

文章编号: 1003-207(2013)04-0001-07

基于 Asymmetric Laplace 分布的金融风险度量

杜红军¹, 王宗军²

(1. 湖北大学商学院, 湖北 武汉 430062; 2. 华中科技大学管理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 金融资产的损益分布具有明显尖峰肥尾和不对称等特征, 本文采用非对称拉普拉斯分布来刻画这些风险特征, 给出了市场风险 VaR 和 CVaR 度量的 AL 参数法和 AL-MC 法。选取上证指数、日经 225 指数及 S&P500 指数为研究对象, 结合各股市的风险特征, 给出了 VaR 和 CVaR 度量及其返回检验和准确性评价。结果表明, 基于 AL 分布的风险度量模型具有其合理性和适用性, 能很好地度量市场风险。

关键词: VaR; CVaR; 非对称拉普拉斯分布; 风险管理

中图分类号: F830.9 **文献标识码:** A

1 引言

作为金融市场风险度量的主流模型, VaR (value at risk)^[1] 风险计量技术已成为金融风险管理的国际标准, 目前已被全球各主要银行、投资公司、证券公司及金融监管机构广泛采用。单纯的 VaR 风险计量方法存在一定的缺陷, 随后研究提出的条件风险价值 (conditional value at risk, CVaR)^[2-3] 的风险计量技术是迄今提出的备受关注的一种一致性风险度量方法, 它既弥补了 VaR 的缺点, 也继承了 VaR 的诸多优点。结合 VaR 和 CVaR 的双风险门限监管将对企业和金融机构提供更合理更充分的风险度量标准。

对 VaR 和 CVaR 计量方法的研究在不断的发展和完善的, 它们的概念并不复杂, 然而要准确度量却并非易事。通常都假设某一资产或投资组合的收益率服从正态分布, 然而实证研究发现大量有别于“有效市场假说”的异常现象, 如金融资产收益率分布并非服从正态分布, 而具有分布的非对称性、尖峰肥尾等特征, 这意味着现实中极端事件发生的概率要高于正态分布的估计, 而这些极端情况的发生可能会带来致命的风险。

为了准确度量 VaR 和 CVaR, 希望能够充分地捕获这些风险特征, 人们通过不懈的研究, 提出了其它常用的分布 (如稳定分布、极值分布、GED 和 g-h

分布等) 和理论模型 (如 GARCH 类模型等) 来代替正态分布分析^[4-9]。肖智等^[10] 基于 EVT 分布建立 EVT-BM-FIGARCH 模型度量风险 VaR; 林宇和卫贵等^[11] 基于有偏学生 t 分布捕获收益率有偏特征, 并以此建立波动模型来测度市场风险 VaR; 花拥军和张宗益^[12] 基于极值 POT 模型研究了沪深股市极端风险; 此外, 叶五一等^[13] 应用含有虚拟变量的分位点回归模型分析了 CVaR 风险度量。由于 Asymmetric Laplace (AL) 分布的密度函数有清晰的表达式和非对称性, 较正态分布尖峰肥尾, 且各阶矩有限, 具有很好的性质。因此, 近些年来对 AL 分布在风险管理方面应用的研究很多, 自 Kozubowski 和 Podgorski^[14-15] 以和 Kotz 等^[16] 以后, 人们更加关注这方面的研究。Jayakumar 和 Kuttykrishnan^[17] 研究了基于 AL 分布的时间序列模型的建立, Trindade 和 Zhu^[18] 给出了基于 AL 分布的金融风险估计的渐进分布研究。国内黄海和卢祖帝^[19] 提出用该分布来刻画金融市场风险特征, 将它引入金融市场风险管理中, 但目前相关成熟的研究还较少, 如何应用有待探讨。

因此本文根据金融资产收益率序列收益率分布具有明显尖峰肥尾和不对称等特征及 AL 分布理论, 提出了基于 AL 分布的 AL-VaR (AL-CVaR) 参数法和蒙特卡洛模拟法, 简称 AL-MC 法。首先, 在分析 VaR、CVaR 模型和 AL 分布理论基础, 讨论了 AL 分布的风险值 VaR 和 CVaR 度量模型及风险值的返回检验; 其次, 结合我国股市及美国和日本股市的市场风险特征, 给出了 AL 分布拟合检验及风险度量实证分析; 最后, 给出了市场风险 VaR 和

收稿日期: 2010-12-14; 修订日期: 2012-07-13

作者简介: 杜红军 (1982-), 男 (汉族), 河南固始人, 湖北大学商学院, 讲师, 博士, 研究方向: 金融工程与风险管理。

CVaR 值及其返回检验和准确性评价,得出结论。

2 理论模型

2.1 VaR 和 CVaR 模型

我们假设某金融资产或组合期初价值为 V_0 , 期末价值 V 为一随机变量, 具有连续分布, 一般有两种方法来刻画其价值变化量, 下面分别给予说明:

