大进展
4. 松辽和准噶尔盆地火山岩气藏勘探开发技术取得重大突破
5. 我国首个超万道级地震数据采集记录系统研制成功
6. 应用分支井和鱼骨井钻完井技术大幅度提高单井产量
7. 多极子阵列声波测井仪研制成功
8. 输油管道减阻剂及多项减阻增输核心技术取得突破性进展
9. 高性能碳纤维及原丝工业化成套技术开发成功
10. 加氢异构脱蜡生产高档润滑油基础油成套技术工业应用成功

(资料来源:中国石油网)

石油学报 版权所有