

文章编号:1003-207(2010)01-0009-09

# 利率期限结构模型估计结果影响因素经验研究

戴国强<sup>1</sup>, 李良松<sup>2</sup>

(1. 上海财经大学 MBA 院, 上海 200433; 2. 中国人民银行上海总部, 上海 200120)

**摘要:** 本文首先将利率期限结构模型分成了四类, 并总结了国内外利率期限结构模型的估计方法。作者利用中美利率数据证明了利率市场的有效性, 估计方法和数值优化算法都会对模型估计结果产生影响。实证结果表明, 利用所有市场利率数据的新估计方法得到的参数会更加准确, 可以消除利率市场的套利机会; 遗传算法的估计结果不太稳定, 单纯形法估计结果对初始值比较敏感, 而矩形分割法的估计结果最为稳健。

**关键词:** 利率期限结构; 鞅差分; 遗传算法; 矩形分割法; 广义距估计

**中图分类号:** F830.9      **文献标识码:** A

## 1 引言

利率期限结构模型一直以来都受到学术界的广泛青睐, 这因为利率不仅是一个重要的经济变量, 对货币政策、汇率等宏观经济变量有显著的影响。而且利率衍生品市场是国际金融衍生品市场一个最主要的部分, 利率变动对利率衍生品的定价具有决定性作用, 对其他金融产品定价, 也具有很大影响。

伴随着利率衍生品市场的发展, 利率期限结构模型经历四个主要发展阶段: 第一, 传统的利率期限结构模型。该类模型以瞬时即期利率作为建模基础, 代表性模型有 Morton 模型<sup>[1]</sup>、Vasicek 模型<sup>[2]</sup>和 CIR 模型<sup>[3]</sup>等; 第二, 时间一致的利率期限结构模型。该类模型允许参数随时间变动, 代表性模型有 Hull - White 模型<sup>[4]</sup>、Ho - Lee 模型<sup>[5]</sup>和 BK 模型<sup>[6]</sup>等; 第三, HJM 模型<sup>[7]</sup>。HJM 族模型是一类利率期限结构模型, 这类模型不再以瞬时即期利率作为建模基础, 而是对瞬时远期利率进行建模, 将初始的利率期限结构作为给定, 从瞬时远期利率中来估计即期利率期限结构; 第四, LIBOR 市场模型。该类模型对 LIBOR 建模, 最大特点就是不再使用前三类模型中的瞬时利率, 而是采用实际市场可以实

际观测的 LIBOR 数据和互换期权数据来进行建模, 从本质上来说, 这也属于 HJM 族的模型, 但是因为这类模型是以 LIBOR 为基础, 并且主要研究 LIBOR 利率衍生品的定价和风险管理, 所以自成一类模型。主要有 Brace, Caterek 和 Musiela (BGM, 1997)<sup>[8]</sup>, Jamshidian (1997)<sup>[9]</sup> 等。在利率期限结构理论中还有许多发展, 如两因子模型、三因子模型, 加入跳跃过程、机制转化、随机波动率等等, 这些都是以上四类模型框架下扩展的。利率模型的实证研究, 主要集中在参数估计、模型选择和风险管理等方面。

国外的文献主要有: Chan 等 (1992)<sup>[10]</sup> 使用广义距估计方法对单因子瞬时利率期限结构模型进行了实证研究, 发现波动对利率水平表现高弹性的利率模型能够对实际利率数据动态过程进行很好的拟合。Longstaff 和 Schwartz (1992)<sup>[11]</sup> 用广义距估计方法证实了他们的两因子利率模型能够对利率波动率进行很好的描述。Ait - Sahalia (1996)<sup>[12]</sup> 提出非参数方法估计随机利率模型的波动项; Stanton (1997)<sup>[13]</sup> 采用非参数方法不仅估计了利率过程的漂移项和波动项, 还估计了市场风险价格, 发现在利率越高时, 均值回复更加明显。Babbs 和 Newman (1999)<sup>[14]</sup> 采用卡尔曼滤波方法认为, 尽管从统计上来看, 三因子利率模型会拒绝两因子模型, 但是实际中, 二者表现差不多。Duffie 和 Glynn (2004)<sup>[15]</sup> 估计了加入跳跃因素和机制转换的利率模型。Hong 和 Li (2005)<sup>[16]</sup> 提出了一种非参数识别检验, 可以检测多种利率模型设定的正确性。Duffee (2006)<sup>[17]</sup> 采用广义距估计的方法提出了一种估计利率期限结构和相关可观测变量之间的研究

收稿日期: 2009-05-05; 修订日期: 2010-01-05

基金项目: 教育部人文社会科学研究 2006 年度规划项目 (06JA790070); 上海财经大学研究生科研创新基金项目 (CXJ2008331)

作者简介: 戴国强 (1952 - ), 男 (汉族), 上海人, 上海财经大学金融学教授、博士生导师, 上海财经大学 MBA 学院院长、书记, 研究方向: 货币政策。

框架,并认为债券的风险溢价对通货膨胀率不敏感。Czellar 等 (2007)<sup>[18]</sup>采用间接稳健的广义矩方法来估计利率模型,以避免离散化和模型识别错误所带来的风险。Dungey 等 (2009)<sup>[19]</sup>发现美国国债价格不仅存在跳跃过程,而且不同期限的国债之间也存在协同跳跃的过程。