(1) 若令 $Y = V - V_0$, 则 Y 表示回报或收益, 称其为损益变量 ($Y > 0$ 表示盈利, $Y < 0$ 表示亏损)。则 VaR 和 CVaR 的数学定义可表示如下:

$$P(Y \leq -VaR_\alpha(Y)) = 1 - \alpha \tag{1}$$

$$CVaR_\alpha(Y) = -E[Y | Y < -VaR_\alpha(Y)] \tag{2}$$

那么, 在置信水平 α (通常取 95% 至 99.9% 不等) 下, 某金融资产或组合最大可能亏损 $-VaR_\alpha(Y)$ 是损益变量 Y 的 $1 - \alpha$ 下侧分位数; 相应的 CVaR 代表超额平均损失。

(2) 若令 $Y = V_0 - V$, 则 Y 常称为损失变量 ($Y > 0$ 表示亏损, $Y < 0$ 表示盈利)。则 VaR 和 CVaR 的数学定义为:

$$P(Y \geq VaR_\alpha(Y)) = 1 - \alpha \tag{3}$$

$$CVaR_\alpha(Y) = E[Y | Y > VaR_\alpha(Y)] \tag{4}$$

那么, 此时 $VaR_\alpha(Y)$ 是损失变量 Y 的 $1 - \alpha$ 上侧分位数。

本文我们采用(1)的分析方法, 讨论某金融资产或组合的 VaR 和 CVaR 度量。

2.2 AL 分布理论

Kotz 等^[16,20]关于 AL 分布族的阐述和研究, 备受大家的欢迎和接受, 在工程、经济、金融等方面得到广泛应用。下面我们归纳推导给出 AL 分布的一般定义和性质。

(1) 定义

若对参数 $-\infty < \theta < +\infty, \tau > 0, \kappa > 0$, 随机变量 Y 的密度函数为:

$$f(y) = \frac{\kappa\sqrt{2}}{\tau(1+\kappa^2)} \begin{cases} \exp(-\frac{\kappa\sqrt{2}}{\tau} |y-\theta|), & y \geq \theta \\ \exp(-\frac{\sqrt{2}}{\kappa\tau} |y-\theta|), & y < \theta \end{cases}$$

则称 Y 服从位置参数 θ , 尺度参数 τ 和偏度参数 κ 的非对称拉普拉斯 (Asymmetric Laplace) 分布, 记为 $Y \sim AL(\theta, \kappa, \tau)$ 。

由此易得随机变量 Y 的众数是 θ ; 期望均值 $EY = \mu = \theta + \tau(\kappa^{-1} - \kappa)/\sqrt{2}$; 方差 $E(Y - EY)^2 = \sigma^2 = (\mu - \theta)^2 + \tau^2$ 。

我们还可推知其特征函数为 $\psi(t) = e^{i\theta} [1 + \frac{\tau^2 t^2}{2} - i(\mu - \theta)t]^{-1}, t \in R$ 故也常定义具有此特征函数 $\psi(t)$ 的分布为 AL 分布, 也常简记为 $AL(\mu, \tau)$ 。此时参数 μ 同时刻画了定义 1 中参数 θ 和 κ 的意义, $\kappa = \sqrt{2}\tau / (\sqrt{(\mu - \theta)^2 + 2\tau^2} + \mu - \theta)$ 。

(2) 密度函数形态分析

由上述分布密度函数可知, 函数图形在位置参数 θ 处形成单峰; 对于偏度参数, 当 $0 < \kappa < 1$ 时, 称其右偏 (或右肥尾), 当 $\kappa = 1$ 时, 即为对称的 Laplace 分布, 当 $\kappa > 1$ 时, 称其左偏 (或左肥尾)。如图 1 给出的图形形态 ($\tau = \sqrt{2}$ 情形为例)。

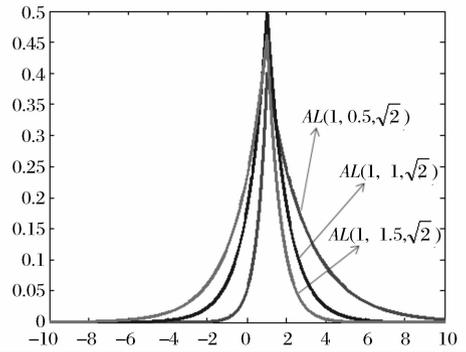


图 1 AL 密度图 ($\theta = 1, \kappa = 0.5, 1, 1.5, \tau = \sqrt{2}$)

(3) 参数估计

定理 1 设随机变量 Y 服从 $AL(\theta, \kappa, \tau)$ 分布, Y_1, Y_2, \dots, Y_n 是来自 $AL(\theta, \kappa, \tau)$ 分布的一简单样本, $Y_{(1)}, Y_{(2)}, \dots, Y_{(n)}$ 为样本的次序统计量, 简记:

$$\eta(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \theta)^+, \lambda(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \theta)^-,$$

$$h(\theta) = 2 \ln(\sqrt{\eta(\theta)} + \sqrt{\lambda(\theta)}) + \sqrt{\eta(\theta)} \sqrt{\lambda(\theta)}$$
 其中函数 $x^+ = \max(0, x), x^- = (-x)^+ = -\min(0, x)$ 。

