文章编号:1003－207(2013)05－0001－07

# 基于流动性风险的资本资产定价模型

周 芳[1,2],张 维[2],周 兵[3]

(1.天津大学理学院,天津 300072;2.天津大学管理与经济学部,天津 300072;
3.华闻(北京)管理顾问有限公司,北京 100022)

**摘 要**:在现有的资产定价理论基础上,研究了考虑流动性风险因素的风险资产定价问题。首先在无套利下对流动性风险进行定价,得到流动性风险的市场价格,进而给出了无风险资产和风险资产的有效前沿。再从风险构成的角度给出了流动性风险的测度和市场价格,推导出两种形式的基于流动性风险的资本资产定价模型(以相对量表示风险的 LBCAPM 和以绝对量表示风险的 LBCAPM)并揭示了资产期望回报的形成过程。最后,介绍了定价模型的应用前景。

**关键词**:流动性风险;无套利;风险构成;资本资产定价模型

**中图分类号**:G12;G0;G1 **文献标识码**:A

## 1 引言

在资产定价理论中,Sharpe[1], Lintner[2] 和 Mossin[3] 的资本资产定价模型 CAPM(Capital Asset Pricing Model)在很长时间内起着主导作用,并成为估价风险资产和衡量投资绩效的重要标准。在 CAPM 中,资产的风险被划分为系统风险和非系统风险,而系统风险是指市场风险,用 β 系数来度量,资产的风险回报可由市场风险(β 系数)全部解释。随后,一些学者又对 CAPM 进行了变形和改进,如 Black[4] 提出了零 β 的 CAPM 模型, Merton[5] 推导了 ICAPM 模型,Ross[6] 给出了 APT 模型。这些传统的资产定价模型虽然都从某一侧面解释了资产的风险回报,但同时也都忽略了资产的不流动所带来的风险。近些年来,由流动性问题所导致的危机,越来越多地引起了人们对流动性风险的关注。Amihud[7],Pastor 和 Stambaugh[8],Liu Weimin[9],陈青和李子白[10] 以及周芳和张维[11] 等:实证研究发现,流动性风险也是一种影响资产价格的系统性风险。

因此,一些学者在传统的资产定价模型如 CAPM 模型或 Fama 和 French[12] 的三因素模型中,引入流动性成本,或直接加入流动性风险补偿因子,建立了多种形式的包含流动性风险溢价的资产定价模型。Chan 和 Faff[13] 以及 Pastor 和 Stambaugh[8] 在 Fama-French 的三因素模型基础上,加入流动性因素,建立了包含流动性风险补偿的四因素模型。Hearn 等[14] 则对 Fama-French 的三因素模型进行了另一个方向的修改,建立了一个包含市场、公司规模和流动性因素的三因素模型。但是,Amihud 和 Mendelson[15], Liu Weimin[9] 均认为无论是 Chan-Faff 的四因素模型,还是 Hearn 等的三因素模型,都存在着一些缺陷,诸如影响风险溢价的因素如公司规模和账面市值比与流动性之间存在着相关性:流动性低的公司往往规模小,账面市值比高,而提供高收益的小公司又存在着相应的不流动性。周芳和张维[16] 利用广义脉冲响应函数,研究了中国股票市场流动性、公司规模和账面市值比之间的动态关系,发现流动性对公司规模和账面市值比的影响是长期的,而公司规模和账面市值比对流动性的影响则是短期的,认为在解释资产收益方面流动性对公司规模和账面市值比具有替代作用。周芳等[17] 在此基础上又进一步利用动态模型并结合分位数模型,研究了中国股票市场风险因素之间的相关性,发现在考虑了流动性的滞后影响后,公司规模与其股票流动性之间存在显著的正相关,而账面市值比与股票流动性之间存在显著的负相关,这揭示了陈青和李子白[10]:以为周芳和张维[11] 指出"流动性补偿可以更直接地反映规模效应和账面市值比效应"的原因。

