

文章编号:1003-207(2013)02-0058-08

# 供应链库存商业信用协调的研究

李群霞, 王文彬, 张 群

(北京科技大学东凌经济管理学院, 北京 100083)

**摘要:** 本文研究由一个供应商和多个客户构成的以供应商主导的两级供应链, 建立了以平均库存成本为目标函数的供应链供需同步库存模型。为了保证合理的收益分配, 促进各成员加入供需合作的积极性, 在模型中引入了商业信用机制, 由供应商给予客户商业信用期而产生的机会成本(或利益)来平衡各成员间的利益。理论分析显示该模型存在最佳订货次数和最佳生产时间间隔, 使供应链的总平均库存成本最小。最后利用算例分析和敏感性分析验证了商业信用的有效性。

**关键词:** 供应链; 供需同步模型; 库存成本; 商业信用

**中图分类号:** F253      **文献标识码:** A

## 1 引言

作为供应链管理的重要组成部分, 库存管理直接关系到整个供应链的协同运作效率。供应链库存管理作为研究热点, 受到研究者极大的关注。Goyal<sup>[1]</sup>在只有一个供应商和一个客户组成的供应链中, 假设供应商和客户之间可通过契约方式来协调, 分析了联合经济订货批量模型。Hill<sup>[2]</sup>假设供应商对客户的需求和订货周期是可知的, 将供应商和客户的成本联合考虑用于后续的决策。Hoque和Goyal<sup>[3]</sup>在模型中, 假设提前期是可控的。Zhou和Wang<sup>[4]</sup>, 李群霞和张群<sup>[5-6]</sup>分析了缺货和缺陷品对库存成本的影响。Zahir和Sarker<sup>[7]</sup>在一对多(由一个供应商和多个客户构成)的供应链中, 研究了产品价格波动对客户需求机制的影响。Woo<sup>[8]</sup>在联合库存模型中对供应商购买和处理原材料行为进行了分析。Wang<sup>[9]</sup>引入了折扣机制, 供应商可以针对不同的客户进行不同程度的折扣。Wang和Wee<sup>[10]</sup>考虑了缺陷品一对多供应链库存模型的影响。为了节约运输成本, Sarmah等人<sup>[11]</sup>采用了一次性运输策略, 假设每次生产后, 供应商采用一次运输方法

同时将产品分发给所有客户。Siajadi<sup>[12]</sup>表明, 在一次生产时间间隔内采用多次运输策略要明显优于一次性运输策略。

本文在一对多(由一个供应商和多个客户构成)的供应链, 在每次生产时间间隔内允许客户多次订货。一旦客户下达了订货指令, 供应商会及时地将产品运送给客户, 对客户库存进行及时地补充, 以满足客户的需求。传统供需同步模型为了保证全局最优, 往往忽视某些成员的利益。一些成员在纳入到供应链后, 库存成本没有得到任何改善, 这种结果严重影响了成员加入供应链中的积极性。而另外一些成员在纳入到供应链后, 成为最大的利益方, 获得了更大的利益, 很明显这种模型的协同运作效率极其低下。为了对各成员利益进行合理的均衡和分配, 需要对供需同步模型作进一步的优化。Shinn和Hwang<sup>[13]</sup>在模型中对最佳的付费时间进行了分析。Moses和Seshadri<sup>[14]</sup>将信用这一因素用于供应链中。商业信用是企业之间在商业活动中产生的信用形式, 多数情况下表现为卖方以赊销方式为买方提供信用, 给予买方一定的商业信用期, 买方可以使用商业信用期延期付款清偿货款。商业信用作为一种激励方式, 已经广泛用于产品销售中, 客户可以在商业信用期内为自己赢得了部分机会利益。本文将商业信用引入到供需同步模型中, 客户利用商业信用期衍生的机会利益来缓解库存成本。在一对多的以供应商为主导的供应链中, 供应商支配着整个供应链运作, 供应商作为利益的最大方, 可以通过商业信用对其收益进行合理地分配。总之商业信用期衍生