国内的文献主要有:谢赤和吴雄伟 (2002)<sup>[20]</sup>认为 Vasicek 模型更加适合描述我国的利率变动。李和金等 (2002)<sup>[21]</sup>认为短期利率模型的扩散函数和漂移函数都是非线性的。洪永森和林海 (2004)<sup>[22]</sup>利用 1996 年 7 月 22 日至 2004 年 8 月 26 日的 7 天期国债回购利率对各种短期利率模型进行了实证估计,并估计了加入跳跃过程、机制转换和随机波动率模型的利率模型,他们认为没有一个模型可以描述中国短期利率波动。史敏等 (2005)<sup>[23]</sup>发现在亚洲金融危机之前我国银行间同业拆借利率支持利率期限结构的预期理论,但是之后发生了结构性变化,并不支持这种理论。范龙振和张国庆 (2005)<sup>[24]</sup>研究表明两因子 CIR 模型能够很好地拟合实际的利率期限结构,但是预测作用较差。刘金全和郑挺国 (2006)<sup>[25]</sup>通过马尔可夫机制转化将传统的 CKLS 模型转换为状态依存的 CKLS 模型,实证结果表明在不同机制下不同到期日利率漂移函数和扩散函数均呈现非线性,其中漂移项函数表现为强烈的随机游走过程或均值回归过程,而波动项扩散函数表现为低波动状态或高波动状态。周子康等 (2008)<sup>[26]</sup>研究了优化算法对我国国债静态利率期限结构曲线估计的影响。

## 2 研究思路

作者在实证研究中将不同的估计方法、数值优化算法和利率市场效率结合起来,在以下方面进行改进:

### (1) 估计利率市场有效性

Singleton (2006)<sup>[27]</sup>从金融计量理论的角度提出,金融资产的收益率要服从鞅差分序列的假设,是进行统计推断和假设检验的最低要求。从金融理论的角度来说,这也是市场是否达到弱式有效性的标准。而在不同的利率模型下,  $E(r_{t+1} | \mathcal{I}_t) = r_t$  都成立,这说明瞬时利率服从鞅过程,市场弱式有效。但如果利率市场效率不足,可能会影响模型估计结果。

### (2) 采用不同期限的利率估计参数

作者认为瞬时利率是不可观测的,可以利用市场上不同期限的即期利率进行参数估计,而不应该

只选择一个短期利率品种作为瞬时利率的代表。

### (3) 采用不同的模型选择评价方法

目前的评价标准是是否可以更好地拟合某一短期利率。而作者认为应该按照所有利率品种与国债之间的无套利原则来进行参数拟合和模型评价,以消除利率市场的套利机会。

利率期限结构主成分回归分析表明,大约有三个因子可以解释利率期限结构的变动,分别称为水平因素、斜率因素和曲率因素,目前还不清楚在三个因素具体是什么。有学者认为是短期因素、中期因素和长期因素,即各个期限的利率都包含瞬时利率的信息。本文即要利用所有期限利率品种中包含的信息将瞬时利率估计出来(不是找一个替代变量),并估计出利率模型的参数。

## 3 研究设计

### 3.1 数据样本

本文采用上海银行间同业拆放算术平均利率(简称 SHIBOR)日数据,来源于上海银行间同业拆放利率网站,样本期是 2006 年 10 月 8 日到 2008 年 3 月 3 日,共 353 条记录,包括隔夜利率、1 周利率、2 周利率、1 个月利率、3 个月利率、6 个月利率、9 个月利率 1 年利率共 8 个利率品种。稳健性检验采用美国国债利率日数据,来源于美国联邦储备委员会网站,样本期是 1993 年 10 月 1 日到 2008 年 2 月 20 日,共 3598 条记录,包括 3 个月利率、6 个月利率、1 年利率、3 年利率、5 年利率、7 年利率、10 年利率和 20 年利率共 8 个利率品种。

### 3.2 国债定价

为了比较不同的估计方法和数值优化算法的作用,本文采用最常用的 CIR 模型作为研究基础,而且该模型对国债定价有解析解,这样将会减少不必要的数值近似误差。

Cox, Ingersoll 和 Ross (1985)<sup>[3]</sup>在模型波动项中加入利率的平方根,这不仅使得利率波动与利率水平有关,更重要的是解决利率变负的问题。

$$dr = (a - r) dt + \sqrt{r} dz \tag{1}$$

在该模型下,零息债券的定价公式为:

$$P(r, t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r} \tag{2}$$

$$\text{其中, } A(t, T) = \left( \frac{2e^{(a+\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}}{(\sigma^2 + a)(e^{\sigma^2(T-t)} - 1) + 2} \right)^{2/\sigma^2},$$

$$B(t, T) = \frac{2(e^{-a(T-t)} - 1)}{(\sigma^2 + a)(e^{\sigma^2(T-t)} - 1) + 2}, \quad \sigma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

由此得到的百分比国债收益率,也就是即期利

率为:

$$R = -100 \log(P(r, \tau)) / \tau \quad (3)$$

### 3.3 估计程序

公式(3)得到的即期利率要尽可能接近同期限的市场利率,才不会产生套利,该等式构成了本文的估计程序。

步骤 1:假设模型参数给定,市场每天公布  $n$  个期限利率,我们计算对应期限的即期利率,以各个期限即期利率和市场利率之间的残差平方和最小为标准,估计出瞬时利率  $r$ 。公式如下:

$$\min_r \sum_{i=1}^n \left( -\frac{100}{\tau_i} \ln(A(\tau_i)) + \frac{100}{\tau_i} B(\tau_i) r - x_i \right)^2 \quad (4)$$