**收稿日期**:2012－02－19; **修订日期**:2012－07－31

**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(71131007,71001077,71071109,70601021);教育部"创新团队发展计划"(IRT1028)

**作者简介**:周芳(1965－),女(汉族),陕西汉中人,天津大学理学院,副教授,博士,研究方向:金融工程与金融风险管理.

Acharya 和 Pedersen[18] 以及陆静和唐小我[19] 将流动性成本作为资产定价的因素，直接将 CAPM 模型中的收益率替换为总收益率减去相关不流动性成本，得到了一个经过流动性调整的资本资产定价模型（Liquidity-Adjusted CAPM）。该模型虽然给出了证券的期望收益率及其风险溢价，但只是对单因素模型 CAPM 的一个简单分解，导致模型中对市场风险和流动性风险的定价相同，即同为市场组合风险溢价。显然，由于不流动性和市场波动性是风险资产所具有的两类完全不同的风险因子，其定价一般也不会相同。邹小芃等[20] 在 Acharya 和 Pedersen 的 LACAPM 中，引入了投资者的流动性需求和交易的冲击成本弹性，但由于 Acharya 和 Pedersen 的 LACAPM 本身存在上述缺陷，从而据此建立的定价模型也存在类似的不足。Liu[9]、陈青和李子白[10] 则在 CAPM 中直接加入流动性风险补偿因子，建立了一个包含市场和流动性因素的二因素模型。该模型假设市场组合只存在市场风险而无流动性风险，因此市场组合的风险溢价即为市场风险溢价。其流动性风险补偿因子的计算，类似于 Fama 和 French 三因素模型中计算公司规模和账面市值比的溢价因子的方法，即将流动性低的组合收益率与流动性高的组合收益率之差作为流动性风险补偿因子。然而，这种方法得到的流动性风险溢价可能包含部分市场风险溢价。周芳和张维[11] 对 Liu[9] 的二因素模型进行了改进，所建立的模型虽然考虑了市场风险和流动性风险之间的相关性，但与所有其他包含流动性因素的资产定价模型类似，它们多为实证模型，而且都存在一个共同的缺陷，即对流动性指标存在依赖性。Amihud[7]，Pastor 和 Stambaugh[8]，周芳和张维[11] 等的研究表明，不同的流动性指标反映了流动性的某一侧面而非全部，因而在用流动性指标计算流动性风险时不可避免地存在局限性。

基于上述文献工作，本文将讨论资产价格受到市场风险和流动性风险这两种系统风险影响下的资产定价问题。在考虑到风险因素之间存在相关性的前提下，将通过严格的理论推导给出一个包含流动性风险溢价的资本资产定价模型，并且该模型将不依赖于特定的实证性流动性指标。

## 2 流动性风险的市场价格

Zhou Fang 等[21] 在鞅测度下对流动性风险进行了定价。他们通过等价测度变换，使可交易资产的贴现价值过程转化为鞅过程，给出了市场风险和流动性风险的市场价格。本文则进一步通过对其研究方法进行简化，直接在无套利下讨论流动性风险的定价问题。

假定一个证券市场只存在两种系统风险，即市场风险和流动性风险，相应地就应有两种风险的市场价格。设 $\gamma_1(t)$ 是对应市场风险的市场价格，$\gamma_2(t)$ 是对应流动性风险的市场价格。再假定市场不存在套利机会。

设 $S_t$ 和 $X_t$ 是该证券市场上的两个证券。$S_t$ 只有市场风险，而无流动性风险（如 $S_t$ 可视为市场证券组合）；$X_t$ 既有市场风险，又有流动性风险。假定 $\sigma_m$ 是证券 $S_t$ 的市场风险测度，$\sigma$ 是证券 $X_t$ 的总系统风险测度（若 $S_t$ 和 $X_t$ 都是充分分散化的证券组合，那么 $\sigma_m$ 和 $\sigma$ 分别就是 $S_t$ 和 $X_t$ 总风险的测度）。现在假设 $\rho\sigma$ 是证券 $X_t$ 的市场风险测度，而 $\bar{\rho}\sigma$ 是证券 $X_t$ 的流动性风险测度，即 $\bar{\rho}\sigma$ 测度证券 $X_t$ 的不流动或流动性变动带来的风险。其中 $\rho$ 是待定常数，$\bar{\rho}$ 是 $\rho$ 的正交补，即 $\bar{\rho}=\sqrt{1-\rho^2}$。下面来确定常数 $\rho$。

Baxter 和 Rennie[22]、Zhou Fang 等[21] 指出，在证券 $S_t$ 的市场风险为 $\sigma_m$，证券 $X_t$ 的市场风险为 $\rho\sigma$ 和流动性风险为 $\bar{\rho}\sigma$ 的情况下，证券 $S_t$ 和 $X_t$ 的运动规律可分别用下列一组随机微分方程来描述：

$$dS_t = S_t(\sigma_m dW_1(t) + udt)$$

$$dX_t = X_t(\rho\sigma dW_1(t) + \bar{\rho}\sigma dW_2(t) + vdt)$$

其中 $u$ 和 $v$ 分别是 $S_t$ 和 $X_t$ 的漂移，亦即期望收益率（连续复利）；$u,v,\sigma_m,\sigma$ 和 $\rho$ 均为常数。$W_1(t)$ 和 $W_2(t)$ 是相互独立的 P-Brown 运动（即 $\mathrm{cov}(W_1(t),W_2(t))=0$），分别表示市场风险源和流动性风险源。

证券 $S_t$ 和 $X_t$ 的随机微分方程的解过程则为：

$$S_t = S_0\exp(\sigma_m W_1(t) + (u-\frac{1}{2}\sigma_m^2)t)$$

$$X_t = X_0\exp(\rho\sigma W_1(t) + \bar{\rho}\sigma W_2(t) + (v-\frac{1}{2}\sigma^2)t)$$