则参数 θ, κ 和 τ 的极大似然估计分别为:

(1) 参数 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_{MLE} = Y_{(\gamma)}$ 。

其中 γ , 满足 $1 \leq \gamma \leq n$, 对于 $\forall j, j = 1, 2, \dots, n$, 有 $h(Y_{(\gamma)}) \leq h(Y_{(j)})$ 成立。

(2) 参数 κ 和 τ 的极大似然估计分别为:

$$\hat{\kappa}_{MLE} = \sqrt[4]{\lambda(\hat{\theta}_{MLE})} / \sqrt[4]{\eta(\hat{\theta}_{MLE})}$$

$$\hat{\tau}_{MLE} = \sqrt{2} \sqrt[4]{\eta(\hat{\theta}_{MLE})} \sqrt[4]{\lambda(\hat{\theta}_{MLE})} (\sqrt{\eta(\hat{\theta}_{MLE})} + \sqrt{\lambda(\hat{\theta}_{MLE})})$$

其中:

$$\eta(\hat{\theta}_{MLE}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\theta}_{MLE})^+$$

$$\lambda(\hat{\theta}_{MLE}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\theta}_{MLE})^-$$

证明略,可参考 Kotz 等^[20]。

3 AL-VaR 和 AL-CVaR 度量方法

为了准确地度量风险需要充分考虑资产价值的分布问题,本文提出用 AL 分布来描述金融资产回报存在的“尖峰肥尾性”和“不对称性”,进行风险度量分析,简称为 AL-VaR 或 AL-CVaR 法,包括 AL-VaR (AL-CVaR)参数法和非参数法。下面分别给予介绍。

3.1 AL-VaR 和 AL-CVaR 参数法

定理 2 设 Y 表示某金融资产或组合的损益,为一随机变量,服从 Asymmetric Laplace 分布 $AL(\theta, \kappa, \tau)$, 对给定置信水平 α (通常为 95% 至 99.9% 不等),则:

(1) VaR 和 CVaR 的理论值分别为:

$$VaR_{\alpha}(Y) = -\frac{\kappa\tau}{\sqrt{2}} \ln\left[\frac{(1-\alpha)(1+\kappa^2)}{\kappa^2}\right] + \theta \quad (5)$$

$$CVaR_{\alpha}(Y) = VaR_{\alpha}(Y) + \frac{\kappa\tau}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

(2) VaR 和 CVaR 的极大似然估计分别为:

$$\overline{VaR}_{\alpha}(Y) = -\frac{\hat{\kappa}_{MLE}\hat{\tau}_{MLE}}{\sqrt{2}} \ln\left[\frac{(1-\alpha)(1+\hat{\kappa}_{MLE}^2)}{\hat{\kappa}_{MLE}^2}\right] + \hat{\theta}_{MLE} \quad (7)$$

$$\overline{CVaR}_{\alpha}(Y) = \overline{VaR}_{\alpha}(Y) + \frac{\hat{\kappa}_{MLE}\hat{\tau}_{MLE}}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

证明:由上面公式(1)可得: $VaR_{\alpha}(Y) = -F_Y^{-1}(1-\alpha)$, 其中 $F_Y^{-1}(1-\alpha) = \inf\{y: F_Y(y) \geq 1-\alpha\}$, F 为 AL 分布函数。首先,对 Y 进行标准化处理: $X = \frac{Y-\theta}{\tau}$, X 服从标准化的 Asymmetric Laplace 分布 $AL(0, \kappa, 1)$, 我们易推得 X 的分布函数 $F_X(x)$ 及其反函数 $F_X^{-1}(\alpha)$ 为:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{1+\kappa^2} \exp(-\sqrt{2}\kappa x), & x \geq 0 \\ \frac{\kappa^2}{1+\kappa^2} \exp\left(\frac{\sqrt{2}}{\kappa}x\right), & x < 0 \end{cases}$$

$$F_X^{-1}(\alpha) =$$

$$\begin{cases} \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \ln\left[\frac{\alpha(1+\kappa^2)}{\kappa^2}\right], & 0 < \alpha < \frac{\kappa^2}{1+\kappa^2} \\ -\frac{\ln[(1-\alpha)(1+\kappa^2)]}{\sqrt{2}\kappa}, & \frac{\kappa^2}{1+\kappa^2} \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

由于对给定置信水平 α (通常为 95% 至 99.9% 不等),超额损失率 $(1-\alpha)$ 一般较小,此时我们关注

的是 X 损益分布的左侧,风险值 $VaR_{\alpha}(X) = -F_X^{-1}(1-\alpha)$, 即:

$$VaR_{\alpha}(X) = -\frac{\kappa}{\sqrt{2}} \ln\left[\frac{(1-\alpha)(1+\kappa^2)}{\kappa^2}\right]$$