$\tau_i$  为每个利率品种的时间间隔,如 3 个月利率,10 年利率等。 $x_i$  为对应期限的市场利率,同样方法,可将每天的瞬时利率和残差都计算出来。

步骤 2:变动给定的参数,每天又得到一个新的瞬时利率和残差。CIR 模型有三个参数,我们将三个参数设定在一定的范围内进行搜索,每一次搜索保留瞬时利率和残差,最终以样本期内所有残差平方和最小为参数确定的标准。

步骤 3:确定参数范围和数值优化算法。根据历史经验和已有研究结论确定:利率的均值回复速度在 0 到 10 之间,利率的长期水平在 0.01 到 0.2 之间,利率波动率参数在 0 到 0.4 之间。采用矩形分割法(Direct)、遗传算法(genetic)和单纯形法(Nelder-Mead)进行搜索。

这三种数值优化算法的优势在于,它们都不需要计算目标函数的导数,对于利率模型这样一些比较复杂的目标函数比较适合。矩形分割法,以一个矩形开始进行搜索,在矩形 4 个角首先进行搜索,在最小值的点附近产生更加密集的小矩形进行搜索,其他点稀疏地搜索,最终将搜索范围缩小,得到最优值;遗传算法模仿人类进化原理,在每一步计算中任意从现有的总体中选择几个点作为这一代进行计算,生成下一代总体,不断优化,达到收敛。单纯形法首先构造一个单纯形,计算每个点的值,将最坏的点去掉,寻找一个新点代替,最终使得搜索的图形越来越小,得到最优值。

本文的新估计程序实际上就是通过适当的数值优化算法来得到最优的利率模型参数,并没有涉及统计推断及假设检验。

### 3.4 广义距估计

在稳健性检验部分,作者将上述数值优化算法

得到的参数值与传统 GMM 估计方法得到的参数值进行了对比,GMM 估计方法的关键是距条件和权重矩阵的确定。采用公式(5)来离散利率模型。

$$r_t - r_{t-1} = (a + br_{t-1}) dt + \sigma \sqrt{r_{t-1}} \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (5)$$

因此,  $h_t(\tau) = E \left[ \int_t^{t+\tau} (r_s - r_{t-1}) ds \right] = 0$ , 工具变量为  $z_t = (1, r_{t-1})$ , 最终的距条件为:

$m_t(\tau) = h_t(\tau) \otimes z_t$ , 共有 4 个距条件,只有 3 个未知变量,是过度识别问题,需要选取适当的权重函数。在样本估计中,距条件为:  $M_T(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T m_t(\tau)$ ,

GMM 估计值为:

$$\hat{\tau} = \operatorname{argmin}_{\tau} M_T(\tau)' W_T M_T(\tau) \quad (6)$$

$\hat{\tau}$  的渐近分布为:

$$\sqrt{T}(\hat{\tau} - \tau_0) \sim N(0, \Sigma_0^{GMM}) \quad (7)$$

其中,  $\Sigma_0^{GMM} = (d_0' W_0 d_0)^{-1} d_0' W_0 \Sigma_0 W_0 d_0$  ( $d_0' W_0 d_0$ )<sup>-1</sup>。

根据 Singleton<sup>[27]</sup>,  $W_0 = (\Sigma_0)^{-1}$ , 是最优权重矩阵,所以  $\Sigma_0^{GMM} = (d_0' W_0 d_0)^{-1}$ 。在估计中,采用  $d_0 = \frac{\partial M_T(\tau)}{\partial \tau}$ ,  $\Sigma_0 = \frac{T}{T - K_{j=-T+1}^{T-1}} k(j/B_T) h_T(j)$ ,  $B_T$  是窗宽函数,  $h_T(j)$  是样本自回归斜方差,采用 Bartlett 核函数,即

$$k(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

Newey 和 West(1987)<sup>[28]</sup>研究表明,使用 Bartlett 核函数,可以确保  $\Sigma_0^{GMM}$  是正半定的。

## 4 实证研究

本部分作者首先用鞅差分方法检验了利率市场的弱式有效性,以此说明利率市场的有效性可能会影响模型参数,然后给出新估计程序的实证结果和对比分析。

### 4.1 鞅差分检验结果

首先根据戴国强和李良松(2008)<sup>[29]</sup>采用的鞅差分方法对 SHIBOR 市场有效性进行检验,  $\lambda_0$  在 5% 置信水平下的临界值为 5.99。  $\lambda_0$  是权重函数中的一个参数, Kuan 和 Lee(2004)<sup>[30]</sup>研究表明,最好是差分序列标准差的倒数,但是  $\lambda_0$  的取值对实证结果影响不大,鞅差分检验结果如表 1 所示。

表 1 显示,1 个月以下(包含 1 个月,下同)利率波动较大,隔夜利率和 1 周利率市场都达到了弱式

有效市场水平。2周和1个月利率在滞后1期也都达到了弱式有效市场。但是后4个利率的波动很小,基本都是无效市场,这和SHIBOR发展的实际基本吻合,这些拆放品种的交易极不活跃。表1说明SHIBOR经过一年多的发展,已经取得了很好的效果,但是期限较长拆放市场交易活跃程度有待进一步提高。