考察 $S_t$ 和 $X_t$ 的方差。若用向量表示模型，则随机向量 $(\log S_t, \log X_t)$ 是联合正态分布的，其均值向量是 $(\log S_0 + (u-\frac{1}{2}\sigma_m^2)t, \log X_0 + (v-\frac{1}{2}\sigma^2)t)$，协方差矩阵是：

$$\begin{pmatrix}\sigma_m & 0\\ \rho\sigma & \bar{\rho}\sigma\end{pmatrix}\begin{pmatrix}t & 0\\ 0 & t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma_m & 0\\ \rho\sigma & \bar{\rho}\sigma\end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix}\sigma_m^2 & \rho\sigma_m\sigma\\ \rho\sigma_m\sigma & \sigma^2\end{pmatrix}t$$

上式表明,$\sigma_m$ 和 $\sigma$ 分别是 $S_t$ 和 $X_t$ 的波动率,即收益率的标准差,测度证券 $S_t$ 和 $X_t$ 的总风险,而 $\rho$ 则是它们收益率之间的相关系数。因此,我们可以建立 $X_t$ 与 $S_t$ 之间的联系,以 $S_t$ 为基准,通过相关系数 $\rho$,得到 $X_t$ 的市场风险的测度 $\rho\sigma$ 和流动性风险的测度 $\bar{\rho}\sigma$。

有了证券 $X_t$ 的市场风险测度 $\rho\sigma$ 和流动性风险测度 $\bar{\rho}\sigma$ 之后,下面来确定市场风险和流动性风险的市场价格 $\gamma_1(t)$ 和 $\gamma_2(t)$。

由于证券 $S_t$ 只有市场风险,而无流动性风险,$S_t$ 的市场风险测度为 $\sigma_m$,相应的风险溢价,即市场风险溢价为 $u-r_f$($r_f$ 是无风险利率),因此,其单位市场风险溢价为:

$$\gamma_1(t)=\frac{u-r_f}{\sigma_m}$$

由于 $\gamma_1(t)$ 是市场风险的价格,则证券 $X_t$ 的市场风险溢价就是 $\rho\sigma\gamma_1(t)$,其流动性风险溢价就为总风险溢价超过市场风险溢价的部分,即 $v-r_f-\rho\sigma\gamma_1(t)$;又由于 $\gamma_2(t)$ 是流动性风险的市场价格,证券 $X_t$ 的流动性风险溢价又可表示为 $\bar{\rho}\sigma\gamma_2(t)$,因此,$X_t$ 的单位流动性风险溢价为:

$$\gamma_2(t)=\frac{v-r_f-\rho\sigma\gamma_1(t)}{\bar{\rho}\sigma}$$

在市场无套利假定下,对于任意两资产 $X_t^1$ 和 $X_t^2$,尽管它们的市场风险测度和流动性风险测度以及市场风险溢价和流动性风险溢价可能都不相同,但它们的单位市场风险溢价和单位流动性风险溢价都应相同,即:$\gamma_1^1(t)=\gamma_1^2(t)$,$\gamma_2^1(t)=\gamma_2^2(t)$,否则将存在套利机会。因此,风险的市场价格(即单位市场风险溢价和单位流动性风险溢价)在同一市场中对于所有资产都是相同的。

上述在无套利下得到的市场风险和流动性风险的定价公式中,要求两个证券 $S_t$ 和 $X_t$ 不包含非系统风险。在现实市场中我们可以通过证券组合的分散化消除非系统风险。为此,我们引入两个基准证券,将市场证券组合 $M$ 和某一既有市场风险又有流动性风险的充分分散化的证券组合 $P$(如某一充分分散化的基金)视为证券 $S_t$ 和 $X_t$,即选取市场证券组合 $M$ 作为只有市场风险而流动性风险为 0 的证券 $S_t$ 的一个代理,而证券组合 $P$ 作为既有市场风险又有流动性风险的证券 $X_t$ 的代理。设市场证券组合 $M$ 的期望收益率为 $E(r_m)$,总风险为 $\sigma_m$;证券组合 $P$ 的期望收益率为 $E(r_p)$,总风险为 $\sigma_p$;$r_f$ 是无风险利率。那么,市场风险和流动性风险的市场价格可表示为:

$$\gamma_1(t)=\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m},$$

$$\gamma_2(t)=\frac{E(r_p)-r_f-\rho_{mp}\sigma_p\gamma_1(t)}{\overline{\rho_{mp}}\sigma_p}$$

其中 $\rho_{mp}$ 是市场组合 $M$ 和充分分散化的证券组合 $P$ 的收益率之间的相关系数,$\overline{\rho_{mp}}$ 和 $\rho_{mp}$ 互为正交补,即 $\overline{\rho_{mp}}=\sqrt{1-\rho_{mp}^2}$。

直接由无套利推导出的流动性风险的市场价格与 Zhou Fang 等[21]采用鞅方法得到流动性风险的定价公式完全相同。通过上述市场风险和流动性风险的市场价格以及充分分散化证券组合的市场风险和流动性风险的测度,可以得到证券组合(如基金)的流动性风险溢价及其定价,但对于市场上单个证券,其流动性风险的测度及其定价则是本文下面要做的工作。