则标准化的损益 X 的条件风险值为:

$$\begin{aligned} CVaR_{\alpha}(X) &= -E[X | X < -VaR_{\alpha}(X)] \\ &= -\frac{1}{1-\alpha} \int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}(X)} \frac{\sqrt{2}\kappa}{1+\kappa^2} x \exp\left(\frac{\sqrt{2}x}{\kappa}\right) dx \\ &= \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \left(1 - \ln\left(\frac{(1-\alpha)(1+\kappa^2)}{\kappa^2}\right)\right) \\ &= VaR_{\alpha}(X) + \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

进而,由 VaR 和 CVaR 的平移性和正齐次性,可得出某资产或组合损益 Y 的 VaR 和 CVaR 的理论值如公式(5)和(6)所示;由定理 1 已给出的参数估计,易得知风险值 VaR 和 CVaR 的极大似然估计如公式(7)和(8)所示。即得证。

3.2 AL-VaR (AL-CVaR)非参数法

本文提出一种基于 AL 分布的蒙特卡洛模拟方法——AL-MC 法。与其它蒙特卡洛模拟方法类似,需要产生服从假设分布的随机数。首先,假设市场因子服从 AL 分布,参数估计可由历史数据获得;其次,利用 matlab 软件编程,产生 N 个服从 AL 分布的随机数,然后确定相应未来可能的资产价值,得到资产变化的 N 个模拟值;最后对模拟值进行排序或概率分布等分析,得到相应的 VaR 和 CVaR 值。

VaR 和 CVaR 的确定,依赖于假设分布与给定的置信水平等因素,对于风险度量模型而言,无论高估还是低估了金融风险,都不利于风险管理的实施。为此,第 4 节将给出风险准确性的评价方法——风险值的返回检验。

4 返回检验方法

对 VaR 的检验,就是要检验确定 VaR 时所给定的置信水平与实际情况是否相符,进而决定所提出的 VaR 模型是否可以用于实际的金融风险管理。风险值的返回检验为 VaR 模型的使用者提供了全面检验模型与实际情况是否相符的一种工具。

Kupiec^[21]给出了一种失败率检验法,即考察实际损失超过 VaR 值的概率。对置信水平 α , 失败的期望概率 $p^* = 1-\alpha$, 实际考察天数为 T , 失败天数为 N , 则失败率为 $p = N/T$, 这样准确性的检验就转化为失败率是否不同于 p^* 。

零假设为 $p = p^*$, 最合适的检验是似然比检

验,统计量为 LR 。

$$LR = 2\ln \frac{(1 - N/T)^{T-N} (N/T)^N}{(1 - p^*)^{T-N} p^{*N}} \sim \chi^2(1)$$

例如,如 $\alpha = 95\%$,则若 $LR > 3.8415$,拒绝本模型方法。

对 CVaR 的检验,我们是依据 CVaR 的定义进行的。CVaR 是指在一定的置信水平下,损失超过 VaR 的尾部事件的期望值,它反映了损失超过 VaR 阈值时可能遭受的平均损失的大小。在此,我们将对尾部风险进行定量研究,即把 VaR 估计失效时的实际损失的平均值与我们所估计的对应时段上的 CVaR 进行比较性分析。

5 实证分析

5.1 数据的选取及其特征

为充分说明分布模型的适用性,在此分别选取上证指数(S.H.I)、日本的日经 225 指数(Nikkei225)和美国标准普尔 500 指数(S&P500)为研究对象,视其为某金融资产或组合的价值数据,对各国股市的风险进行分析。样本区间为从 2005.01.04 到 2009.12.31,采用对数收益率描述, $R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, $t = 1, 2, \dots, n$, 相应地样本容量分别为 1214、1229 和 1258。

对样本区内的样本值进行分析,表 1 统计量的结果表明,三个收益率序列的峰度都比较大,即指数损益分布的尾部比正态分布的尾部更厚,意味着市场异常波动时有发生;偏度均为负值说明长期看来两市场损益分布左侧的波动要大于右侧,具有不对称性,正态分布不能有效地刻画这些现象。由平稳性 ADF 检验结果可知, $H=1$, $P=1.0e-03$ 远远小于 0.05,说明均拒绝单位根过程假设,接受平稳序列的假设。同时,也对它们进行正态 J-B 检验,结果均显示 $H=1$,拒绝正态分布的假设。由分析可知,金融时间序列通常具有一些明显的特征,常用的正态分布假设不能真实地反映现实的波动状况,下面将给出 AL 分布的检验。

表 1 收益率序列相关统计量及平稳性检验结果

收益率	均值	方差	偏度	峰度	ADF-test
S.H.I	0.0008	0.0004	-0.3416	5.4013	1 (1.0e-3)
Nikkei225	-0.0001	0.0003	-0.4447	11.7628	1 (1.0e-3)
S&P500	-0.0001	0.0002	-0.2388	13.0939	1 (1.0e-3)