表1 SHIBOR市场的鞅差分检验

拆放市场	值	K=1	K=2	K=3
隔夜利率	234.6497	5.1934	0.8288	1.7722
1周利率	163.1758	3.4275	1.7959	2.0774
2周利率	128.1916	11.1388	1.1134	2.4148
1个月利率	267.2812	9.5644	3.6057	1.5834
3个月利率	7937.5	64.1251	62.1478	64.7404
6个月利率	12039	104.2793	103.4410	102.9026
9个月利率	12422	104.3098	101.8628	101.1969
1年利率	11472	87.0147	86.4006	86.0859

### 4.2 估计结果

新参数估计程序通过三种数值优化算法得到CIR模型的参数,如表2所示。

表2 SHIBOR市场CIR模型估计结果

				运行时间
新方法矩形分割法	5.1646	0.0388	0.3992	6.9709 秒
新方法遗传算法	7.2975	0.0378	0.3184	0.5266 秒
新方法单纯形法	7.3131	0.0378	0.0129	0.6798 秒

表2显示,遗传算法相对于矩形分割法运行速度快,能够迅速达到收敛。但是遗传算法存在的一个问题就是每次都是随机生成初始点,所以搜索的结果都会有所变动,没有矩形分割法的结果稳定;单纯形方法对初始值十分敏感,必须要慎重选择初始值,单纯形方法的和与遗传算法相近,但是明显差距过小,结果不太可靠。所以我们用矩形分割算法拟合出来的参数进行对比分析,数值计算结果表明,SHIBOR瞬时利率长期均值水平为3.88%,半衰期(半衰期等于 $\log(2)/$ )为0.1342年。

实际SHIBOR的期限结构和估计出来的利率期限结构分别为如图1、2所示(图中利率都是百分比利率,下同)。

图1符合表1中鞅差分检验的结果,即1个月以下利率波动较大,市场效率较高。但2007年末一段时间,SHIBOR波动过大,尤其是3个月以下利率。

图2表明,估计出来的利率期限结构能够很好地拟合实际利率期限结构。估计的利率期限结构,到期日越长的利率水平越高,但是差异不是特别明显。原因在于,用于估计的都属于短期利率,最长到

期日也就是1年,这在稳健性检验部分将会有很大改进。另一个特点是,在样本期内,有段时间短期利率很高,但是在长期中表现出了均值回复的特征,这很好地捕捉了实际利率变动的特征,这是因为股票市场重大融资行为形成的资金需求压力对SHIBOR,尤其是短期利率造成了显著影响。

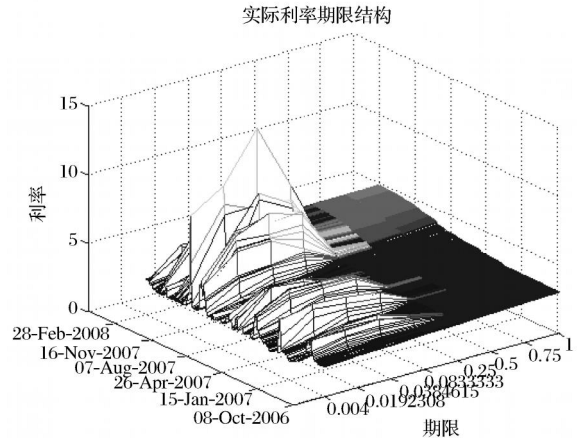


图1 实际SHIBOR利率期限结构

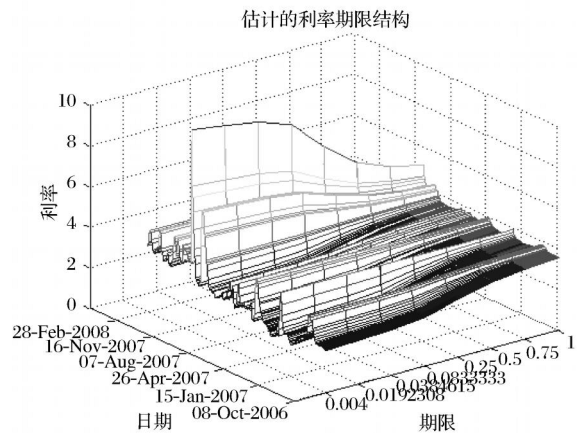


图2 估计的SHIBOR期限结构

估计出来的瞬时利率,隔夜即期利率能够对隔夜市场利率进行很好的拟合,如图3所示。

估计的隔夜即期利率和瞬时利率几乎完全重合,这一点可以在下图4中得到证实。对市场隔夜利率的拟合,在2007年后期到2008年这段时期,效果不佳。

图4是估计出来的隔夜即期利率和瞬时利率的QQ分布图。如前文所述,很多实证研究,采用某一种短期利率作为瞬时利率的替代变量,以此进行参数估计,并以对该种短期利率的拟合程度作为模型参数是否准确的评价标准。图4表明,本文新估计程序得到的参数,至少和传统方法采用隔夜利率作为替代变量得到的实证结果一样好。