## 3　无风险资产和风险资产的有效前沿

在证券市场存在市场风险和流动性风险,且市场风险和流动性风险的市场价格 $\gamma_1(t)$ 和 $\gamma_2(t)$ 已知的情况下,我们可以写出无风险证券和风险证券的有效前沿 *EF*(Efficient Frontier)。它是由无风险证券和风险证券所构成的所有有效组合的集合。包含市场风险和流动性风险的有效前沿 *EF* 为:

$$E_{ef}(r_q)=r_f+\gamma_1\rho_{mq}\sigma_q+\gamma_2\overline{\rho_{mq}}\sigma_q$$

其中 $\sigma_q$ 是有效组合 $Q$ 的总风险。$\rho_{mq}$ 是有效组合 $Q$ 和市场组合 $M$ 的收益率之间的相关系数,$\overline{\rho_{mq}}$ 是 $\rho_{mq}$ 的正交补,$\overline{\rho_{mq}}=\sqrt{1-\rho_{mq}^2}$。

方程在空间表示了一个过点 $(0,0,r_f)$ 的平面,即无风险证券和风险证券(包含市场风险和流动性风险)的有效前沿 *EF* 是一个空间平面。有效前沿以及风险溢价的前沿面,分别见图 1 和图 2。市场上所有证券及其所有可能的组合在空间对应的点都位于有效前沿 *EF* 的下方或在有效前沿上。

## 4　基于流动性风险的资本资产定价模型

为了求得证券市场上任一证券 $S_i(t)$ 的期望收益率 $E(r_i)$,这里,将证券 $S_i(t)$ 放在整个市场中进行考察分析,利用风险构成理论,获得证券 $S_i(t)$ 的系统风险(市场风险和流动性风险)的测度和市场价格,进而得到证券 $S_i(t)$ 的期望收益率 $E(r_i)$。

为此,不妨假设 $\beta_{1i}$ 是测度证券 $S_i(t)$ 的市场风险的一个相对量,$\beta_{2i}$ 是测度证券 $S_i(t)$ 的流动性风

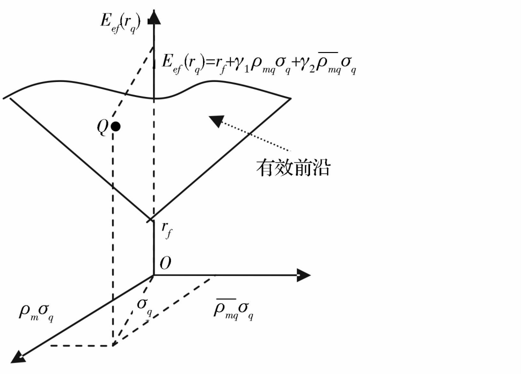


图 1　无风险证券和风险证券的有效前沿

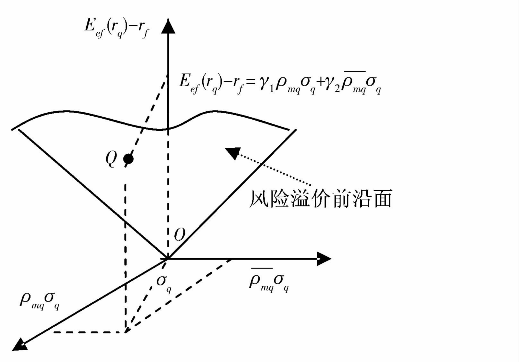


图 2　风险溢价的前沿面

险的另一个相对量。由于 $\beta_{1i}$ 度量的是证券 $S_i(t)$ 的市场风险，而市场证券组合 $M$ 被视为基准证券，作为只有市场风险而流动性风险为 0 的证券的参照物，因此，$\beta_{1i}$ 是一个只与证券 $S_i(t)$ 和市场组合 $M$ 有关、而与充分分散化的证券组合 $P$ 无关的量，故定义证券 $S_i(t)$ 的市场风险 $\beta_{1i}$ 为证券 $S_i(t)$ 的收益与市场证券组合 $M$ 的收益的相关性与市场证券组合 $M$ 的收益波动情况的比值，即令：

$$\beta_{1i}=\frac{\operatorname{cov}(r_i,r_m)}{\sigma_m^2}，也即\quad \beta_{1i}=\frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}$$

又由于 $\beta_{2i}$ 度量的是证券 $S_i(t)$ 的流动性风险，而充分分散化的证券组合 $P$（如某一充分分散化的基金）被视为基准证券，作为既有市场风险又有流动性风险的证券的一个参照物。因此，定义证券 $S_i(t)$ 的流动性风险 $\beta_{2i}$ 为证券 $S_i(t)$ 中与流动性有关的收益与组合 $P$ 中与流动性有关的收益的相关性与 $P$ 中流动性收益波动情况的比值。所以 $\beta_{2i}$ 应满足：

$$\operatorname{cov}(r_i,r_p)=\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2+\beta_{2i}(\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2)$$