**收稿日期:** 2010-09-20; **修订日期:** 2012-12-11

**基金项目:** 国家自然科学基金重点项目(71231001); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(FRF-TP-12-121A, FRF-SD-12-020A)

**作者简介:** 李群霞(1977-), 女(汉族), 河北邢台人, 北京科技大学东凌经济管理学院管理科学与工程系, 副教授, 博士, 研究方向: 供应链管理、应用经济统计。

出的机会成本(或机会利益)可以对各成员的库存成本进行合理地约束,起到很好的协调、平衡关系。改进后的模型的目标函数仍然建立在全局基础上,因此优化结果仍然是全局最优的。

## 2 一对多两级供应链库存管理模型描述

本文考虑了由一个供应商和多个客户构成的以供应商主导的两级供应链。供应商生产某种产品,并将生产出来的产品销售给客户,而客户定期地向供应商订货,并以一定的需求率消耗产品。具体涉及的参数定义如下。

$A_i$ :第*i*个客户的每次订货费用(包括运输成本), $i = 1, \dots, n$ ;

$h_i$ :第*i*个客户的单位持有成本, $i = 1, \dots, n$ ;

$o_i$ :第*i*个客户的由商业信用协调产生的单位机会成本, $i = 1, \dots, n$ ;

$d_i$ :第*i*个客户的需求率, $i = 1, \dots, n$ ,且为常数;

$\rho_i$ :第*i*个客户的商业信用期系数, $i = 1, \dots, n$ ;

$T_i$ :第*i*个客户的订货时间间隔, $i = 1, \dots, n$ ;

$M_i$ :在订货时间间隔内,第*i*个客户的商业信用期,且 $M_i = \rho_i T_i, 0 \leq \rho_i \leq 1, i = 1, \dots, n$ ;

$m_i$ : $T_v$ 时间内第*i*个客户的订货次数, $i = 1, \dots, n$ ,且 $m_i = T_v/T_i$ 为正整数;

$Q_i$ :第*i*个客户的每次订货量, $i = 1, \dots, n$ ;

$C_i$ :第*i*个客户的平均库存成本, $i = 1, \dots, n$ ;

$A_v$ :供应商的每次生产准备成本;

$h_v$ :供应商的单位持有成本;

$o_v$ :供应商的由商业信用协调产生的单位机会成本;

$P$ :供应商的生产率,为常数;

$T_v$ :供应商的生产时间间隔;

$T_p$ :在生产时间间隔 $T_v$ 内,供应商的产品生产时间;

$Q_v$ : $T_v$ 时间内供应商的总生产量,有 $Q_v =$

$$\sum_{i=1}^n m_i Q_i > 0;$$

$k$ :供应商的生产率与所有客户的需求率之和之比, $k = P/D = P/\sum_{i=1}^n d_i \geq 1$ ;

$C_v$ :供应商的平均库存成本;

$C$ :供应链的总平均库存成本。

图1给出了由一个供应商和3个客户构成的两级供应链系统。客户1、客户2和客户3的起始库

存水平分别为 $Q_1$ 、 $Q_2$ 和 $Q_3$ ,他们分别以不同的需求率 $d_i, i = 1, 2, 3$ 消耗着库存产品。当时间到达 $T_1$ 时,客户1的库存水平首先变为0,由于客户1及时地向供应商订货,因此库存得到了及时的补充。当时间到达 $T_2$ 时,客户2的库存水平降为0,同样客户2及时地订货,库存也迅速地得到了补充。当时间到达 $T_3$ 时,客户3的库存水平也降为0,同样因为订货,库存水平得到恢复。刚开始,供应商以生产率 $P$ 进行生产,库存产品不断地增加,通过各个客户的订货及时地削减库存。当时间到达 $T_v$ 时,供应商库存水平正好降为0。

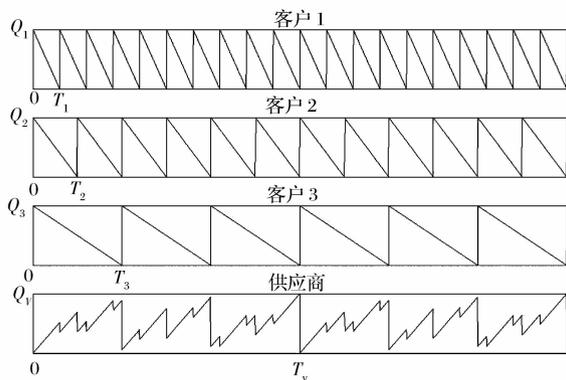


图1 供应链中各个成员的库存水平变化情况

## 3 商业信用约束下的供需库存模型

为了让客户积极地加入到供应链中,本文引入了商业信用激励机制,供应商提供给客户一定的信用期,允许客户进行延期付款方式来偿清货款,客户利用这种方式为自己赢得了部分机会利益。供应商也可以通过商业信用方式对其收益进行合理地分配。