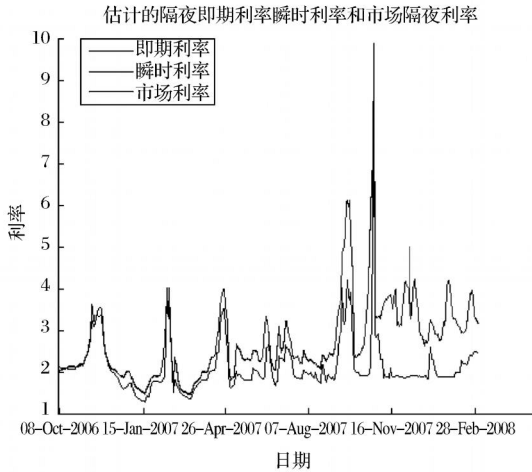


图 3 估计的隔夜即期利率、瞬时利率和市场利率

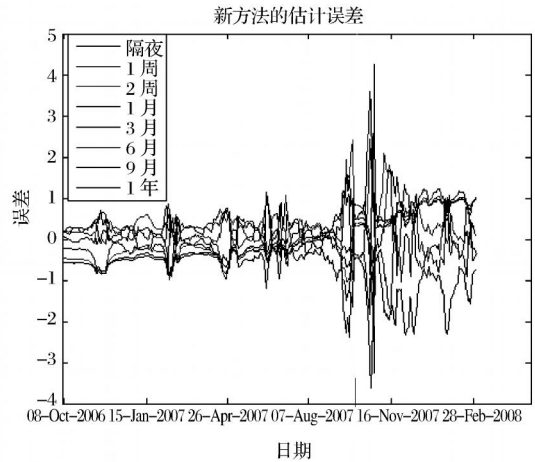


图 5 新估计程序拟合误差

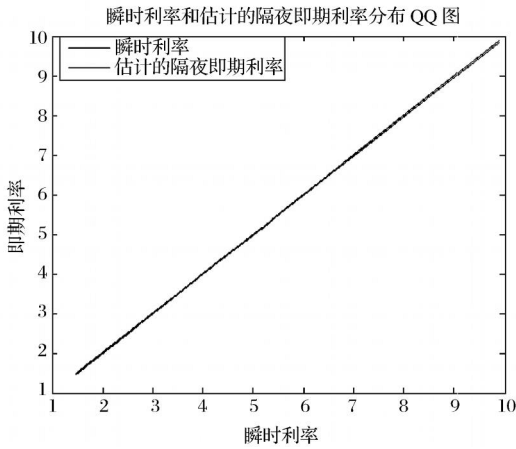


图 4 瞬时利率和隔夜即期利率的 QQ 分布图

为了进一步证明本文新估计方法比传统方法要好,我们以估计出来的瞬时利率和模型参数来计算不同期限的即期利率,考察这些利率对市场数据的拟合程度,这也是传统估计方法并没有考虑的一点。

我们将估计出来的参数,回带到估计模型中,采用矩形分割法确定瞬时利率,并以此来得到各个期限的即期利率。图 5 是估计出来的 8 个品种即期利率与市场利率之间的误差分布图(图中误差是百分比利率,下同)。

图 5 表明,在 2007 年中期以前,估计误差在 1% 以内,说明我们的参数对各个期限的市场利率都能进行很好的拟合。但是在 2007 年下半年到样本期结束,尤其在 2007 年末,部分期限的利率估计误差扩大,主要原因是这段时期我国金融市场 IPO 频繁以及央行不断提高存款准备金率和利率。但总体来说,这种估计程序的结果还是十分稳健的。

### 5 稳健性检验

由于在样本期,我国金融市场比较特殊,任何估计程序都会受到样本的影响。因此,该部分采用美国的利率数据来进行稳健性检验。

美国利率市场的鞅差分检验结果,如表 3 所示。

表 3 美国利率市场的鞅差分检验

利率品种	值	K=1	K=2	K=3
3 个月	1820.7	3.5079	0.1451	1.5181
6 个月	2185.5	5.4933	0.1169	1.2193
1 年	2007.9	7.9829	1.0384	0.2508
3 年	1580.7	7.4198	0.5925	0.2901
5 年	1572.7	7.5121	0.5401	0.3047
7 年	1598.2	5.8337	0.5274	0.5567
10 年	1697.9	5.2315	0.8239	0.4074
20 年	1878.4	0.6153	0.2228	0.7594

表 3 显示,除部分利率品种(1,3,5 年)在 K=1 时检验统计量大于临界值之外,其他的都要小于临界值,这说明美国各个期限的利率都基本达到弱式有效市场水平,说明美国利率市场比我国利率市场更加有效,而且各个利率市场的波动都比较稳定,差距较小。3 个月、6 个月和 1 年利率的波动率要远大于 SHIBOR,说明市场交易活跃。

按照上述同样的数值计算步骤,对美国利率数据进行运算,参数结果如表 4 所示。

表 4 美国利率市场 CIR 模型估计结果

新方法矩形分割法	0.1334	0.0733	0.0661
新方法遗传算法	0.8552	0.0599	0.3204
新方法单纯形法	0.0752	0.1118	0.1268

表 4 显示,矩形分割法和遗传算法得到的结果差异很大,在多次数值试验中(限于篇幅未给出),新方法遗传算法得到的结果很不稳定,而且波动率明显过大;单纯形方法得到的长期均值似乎有点过大,均值回复率较小,半衰期为 9.2174 年,而且结果对初始值比较敏感。而新方法矩形分割法得到的结果比较稳健,说明美国瞬时利率的长期均值水平是 7.33%,半衰期为 5.1949 年,下文将利用这些参数进行比较研究。