故令 $\beta_{2i}=\dfrac{\operatorname{cov}(r_i,r_p)-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}$，亦即 $\beta_{2i}=\dfrac{\sigma_{pi}-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}$

在这一风险测度方式下，市场证券组合 $M$ 的 $\beta$ 系数满足：

$$\beta_{1m}=\frac{\sigma_{mm}}{\sigma_m^2}=\frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2}=1$$

$$\beta_{2m}=\frac{\sigma_{mp}-\beta_{1m}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}=\frac{\beta_{1p}\sigma_m^2-\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}=0$$

充分分散化的证券组合 $P$ 的 $\beta$ 系数满足：

$$\beta_{1p}=\frac{\sigma_{mp}}{\sigma_m^2}$$

$$\beta_{2p}=\frac{\sigma_{pp}-\beta_{1p}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}=\frac{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}=1$$

这说明，市场证券组合 $M$ 的市场风险为 1，流动性风险为 0，将其它所有证券都与市场证券组合 $M$ 的市场风险（$\beta_{1m}=1$）相比较，可以确定其它证券的市场风险；充分分散化的证券组合 $P$ 的流动性风险为 1，将其它所有证券都与证券组合 $P$ 的流动性风险（$\beta_{2p}=1$）相比较，可以来确定其它证券的流动性风险。

于是，当以相对量 $\beta$ 系数衡量风险时，市场风险和流动性风险的市场价格 $\lambda_1(t)$ 和 $\lambda_2(t)$ 又可分别表示为：

$$\lambda_1(t)=E(r_m)-r_f,$$
$$\lambda_2(t)=E(r_p)-r_f-\beta_{1p}(E(r_m)-r_f)$$

在无套利假设下，风险的市场价格是唯一的，任何一种风险的报酬即风险溢价都等于风险的大小乘以风险的价格。因此，在市场达到均衡时，证券 $S_i(t)$ 的期望收益率 $E(r_i)$ 即为：

$$E(r_i)=r_f+\beta_{1i}(E(r_m)-r_f)+\beta_{2i}[(E(r_p)-r_f)-\beta_{1p}(E(r_m)-r_f)]$$

这就是包含市场风险溢价和流动性风险溢价的资本资产定价模型 LBCAPM，它是一个以相对量表示风险的 LBCAPM。

下面考虑 LBCAPM 的另一形式。

将 $\beta_{1i}=\dfrac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}$　$\beta_{2i}=\dfrac{\sigma_{pi}-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}$　代入上式：

$$E(r_i)=r_f+(E(r_m)-r_f)\frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}+[(E(r_p)-r_f)-(E(r_m)-r_f)\frac{\sigma_{mp}}{\sigma_m^2}]\frac{\sigma_{pi}-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}$$

即：

$$E(r_i)=r_f+(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m}+[(E(r_p)-r_f)-(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\frac{\sigma_{mp}}{\sigma_m}]\frac{\sigma_{pi}-\dfrac{\sigma_{mi}\sigma_{mp}}{\sigma_m^2}}{\sigma_p^2-\dfrac{\sigma_{mp}^2}{\sigma_m^2}}$$

由于 $\sigma_{mi}=\rho_{mi}\sigma_m\sigma_i$，$\sigma_{mp}=\rho_{mp}\sigma_m\sigma_p$，$\sigma_{pi}=\rho_{pi}\sigma_p\sigma_i$，将之代入上式：

$$E(r_i)=r_f+(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\rho_{mi}\sigma_i+[(E(r_p)-r_f)-(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\rho_{mp}\sigma_p]\frac{\rho_{pi}\sigma_p\sigma_i-\rho_{mi}\rho_{mp}\sigma_i\sigma_p}{\sigma_p^2-\rho_{mp}^2\sigma_p^2}$$

即：

$$E(r_i)=r_f+(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\rho_{mi}\sigma_i+[\frac{E(r_p)-r_f-(\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m})\rho_{mp}\sigma_p}{\sqrt{1-\rho_{mp}^2}\sigma_p}]\frac{\rho_{pi}-\rho_{mi}\rho_{mp}}{\sqrt{1-\rho_{mp}^2}}\sigma_i$$

又由于 $\gamma_1=\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m}$，$\gamma_2=\frac{E(r_p)-r_f-\rho_{mp}\sigma_p\gamma_1}{\overline{\rho_{mp}}\sigma_p}$，$\overline{\rho_{mp}}=\sqrt{1-\rho_{mp}^2}$，

所以有 $E(r_i)=r_f+\gamma_1\rho_{mi}\sigma_i+\gamma_2\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\sqrt{1-\rho_{mp}^2}}\sigma_i$

即：

$$E(r_i)=r_f+\gamma_1\rho_{mi}\sigma_i+\gamma_2\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$$