注:ADF 检验列内为检验返回 H 值和 P 值。

5.2 AL 分布的拟合检验

据第 2 部分的理论分析,可计算得出各市场指数的 AL 分布参数的极大似然估计如表 2 所示。由此我们假设各收益率序列服从相应的 AL ($\hat{\theta}_{MLE}$, $\hat{\kappa}_{MLE}$, $\hat{\tau}_{MLE}$) 分布,其中各参数值如表 2 结果所示。

图 2 ~ 图 4 分布为上证指数、日经 225 及 S&P500 指数的附有相应的 AL 密度函数拟合的直方图,可知 AL 分布能很好地拟合金融数据样本的特征,如尖峰肥尾和不对称性。本文所假设的 AL 分布能很好地刻画所分析各国股市在样本期间的市场风险特征。

Kolmogorov-Smirnov(K-S)检验为常用的拟合优度型检验,可以检验样本数据是否服从指定的理论分布。从各市场指数收益率的 AL 分布 K-S 检验结果(见表 2)可以看出,都有 $H=0$,P 值也远大于 0.05,则在 5% 或 1% 显著水平下,各市场指数都接受样本数据服从 AL 分布的假设。

表 2 各 AL 分布的参数估计与分布检验

收益率	$\hat{\theta}_{MLE}$	$\hat{\kappa}_{MLE}$	$\hat{\tau}_{MLE}$	K-S test
S.H.I	0.0040	1.1185	0.0205	0(0.8024)
Nikkei225	0.0012	1.0544	0.0164	0(0.8246)
S&P500	0.0013	1.0744	0.0131	0(0.1359)

注:K-S 检验列内为检验返回 H 值和 P 值。

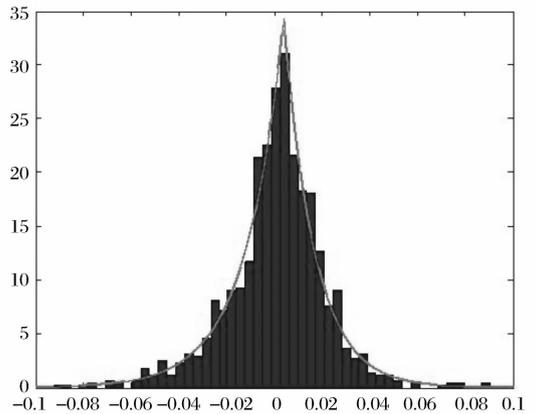


图 2 上证指数的 AL 密度函数拟合图

5.3 VaR 和 CVaR 的计算

本节基于 AL 分布,利用 AL-VaR/CVaR 参数法及 AL-MC 法给出实证计算。

(1) AL-VaR 和 AL-CVaR 参数法

采用第 3.1 节中 AL-VaR 和 AL-CVaR 模型,对样本序列进行分析建模,参数估计如表 2 所示, VaR 和 CVaR 的估计值如定理 2 所述。算得 VaR

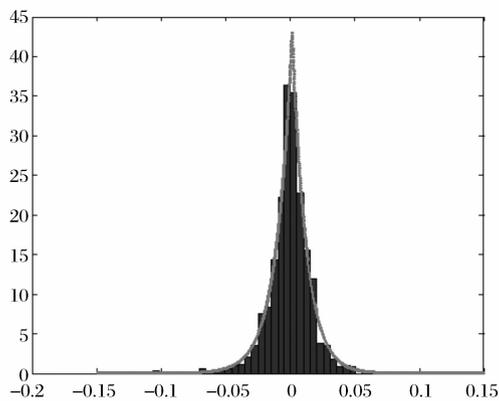


图3 日经225指数的AL密度函数拟合图

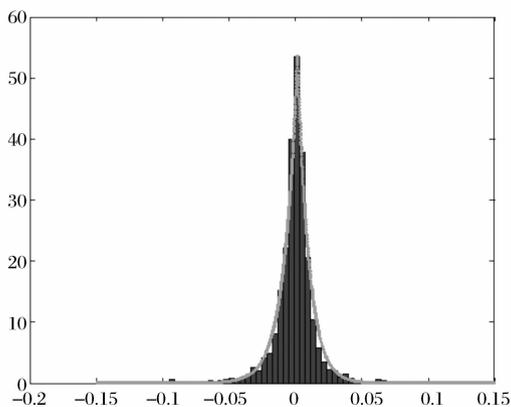


图4 S&P500指数的AL密度函数拟合图

和 CVaR 值如表 3 所示。

(2) AL-MC 方法

由第 5.2 节分析可知,由各市场指数所对应服从的 $AL(\hat{\theta}_{MLE}, \hat{\kappa}_{MLE}, \hat{\tau}_{MLE})$ 分布,在此利用 AL-MC 法,分别模拟生成 100000 个服从对应分布的随机数,经过排序等分析,计算得到相应的市场风险 VaR 和 CVaR 值,见表 3 所示。