图 6 是美国在近 15 年中的实际利率期限结构,呈现“先升 - 后降 - 再升 - 再降 - 再升 - 再降”,但总体降低的趋势。长期利率变动幅度相对较小,每天的利率期限结构基本上呈现“隆起型”的特征。估计的利率期限结构图能够很好地捕捉这些特征,见图 7。

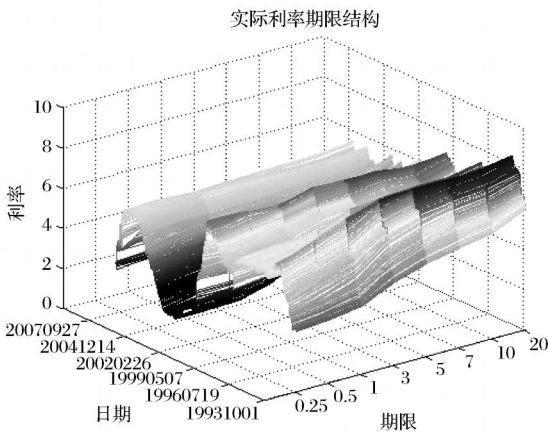


图 6 美国实际利率期限结构

估计的美国利率期限结构如下:

估计的利率期限结构

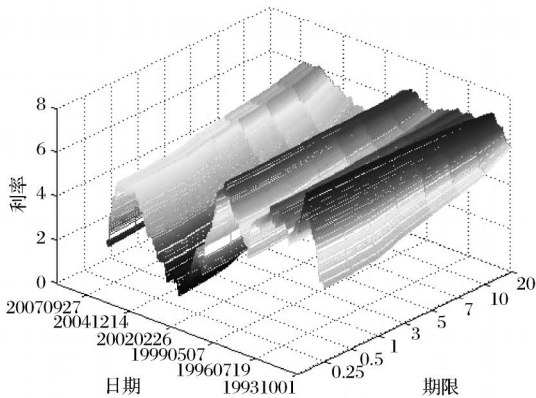


图 7 估计的美国利率期限结构

图 8 是估计出来的瞬时利率、3 个月即期利率和 3 个月市场利率之间的关系图。瞬时利率和 3 个

月即期利率对 3 个月市场利率进行了很好的拟合,反应了市场利率的变动趋势和波动状况。

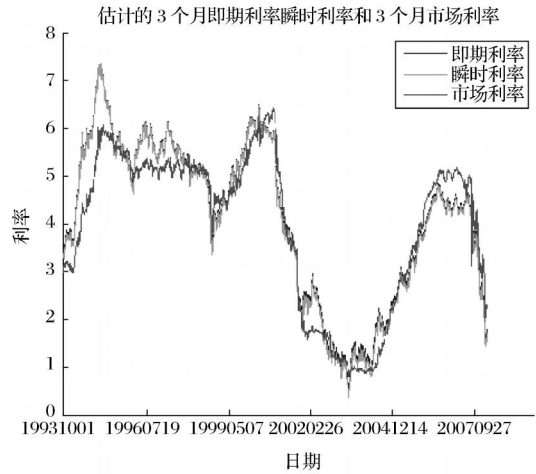


图 8 估计的 3 个月即期利率、瞬时利率和 3 个月市场利率

图 9 中的 QQ 分布图并没有完全重合,说明估计出来的 3 个月即期利率和瞬时利率是有偏差的,如果用 3 个月利率作为瞬时利率的替代变量,那么估计结果可能存在偏差。

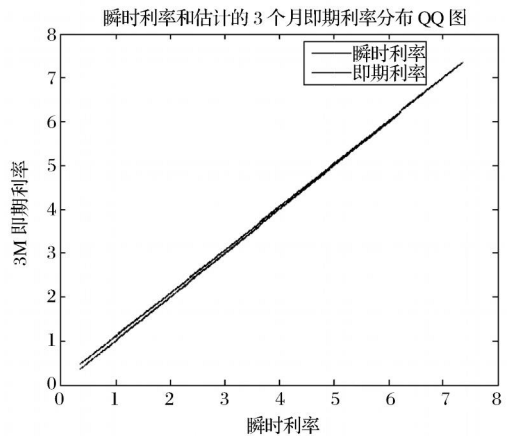


图 9 瞬时利率和 3 个月即期利率的 QQ 分布图

图 9 表明,当 3 个月利率较低的时候,在 4% 以下,瞬时利率要低于 3 个月即期利率,这表明当利率较低的时候,以 3 个月即期利率作为瞬时利率的替代变量高估了瞬时利率的水平。

为了更准确的与传统方法进行更好的比较,我们根据前文介绍的 GMM 方法,采用 3 个月市场利率作为瞬时利率的替代变量进行参数估计。

美国金融市场一般有 252 个交易日,所以取  $dt = 1/252$ ,初始权重矩阵  $W = I \otimes (z z)$ ,采用 Newey 和 West 谱密度矩阵。分别利用矩形分割方

法,遗传算法和单纯形法来优化目标函数,根据公式 (5)到公式(8)的设定,估计结果如表 5 所示。

表 5 GMM 估计结果

	a	b	2			
GMM 矩形分割法	0.0191 (0.0030)	- 0.4259 (0.0919)	0.0222 (0.0017)	0.4259	0.0448	0.1491
GMM 遗传算法	0.0105 (0.0044)	- 0.4582 (0.1072)	0.0027 (0.0010)	0.4582	0.0230	0.0524
GMM 单纯形法	0.0042 (0.0038)	- 0.1177 (0.0987)	0.0018 (0.0004)	0.1177	0.0355	0.0419
CKLS (1992)	0.0189 (0.94)	- 0.2339 (- 0.6600)	0.0073 (7.55)	0.2339	0.0808	0.0854