这就是以绝对量表示风险的 LBCAPM 的另一种形式。

## 5　模型的理论含义及应用前景

经过上面的讨论，我们得到了包含市场风险溢价和流动性风险溢价的资本资产定价模型 LBCAPM 的两种形式。

LBCAPM 的一种形式是：

$$E(r_i)=r_f+\beta_{1i}(E(r_m)-r_f)+\beta_{2i}[(E(r_p)-r_f)-\beta_{1p}(E(r_m)-r_f)]$$

其中 $\beta_{1i}=\frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}$，$\beta_{2i}=\frac{\sigma_{pi}-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2}{\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2}$

LBCAPM 的另一种形式是：

$$E(r_i)=r_f+\gamma_1\rho_{mi}\sigma_i+\gamma_2\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$$

其中 $\gamma_1=\frac{E(r_m)-r_f}{\sigma_m}$，$\gamma_2=\frac{E(r_p)-r_f-\rho_{mp}\sigma_p\gamma_1}{\overline{\rho_{mp}}\sigma_p}$

由上可知：

(1)在 LBCAPM 的第一种形式中，度量证券 $S_i(t)$ 的系统风险的量是两个相对量，一个是 $\beta_{1i}$，另一个是 $\beta_{2i}$。$\beta_{1i}$ 是度量证券 $S_i(t)$ 的市场风险的一个相对量，它仅与证券 $S_i(t)$ 和市场组合 $M$ 有关，但与充分分散化的证券组合 $P$ 无关；$\beta_{2i}$ 是度量证券 $S_i(t)$ 的流动性风险的另一个相对量，它既与证券 $S_i(t)$ 有关又与市场组合 $M$ 以及充分分散化的证券组合 $P$ 有关。在 LBCAPM 的另一种形式中，度量证券 $S_i(t)$ 的系统风险的量是绝对量。如果用 $\sigma_i$ 来度量证券 $S_i(t)$ 的总风险，则证券 $S_i(t)$ 的市场风险是 $\rho_{mi}\sigma_i$，流动性风险是 $\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$。

(2)LBCAPM 给出了证券 $S_i(t)$ 的期望收益率 $E(r_i)$ 的形成过程。根据本文的理论结果，证券 $S_i(t)$ 的期望收益率 $E(r_i)$ 由三部分组成：第一部分是 $r_f$，它是证券 $S_i(t)$ 的时间的报酬。第二部分是 $\beta_{1i}(E(r_m)-r_f)$ 或 $\gamma_1\rho_{mi}\sigma_i$，它是证券 $S_i(t)$ 的市场风险溢价，表示投资者由于承担了市场风险而应获得的报酬；$\beta_{1i}$ 或 $\rho_{mi}\sigma_i$ 越大，表示证券 $S_i(t)$ 的市场风险越高，投资者要求的风险报酬越高。第三部分是 $\beta_{2i}[(E(r_p)-r_f)-\beta_{1p}(E(r_m)-r_f)]$ 或 $\gamma_2\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$，它是证券 $S_i(t)$ 的流动性风险溢价，表示投资者因承担了流动性风险而应获得的报酬；$\beta_{2i}$ 或 $\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$ 越大，表示证券 $S_i(t)$ 的流动性风险越高，投资者要求的风险报酬也就越高。证券 $S_i(t)$ 的总风险溢价 $E(r_i)-r_f$ 是由市场风险溢价和流动性风险溢价两部分组成，即：

$$\beta_{1i}(E(r_m)-r_f)+\beta_{2i}[(E(r_p)-r_f)-\beta_{1p}(E(r_m)-r_f)]$$

或：

$\gamma_1\rho_{mi}\sigma_i+\gamma_2\frac{\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi}}{\overline{\rho_{mp}}}\sigma_i$ 它表示市场只为投资者承担的系统风险(市场风险和流动性风险)提供风险补偿，不会因为投资者承担了非系统风险而提供风险补偿。

(3)在市场无摩擦(没有税收和交易成本等)，即具有完全流动性的情况下，$\beta_{2i}=0$，从而，LBCAPM 可以写为：

$$E(r_i)=r_f+\beta_{1i}(E(r_m)-r_f)$$

可以看出，上式与 Sharpe[1] 的 CAPM 模型完全一样，说明 CAPM 模型只是 LBCAPM 的一个特例。

(4)在以绝对量表示风险的 LBCAPM 下，市场证券组合 $M$ 的期望收益率为 $E(r_m)=r_f+\gamma_1\sigma_m$。充分分散化的证券组合 $P$ 的期望收益率为 $E(r_p)=r_f+\gamma_1\rho_{mp}\sigma_p+\gamma_2\overline{\rho_{mp}}\sigma_p$。这表明，市场证券组合 $M$ 和充分分散化的证券组合 $P$ 都在有效前沿 $EF$ 上。因此，投资者只要拥有无风险证券和市场证券组合 $M$ 以及充分分散化的证券组合 $P$，便可以获得有效前