(3) 计算结果和返回检验

给定置信水平 95%、97.5%、99%、99.5% 和 99.9%,表 3 给出了上证指数、Nikkei225 和 S&P500 指数的收益率服从 AL 分布和正态分布下 VaR 和 CVaR 值的计算结果,同时利用第 4 节的返回检验方法,给出了风险值返回检验情况(见表 3 中括号内数据所示)。

从计算结果来看,对三个市场的 VaR 和 CVaR 值的度量,由于 AL 分布很好地捕获了市场风险尖峰肥尾及不对称等特征,在各置信水平下,基于 AL 参数法的结果最大,一般稍大于 AL-MC 法的结果,但基于正态分布法的结果普遍较小,从下面的检验

结果可知其低估了风险。

从返回检验结果可知,①对于常用的正态分布,在低置信水平(95%和 97.5%)下,三个市场的 VaR 值估计中,检验统计量 LR 表示有接受也有拒绝;但在较高置信水平(99%、99.5%和 99.9%)下,对三个市场的 VaR 值的估计都没有通过检验;整体来看,常用正态分布的 N-VaR 模型法低估了市场风险 VaR。②AL-VaR 参数法,除了对上证指数在 95%和 97.5%置信水平下的 VaR 值检验没有通过,其它市场情况均表示接受此模型法。③AL-MC-VaR 法,除了 S&P500 指数在 99.5%和 99.9%置信水平下的 VaR 值检验没有通过,其它市场情况均接受此方法。

在各方法所估计的 VaR 值失效的交易日中,利用实际损失的平均值与其 CVaR 估计值的差值,来检验 CVaR 度量效果。从结果可知,N-CVaR 度量所得的差值一般较大,AL-CVaR 参数法和 AL-MC-CVaR 法的估计结果较为接近,与实际损失均值的差值也很小,能比较准确地估计了市场尾部风险。

由上面的分析可知,基于 AL 分布的方法能很好地用于市场风险度量,为进一步分析 AL 参数法和 AL-MC 法的有效性,评价各方法的优劣,在不同的置信水平下,对 VaR 准确性的评价利用其三个市场的实际失败率与期望失败率的平均误差平方和为评价指标,记为 ErrorVaR,其值越小,认为此模型方法越准确;对 CVaR 准确性评价利用三个市场的 VaR 失效时的实际损失的均值与其 CVaR 估计值的平均误差平方和为评价指标,记为 ErrorCVaR,其值越小,认为此模型方法越准确。表 3 给出了各置信水平下的 ErrorVaR 和 ErrorCVaR 的值,由比较分析可知:①在低置信水平(95%和 97.5%)下,AL-MC-VaR 法的 ErrorVaR 值最小,表现出最好的 VaR 风险度量能力;而在较高的置信水平(99%、99.5%和 99.9%)下,AL-VaR 参数法的 ErrorVaR 值最小,表现出最好的 VaR 风险度量能力。②ErrorCVaR 值显示出相似的结果,在 95%、97.5%和 99.5%置信水平下,AL-MC-CVaR 法的 ErrorCVaR 值最小,表现出最好的 CVaR 度量能力;而在 99%和 99.9%置信水平下,AL-CVaR 参数法的 ErrorCVaR 值最小,表现出最好的 CVaR 风险度量能力。