注:前三行括号内为标准差,最后一行引自 CKLS (1992),原文括号内为 t 值。

表 5 显示,单纯形方法得到的 a 和 b 是不显著的,这和 CKLS (1992)的估计结果一致,而且均值回复速度和波动率参数较小。其他两种优化方法得到的参数都是非常显著的,我们采用矩形分割法得到的参数。实证结果表明,瞬时利率长期均值水平 4.48%,半衰期为 1.6275 年,这和新估计方法的结果差异很大。

利用表 4 中新方法矩形分割法和表 5 中 GMM 矩形分割法得到的参数,对各个期限的市场利率进行拟合,得到误差分别见图 10、图 11 所示。

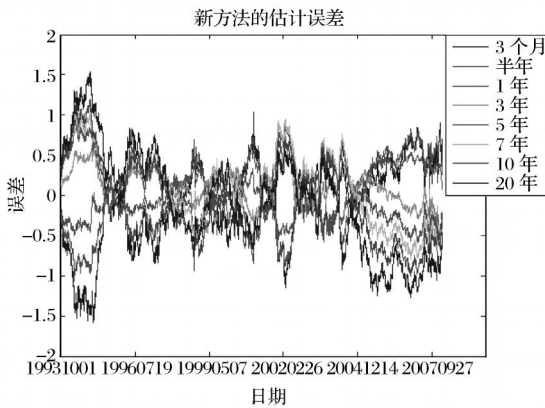


图 10 新方法矩形分割法拟合误差分布图

图 10 表明,估计误差基本上分布在 1.5% 以内,而且各个期限利率的估计误差在 0 附近随机变动。但是图 11 中的估计误差很大,在 - 3% 到 4% 之间变动,而且所有期限利率基本上都存在高估或低估。因此,作者认为新估计程序能够得到比传统方法更准确的参数,可以消除利率市场存在的套利机会,这对于利率衍生品的定价非常重要。限于篇幅,作者并没有和所有估计方法进行对比,不过鉴于 15 年利率数据样本已经足够大,而且广义距估计在实证中是被广泛采用的方法,因此可以认为,新程序

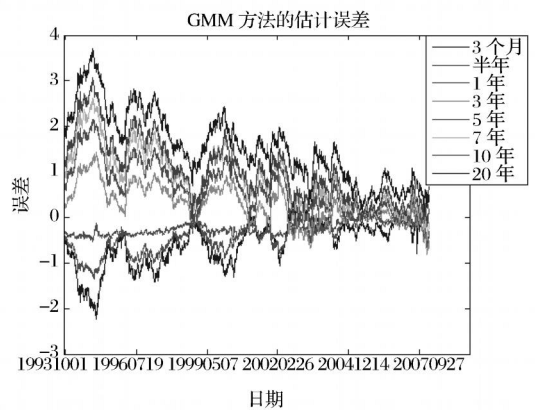


图 11 GMM 矩形分割法拟合误差分布图

的结果是稳健的。

对比图 5 和图 10 可知,新方法对 SHIBOR 在 2007 年末一段时间估计误差较大,这说明市场有效性对估计结果是确实存在影响。

### 6 结语

本文采用了一个利用所有期限市场利率信息和数值优化算法得到利率模型参数的新方法,说明利率市场的弱式有效性、数值优化算法也会对估计结果产生影响,以此来指出传统估计方法可能存在的问题。作者利用中国和美国的利率数据,对比了传统方法和新方法以及不同数值优化算法的表现。研究表明:第一,传统方法采用一种短期利率代替瞬时利率,没有利用其他期限市场利率中包含瞬时利率信息的做法是可以改进的。第二,利率市场的效率较低会造成估计误差较大。第三,不同数值优化算法会影响到利率模型的参数估计结果,矩形分割法比较稳健,遗传算法结果不太稳定,而单纯形法的结果对初始值比较敏感。第四,美国利率市场比 SHIBOR 市场要更加有效,瞬时利率的半衰期要远大于由 SHIBOR 得到的瞬时利率。由于只采用了

不到两年的 SHIBOR 样本且均为短期利率,而美国有 15 年的利率数据且利率期限分布合理,所以瞬时利率的均值水平差异并不能完全确定。综上所述,作者认为在估计利率期限结构模型过程中,一定要注意数值优化算法和样本期利率市场有效性水平可能产生的影响,而不应该将结果差异仅归结为估计方法的不同。