沿上不同风险厌恶水平的期望收益率。这实际上也是两基金分离定理在三基金情形下的一个拓展。

由于 LBCAPM 不仅给出资产的总风险回报，还给出市场风险溢价和流动性风险溢价，因此它可应用于许多领域，如评估风险资产的市场价值，评价机构投资者投资业绩，确定企业资本成本率和投资者必要报酬率，更重要的是，LBCAPM 还为一些资产因流动性不足所带来的价格折扣或不流动性资产为取得流动性必须支付的成本提供了一种简单易行的计算方法。例如，中国 A 股和 B 股之间由于流动性的差异，存在较大的价差，要确定合理的差价；中国的涨跌停板制度、不允许卖空的约束等一些流动性限制的交易制度，也会给投资者带来交易成本，要确定其成本率；封闭式基金由于所投资的股票失去流动性而形成的价格折扣，要确定基金的折价率；在完成的股权分置改革中，非流通股为获得与流通股相同的流通权而支付的对价，要评估对价的合理性。

## 6 算例分析

为了说明我们的结果，考虑这样一个例子。假定市场证券组合 $M$ 的期望年收益率 $E(r_m)=16\%$，年波动率 $\sigma_m=30\%$。而某一充分分散化的基金 $P$ 的期望年收益率 $E(r_p)=20\%$，年波动率 $\sigma_p=50\%$。市场组合 $M$ 和充分分散化的基金 $P$ 的收益率之间的相关系数 $\rho_{mp}=0.6$。无风险年利率 $r_f=4\%$。

按照上面给出的公式，可以分别求出市场风险和流动性风险的市场价格：

$$\gamma_1(t)=\frac{16\%-4\%}{30\%}=0.4$$

$$\gamma_2(t)=\frac{20\%-4\%-0.6\times50\%\times0.4}{0.8\times50\%}=0.1$$

由计算可知，市场风险的市场价格为 0.4，流动性风险的市场价格为 0.1。若市场不存在套利机会，则风险的市场价格是唯一的。

计算基金 $P$ 的市场风险为 $\rho_{mp}\sigma_p=0.6\times50\%=30\%$，或 $\beta_{1p}=\sigma_{mp}/\sigma_m^2=\rho_{mp}\sigma_p/\sigma_m=30\%\div30\%=1$，其市场风险溢价就等于市场组合 $M$ 的风险溢价，即 12%。流动性风险为 $\overline{\rho_{mp}}\sigma_p=\sqrt{1-\rho_{mp}^2}\sigma_p=0.8\times50\%=40\%$，或 $\beta_{2p}=1$，流动性风险溢价为 $[E(r_p)-r_f]-\gamma_1\rho_{mp}\sigma_p=16\%-12\%=4\%$。

如果某一证券 $X_i(t)$ 的年波动率是 $\sigma_i=60\%$，$X_i(t)$ 与市场组合 $M$ 收益率之间的相关系数是 $\rho_{im}=0.5$，与基金 $P$ 收益率之间的相关系数是 $\rho_{ip}=0.9$，则 $X_i(t)$ 的市场风险为 $\rho_{im}\sigma_i=0.5\times60\%=30\%$，或 $\beta_{1i}=\sigma_{mi}/\sigma_m^2=\rho_{mi}\sigma_i/\sigma_m=30\%\div30\%=1$，那么该证券 $X_i(t)$ 的市场风险溢价就是 $\gamma_1\rho_{im}\sigma_i=0.4\times30\%=12\%$，即等于市场组合 $M$ 的风险溢价。其流动性风险为 $[(\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi})/\sqrt{1-\rho_{mp}^2}]\sigma_i=[(0.9-0.6\times0.5)/0.8]\times60\%=45\%$，或 $\beta_{2i}=(\sigma_{pi}-\beta_{1i}\beta_{1p}\sigma_m^2)/(\sigma_p^2-\beta_{1p}^2\sigma_m^2)=(0.9\times0.5\times0.6-0.3^2)/(0.5^2-0.3^2)=1.125$，流动性风险溢价为 $\gamma_2[(\rho_{pi}-\rho_{mp}\rho_{mi})/\sqrt{1-\rho_{mp}^2}]\sigma_i=0.1\times45\%=4.5\%$，即等于基金 $P$ 流动性风险溢价的 1.125 倍。总风险溢价即为 $E(r_i)-r_f=12\%+4.5\%=16.5\%$. 这说明投资者为持有不流动证券 $X_i(t)$ 所要求的流动性风险补偿为 4.5%，而为持有 $X_i(t)$ 所承担的总系统风险要求的风险补偿则为 16.5%。

## 7 结语

本文基于已有的资产定价理论，研究了考虑流动性风险因素的风险资产的定价问题。在现有文献的基础上，本文的主要贡献在于：第一，在资产定价中考虑了流动性风险及其与市场风险的相关性，给出了两种形式的基于流动性风险的资本资产定价模型（风险以相对量表示的 LBCAPM 和风险以绝对量表示的 LBCAPM）；第二，该模型不依赖于任何实证性的流动性测度指标，极大地简化了问题的复杂程度和难度；第三，具有更加严密的数理经济学推导和理论基础，分别从无套利和风险构成的角度对流动性风险进行测度和定价，推导出了两种形式的流动性风险的度量和市场价格，进而得到了风险资产的定价模型 LBCAPM。本文给出的 LBCAPM 模型是对 CAPM 模型的一个拓展，它保持了与 CAPM 模型在形式上的一致性，在理论上也具有连续性和连贯性。