表 3 VaR 和 CVaR 值及其返回检验和准确性评价的结果

置信水平		95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%	
N-VaR	S. H. I	0.0328(1.1463)	0.0393(8.9713)	0.0468(15.2893)	0.0519(22.4542)	0.0624(24.6651)	
	Nikkei225	0.0288(2.3918)	0.0344(0.1688)	0.0408(8.8179)	0.0451(19.6513)	0.0541(33.2417)	
	S&P500	0.0250(1.3894)	0.0298(2.1982)	0.0354(8.2704)	0.0391(23.8696)	0.0469(52.0677)	
	ErrorVaR	0.6105e-004	0.8670e-004	1.1489e-004	1.4508e-004	0.8872e-004	
N-CVaR	S. H. I	0.0414[0.0069]	0.0470[0.0065]	0.0537[0.0069]	0.0583[0.0060]	0.0680[0.0064]	
	Nikkei225	0.0361[0.0111]	0.0410[0.0149]	0.0467[0.0157]	0.0507[0.0158]	0.0590[0.0188]	
	S&P500	0.0314[0.0104]	0.0355[0.0113]	0.0405[0.0159]	0.0439[0.0142]	0.0511[0.0128]	
	ErrorCVaR	0.9279e-004	1.3032e-004	1.8271e-004	1.6267e-004	1.8553e-004	
参 数 法	AL-VaR	S. H. I	0.0430(9.3000)	0.0542(7.1442)	0.0691(3.8544)	0.0803(1.9193)	0.1064(2.4292)
	Nikkei225	0.0300(3.4620)	0.0385(0.0177)	0.0497(1.0330)	0.0581(2.0411)	0.0778(3.9050)	
	S&P500	0.0249(1.3894)	0.0318(0.0098)	0.0409(4.7385)	0.0478(7.7134)	0.0638(6.3263)	
	ErrorVaR	1.7653e-004	0.4051e-004	0.2663e-004	0.2116e-004	0.0510e-004	
非 参 数 法	AL-CVaR	S. H. I	0.0592[-0.0028]	0.0704[-0.0035]	0.0853[-0.0055]	0.0965[-0.0101]	0.1226[NaN]
	Nikkei225	0.0422[0.0070]	0.0507[0.0071]	0.0619[0.0093]	0.0704[0.0116]	0.0900[0.0154]	
	S&P500	0.0349[0.0069]	0.0418[0.0090]	0.0509[0.0081]	0.0578[0.0072]	0.0738[0.0120]	
	ErrorCVaR	0.3454 e-004	0.4815 e-004	0.6142 e-004	0.9630 e-004	1.9058e-004 *	
非 参 数 法	AL-MC-VaR	S. H. I	0.0352(0.0907)	0.0463(0.0042)	0.0617(0.4054)	0.0731(0.2017)	0.0985(2.4292)
	Nikkei225	0.0273(0.5237)	0.0360(0.0535)	0.0474(2.3439)	0.0555(4.3805)	0.0750(3.9050)	
	S&P500	0.0223(0.6045)	0.0293(3.9100)	0.0382(6.0032)	0.0451(12.4765)	0.0603(12.5717)	
	ErrorVaR	0.1534 e-004	0.2858 e-004	0.3110 e-004	0.3203 e-004	0.0915 e-004	
非 参 数 法	AL-MC-CVaR	S. H. I	0.0515[-0.0019]	0.0629[-0.0032]	0.0777[-0.0033]	0.0886[-0.0069]	0.1120[NaN]
	Nikkei225	0.0398[0.0060]	0.0483[0.0082]	0.0595[0.0092]	0.0680[0.0098]	0.0881[0.0173]	
	S&P500	0.0322[0.0056]	0.0389[0.0067]	0.0477[0.0096]	0.0542[0.0087]	0.0691[0.0102]	
	ErrorCVaR	0.2388 e-004	0.4078 e-004	0.6282 e-004	0.7257 e-004	2.0166e-004 *	

注:圆括号内为 VaR 值返回检验的 LR 统计量值,方括号内为 VaR 失效时实际平均损失与 CVaR 值的差值;ErrorVaR 表示各置信水平下 VaR 失效率的平均误差平方和,ErrorCVaR 表示各置信水平下 CVaR 值与实际超额损失均值的平均误差平方和;NaN 表示该数据不存在;* 数据表示用存在的两个误差计算 ErrorCVaR。 $\chi^2(1)$ 分布在置信水平 95%、97.5%、99%、99.5% 和 99.9% 下的临界值为 3.8415、5.024、6.635、7.8794 和 10.8276。

6 结语

本研究用非对称拉普拉斯分布来刻画金融市场风险的有偏、尖峰和肥尾等特征,以此构建 AL-VaR (AL-CVaR) 参数模型法和蒙特卡洛模拟法—AL-MC 法来对金融市场风险 VaR 和 CVaR 进行分析,并给出了风险度量公式和风险值的准确性检验。就文中给出的三个股票市场而言,收益率序列常表现有偏、尖峰和肥尾等特征,并不服从正态分布。基于正态分布假设的风险度量模型存在一定的缺陷,非对称拉普拉斯分布能很好刻画这些市场风险特征,基于 AL 分布的风险度量模型无论是在较成熟美国股市或日本股市,还是在作为新兴市场的我国股市,在各置信水平 (95%、97.5%、99%、99.5% 和 99.9%) 下其风险值 VaR 和 CVaR 度量能力均表现较好,比基于正态分布模型法更具合理性和适用性。

同时为进一步评价 AL-VaR (AL-CVaR) 参数法和 AL-MC 法的有效性和优劣,在不同的置信水平下,对 VaR 准确性的评价利用其三个市场的实际失败率与期望失败率的平均误差平方和为评价指