### 参考文献:

- [1] Merton, R. C.. A dynamic general equilibrium model of the asset market and its application to the pricing of the capital structure of the firm [Z]. Working Paper, 1970.
- [2] Vasicek, O.. An equilibrium characterization of the term structure [J]. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5: 177 - 188.
- [3] Cox, J. C., Ingersoll Jr., J. E., Ross, S. A.. A theory of the term structure of interest rates [J]. *Econometrica*, 1985, 53: 385 - 407.
- [4] Hull, J., White, A.. Pricing interest rate derivative securities [J]. *Review of Financial Studies*, 1990, 3: 573 - 592.
- [5] Ho, T. S. Y., Lee, S.-B.. Term structure movements and pricing of interest rate claims [J]. *Journal of Finance*, 1986, 41: 1011 - 1029.
- [6] Black, F., Karasinski, P.. Bond and option pricing when short rates are lognormal [J]. *Financial Analysts Journal*, 1991, 47: 52 - 59.
- [7] Heath, D., Jarrow, R., Morton, A.. Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology [J]. *Econometrica*, 1992, 60: 77 - 105.
- [8] Brace, A., Gatarek, D., Marek Musiela, M.. The market model of interest rate dynamics [J]. *Mathematical Finance*, 1997, 7: 127 - 155.
- [9] Jamshidian, F.. LIBOR and swap market models and measures [J]. *Finance and Stochastics*, 1997, 1: 293 - 330.
- [10] Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., Sanders, A. B.. An empirical comparison of alternative models of the short - term interest rate [J]. *Journal of Finance*, 1992, 47: 1209 - 1227.
- [11] Longstaff, F. A., Schwartz, E. S.. Interest rate volatility and the term structure: A two-factor general equilibrium model [J]. *Journal of Finance*, 1992, 47 (4): 1259 - 1282.
- [12] Ait-Sahalia, Y.. Nonparametric pricing of interest rate derivative securities [J]. *Econometrica*, 1996, 64: 527 - 560.
- [13] Stanton, R.. A nonparametric model of term structure dynamics and the market price of interest rate risk [J]. *Journal of Finance*, 1997, 52: 1973 - 2002.
- [14] Babbs, S. H., Nowman, K. B.. Kalman filtering of generalized Vasicek term structure models [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1999, 34 (1): 115 - 130.
- [15] Duffie, D., Glynn, P.. Estimation of continuous-time Markov processes sampled at random time intervals [J]. *Econometrica*, 2004, 72 (6): 1773 - 1808.
- [16] Hong, Y. M., Li, H. T.. Nonparametric specification testing for continuous-time models with applications to term structure of interest rates [J]. *Review of Financial Studies*, 2005, 18 (1): 37 - 84.
- [17] Duffee, G. R.. Term structure estimation without using latent factors [J]. *Journal of Financial Economics*, 2006, 79: 507 - 536.
- [18] Czellar, V., Karolyi, G. A., Ronchetti, E.. Indirect robust estimation of the short-term interest rate process [J]. *Journal of Empirical Finance*, 2007, 14 (4): 546 - 563.
- [19] Dungey, M., McKenzie, M., Smith, L. V.. Empirical evidence on jumps in the term structure of the US treasury market [J]. *Journal of Empirical Finance*, 2009, 16 (3): 430 - 445.
- [20] 谢赤, 吴雄伟. 基于 Vasicek 模型和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析 [J]. *中国管理科学*, 2002, 10 (3): 22 - 25.
- [21] 李和金, 李湛, 李为冰. 非参数利率期限结构模型的理论 and 实证研究 [J]. *数量经济技术经济研究*, 2002, (2): 48 - 51.
- [22] 洪永淼, 林海. 中国市场利率动态研究——基于短期国债回购利率的实证分析 [J]. *经济学 (季刊)*, 2006, (5): 511 - 532.
- [23] 史敏, 汪寿阳, 徐山鹰, 陶铄. 银行同业拆借市场利率期限结构实证研究 [J]. *管理科学学报*, 2005, 8 (5): 43 - 49.
- [24] 范龙振, 张国庆. 两因子 CIR 模型对上交所利率期限结构的实证研究 [J]. *系统工程学报*, 2005, 20 (5): 447 - 453.
- [25] 刘金全, 郑挺国. 利率期限结构的马尔科夫区制转移模型与实证分析 [J]. *经济研究*, 2006, (11): 82 - 91.
- [26] 周子康, 王宁, 杨衡. 中国国债利率期限结构模型研究与实证分析 [J]. *金融研究*, 2008, (3): 131 - 150.
- [27] Singleton, K. J.. *Empirical Dynamic Asset Pricing: Model Specification and Econometric Assessment* [M]. Princeton University Press, 2006.



- [28] Newey, W., West, K. D.. A simple positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix [J]. *Econometrica*, 1987, 55: 703 - 708.
- [29] 戴国强,李良松.人民币外汇市场弱式有效性的鞅差分检验[J]. *国际金融研究*, 2008, (3): 36 - 42.
- [30] Kuan, C. M., Lee, W. M.. A new test of the martingale difference hypothesis [J]. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 2004, 8(4): 1 - 24.

### An Empirical Study on Factors Affecting Estimation Results of Term Structure of Interest Rate Model

DAI Guo-qiang<sup>1</sup>, LI Liang-song<sup>2</sup>

(1. MBA School, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China;

2. People's Bank of China, Shanghai Head Office, Shanghai 200120, China)

**Abstract:** The paper classifies the term structure of interest rate models into four categories and summarizes the estimation methods for interest rate models. The paper uses interest rate data of China and USA to demonstrate that the weak efficiency of interest rate market, and that estimation methods and numerical optimization methods affect the estimation results. Empirical results indicate that the new estimation method, which takes advantage of all information in all market interest rates data, can get the more accurate parameters and eliminate arbitrage in interest rate market. It also indicates that genetic method is not very stable; nelder-mead method is sensitive to initial value of these parameters and, divided rectangles method can get the most robust estimation results.

**Key words:** term structure of interest rate; martingale difference; genetic search; divided rectangles; GMM