需要指出，由于 LBCAPM 中涉及到两个基准证券，选取基准证券的不同的参照物往往会得到不同的结果，尽管同一市场上所确定的参照物是相同的，但不同市场上的参照物却是不同的，这就为在不同市场之间进行套利创造了可能性（尤其在金融全球化的今天），因此 如何恰当地选取市场证券组合 $M$ 和充分分散化的证券组合 $P$ 的参照物，尽可能地减少市场之间的套利机会，这还有待进一步研究。

**参考文献：**

[1] Sharpe W. Capital asset prices[J]. Journal of Finance,

1964, 19 (3): 425－442.

[2] Linter J. The valuation of risk assets and selection of risky investments in stock Portfolio and capital budgets [J]. Review of Economics and Statistics, 1965, 47 (1): 13－37.

[3] Mossin J. Equilibrium in a capital market[J]. Econometrica, 1966, 34 (4): 768－783.

[4] Black F. Capital market equilibrium with restricted borrowing[J]. Journal of Business, 1972, 45 (3): 444－455.

[5] Merton R. An intertemporal capital asset pricing model [J]. Econometrica, 1973, 41 (5): 867－888.

[6] Ross S A. The arbitrage theory of capital asset pricing [J]. Journal of Economic Theory, 1976,13: 341－360.

[7] Amihud Y. Illiquidity and stock returns: Cross-section and time-series effects [J]. Journal of Financial Markets, 2002, 5(1): 31－56.

[8] Pastor L, Stambaugh R. Liquidity risk and expected stock returns[J]. Journal of Political Economy, 2003, 111 (3): 642－685.

[9] Liu Weimin. A liquidity-augmented capital asset pricing model[J]. Journal of Financial Economics, 2006, 82 (3) : 631－671.

[10] 陈青，李子白. 我国流动性调整下的 CAPM 研究[J]，数量经济技术经济研究，2008 (6): 66－78.

[11] 周芳，张维. 中国股票市场流动性风险溢价研究[J]，金融研究，2011 (5): 194－206.

[12] Fama E F. French K R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds[J]. Journal of Financial Economics, 1993, 33 (1): 3－ 56.

[13] Chan H W, Faff R W. Asset pricing and the illiquidity premium[J]. Financial Review, 2005, 40 (4): 429－458.

[14] Hearn B J, Strange P R. Market liquidity and stock size premia in emerging financial markets: The implications for foreign investment[J]. International Business Review, 2010, 19 (5): 489－501.

[15] Amihud Y, Mendelson H. Asset pricing and the bid-ask spread [J]. Journal of Financial Economics, 1986, 17(2): 223－249.

[16] 周芳，张维. 流动性、公司规模和账面市值比的关系研究[J]. 系统工程学报，2012, 27(4):498－505.

[17] 周芳，张维，张小涛. 中国股票市场风险因素相关性研究[J]. 管理学报，2012, 9(7):994－1000.

[18] Acharya V V, Pedersen L H. Asset pricing with liquidity risk[J]. Journal of Financial Economics, 2005, 77 (2): 375－410.

[19] 陆静，唐小我. 基于流动性风险的多因素定价模型及其实证研究[J]. 中国管理科学，2006, 14 (5):45－51.

[20] 邹小芃，黄峰，杨朝军. 流动性风险、投资者流动性需求与资产定价[J]. 管理科学学报，2009, 12 (6): 139－149.

[21] Zhou Fang, Zhang Wei, Zhou Bing. Martingale-based computational liquidity risk premium [J]. WSEAS Transactions on Mathematics, 2013, 12(1): 95－104.

[22] Baxter M, Rennie A. Financial calculus[M]. Cambridge:Cambridge University Press, 1996.

## Capital Asset Pricing Model Based on Liquidity Risk

**ZHOU Fang[1,2], ZHANG We[2], ZHOU Bing[3]**

(1. School of Science, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

3. News of China (Beijing) Management Consultants Co. ,Beijing 100022, China)

**Abstract**: Based on the recent asset pricing theories, the pricing of risky asset with liquidity risk is studied in this paper. Firstly, the pricing of liquidity risk under no-arbitrage is dissussed, and the market price of liquidity risk is pbtained and the efficient frontier of a portfolio with one risk-free asset is gived. Then, from the perspective of risk composition, the measure and the market price of liquidity risk is proposed, and liquidity risk-based capital asset pricing model with two types of expression(LBCAPM with the relative amount of risk and LBCAPM with the absolute volume of risk)is induced, which describes the process of asset expected return formation. In the end,the possible application of the asset pricing model is indicated.

**Key words**: liquidity risk;no-arbitrage;risk composition;capital asset pricing model