标,其值越小,认为此方法度量 VaR 越准确;对 CVaR 准确性评价利用三个市场的 VaR 失效时的实际损失的均值与其 CVaR 估计值的平均误差平方和为评价指标,其值越小,认为此方法度量 CVaR 越准确。研究表明,在低置信水平 (95% 和 97.5%) 下,AL-MC-VaR 法表现出最好的 VaR 风险度量能力;而在较高的置信水平 (99%、99.5% 和 99.9%) 下,AL-VaR 参数法表现出最好的 VaR 风险度量能力。对 CVaR 值的评价显示出相似的结果,在 95%、97.5% 和 99.5% 置信水平下,AL-MC-CVaR 法表现出最好的 CVaR 度量能力;而在 99% 和 99.9% 置信水平下,AL-CVaR 参数法表现出最好的 CVaR 风险度量能力。本文填补了国内关于非对称拉普拉斯分布在金融风险管理方面应用研究的不足,也将对实际风险管理或投资决策分析提供一定的帮助。另外,作为一个较年轻的市场,我国股票市场取得了很大的发展,表现出与较成熟市场的相似特征,但也要看到随着金融市场的不断发展需要不断完善新形势下金融市场风险管理方法,不断提高风险管理能力。

参考文献:

- [1] Jorion P. Value at Risk[M]. 2nd ed. McGraw-Hill, 2001.
- [2] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, et al. Coherent measure of risk [J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203—228.
- [3] Rockfeller T, Urvasev S. Conditional value-at-risk for general loss distribution [J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1443—1471.
- [4] Nolan J P. Fitting date and assessing goodness-of-fit with stable distributions [D]. Washington: American University, 1999.
- [5] 朱国庆, 张维. 关于上海股市极值收益渐近分布的实证研究 [J]. 系统工程学报, 2000, 15(4): 338—343.
- [6] 詹原瑞, 田宏伟. 极值理论 (EVT) 在汇率受险价值 (VaR) 计算中的应用 [J]. 系统工程学报, 2000, 15(1): 44—53.
- [7] 陈守东, 俞世典. 基于 GARCH 模型的 VaR 方法对中国股市的分析 [J]. 吉林大学社会科学学报, 2002, 4: 11—17.
- [8] 田新时, 刘汉中, 李耀. 沪深股市一般误差分布 (GED) 下的 VaR 计算 [J]. 管理工程学报, 2003, 1: 25—28.
- [9] 朱海霞, 潘志斌. 基于 g-h 分布的投资组合 VaR 方法研究 [J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 7—12.
- [10] 肖智, 傅肖肖, 钟波. 基于 EVT-BM-FIGARCH 的动态 VaR 风险测度 [J]. 中国管理科学, 2008, 16(4): 18—23.
- [11] 林宇, 卫贵武, 魏宇, 等. 基于 Skew-t- FIAPARCH 的金融市场动态风险 VaR 测度研究 [J]. 中国管理科学, 2009, 17(6): 17—24.
- [12] 花拥军, 张宗益. 基于峰度法的 POT 模型对沪深股市极端风险的度量 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(5): 786—796.
- [13] 叶五一, 陈杰成, 缪柏其. 基于虚拟变量分位点回归模型的条件 VaR 估计以及杠杆效应分析 [J]. 中国管理科学, 2010, 18(4): 1—7.
- [14] Kozubowski T J, Podgorski K. Asymmetric Laplace distributions [J]. Math Sci, 2000, 25: 37—46.
- [15] Kozubowski T J, Podgorski K. Asymmetric Laplace laws and modeling financial data [J]. Math Comput Modelling, 2001, 34: 1003—1021.
- [16] Kotz S, Kozabowski T J, Podgorski K. The laplace distribution and generalizations: a revisit with applications to communications, economics, engineering, and finance [M]. Boston: Birkhauser, 2001.
- [17] Jayakumar K, Kuttykrishnan A P. A time-series model using asymmetric Laplace distribution [J]. Statist Probab Lett, 2007, 77: 1636—1640.
- [18] Trindade A A, Zhu Yun. Approximating the distributions of estimators of financial risk under an asymmetric Laplace law [J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2007, 51: 3433—3447.
- [19] 黄海. 风险管理中的建模与预测: 基于非对称 Laplace 分布的新方法 [D]. 北京: 中科院数学与系统科学研究院硕士毕业论文, 2003.
- [20] Kotz S, Kozabowski T J, Podgorski K. Maximum likelihood estimation of asymmetric Laplace parameters [J]. Ann Inst Statist Math, 2002, 54(2): 816—826.
- [21] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. Journal of Derivatives, 1995, 3(2): 73—84.

Financial Risk Measurement Based on Asymmetric Laplace Distribution

DU Hong-jun¹, WANG Zong-jun²

(1. School of Business, Hubei University, Wuhan 430062, China;

2. School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The actual distribution of asset returns possesses the characters of steep peaks, heavy tails and asymmetry, in this paper, asymmetric laplace distribution is used to fit the data of asset returns and described these features. Then, AL parametric method and AL-MC method are employed to measure VaR and CVaR. The Shanghai Composite Index, Nikkei225 Stock Index and S&P500 Index are selected in the calculation of VaR and CVaR considering actual stocks risk features. Also, the back testing and accuracy assessment of risk are given. The results show that the risk measurement model based on Asymmetric Laplace distribution is reasonable and applicable and can effectively estimated the market risk.

Key words: value at risk; conditional value at risk; asymmetric laplace distribution; risk management