客户的平均库存成本包括:

(1)平均订货成本:

客户每次订货费用为 $A_i$ ,每次订货可满足客户 $T_i$ 时间内的需求,因此平均订货成本 $= \frac{A_i}{T_i}$ ,因 $m_i = T_v/T_i$ ,则平均订货成本可改为 $= \frac{m_i A_i}{T_v}$ 。

(2)平均库存持有成本:

客户的单位持有成本为 $h_i$ ,每次订货量为 $Q_i$ ,因此每次订货时间间隔 $T_i$ 内的库存持有成本为 $= h_i \frac{Q_i}{2} T_i$ ,因客户在每个订货时间间隔内以线性需求率 $d_i$ 消耗着货物,则 $Q_i = d_i T_i$ ,因此 $T_i$ 内的库存持有成本可改为 $= h_i \frac{d_i T_i}{2} T_i$ 。由于客户在供

应商的一次生产时间间隔  $T_v$  内共订货  $m_i$  次, 因此客户的总库存持有成本为  $= m_i \left( h_i \frac{d_i T_i}{2} T_i \right)$ , 其平

均库存持有成本可表示为  $= \frac{m_i \left( h_i \frac{d_i T_i}{2} T_i \right)}{T_v} =$

$$\frac{m_i h_i d_i T_i^2}{2 T_v} = \frac{h_i d_i T_v}{2 m_i} .$$

(3) 平均机会成本:

在每个订货时间间隔内, 供应商给予客户了  $M_i$  信用期, 可知客户在信用期内货物需求量为  $d_i M_i$ , 因此客户赢得的机会收益为  $o_i d_i M_i$ , 即机会成本为  $-o_i d_i M_i$ . 在一次生产时间间隔  $T_v$  内, 客户共订货  $m_i$  次, 则总机会成本  $= -m_i o_i d_i M_i$ , 因  $M_i = \rho_i T_i, 0 \leq \rho_i \leq 1$ , 则总机会成本为  $= -m_i o_i d_i \rho_i T_i = -o_i d_i \rho_i T_v$ .

综上所述, 客户的总平均库存成本为

$$C_i = \frac{m_i A_i}{T_v} + \frac{h_i d_i T_v}{2 m_i} - o_i d_i \rho_i T_v \quad (1)$$

供应商的平均库存成本包含:

(1) 平均生产准备成本:

供应商每次生产准备成本为  $A_v$ , 一次生产时间间隔为  $T_v$ , 因此平均生产准备成本  $= \frac{A_v}{T_v}$ .

(2) 平均库存持有成本:

如图 1 所示,  $T_v$  时间内, 客户总需求率为  $D = \sum_{i=1}^n d_i$ , 由于需求是线性的, 总需求的产品为  $DT_v = T_v \sum_{i=1}^n d_i$ . 供应商需要生产同等数量的货物才能满足客户的需求. 供应商必须以  $P \geq D$  生产率生产, 才能在  $T_p \leq T_v$  内完成生产任务. 供应商从  $T_p$  到  $T_v$  末不再生产, 这个时候可以对设备做适当的维护和准备, 为下次生产做准备. 在  $T_v$  时间内, 每个客户以  $T_i, i = 1, \dots, n$  时间间隔向供应商订货, 供应商响应各客户的订货需求, 及时将库存产品运送给客户, 相应地, 供应商的库存得到削减, 当到达  $T_v$  末, 库存水平降为 0. 由此可确定供应商的平均库存持有成本为:

$$\frac{h_v}{T_v} \left\{ \frac{PT_p^2}{2} + PT_p(T_v - T_p) - \sum_{j=1}^{m_1-1} d_1 T_1 (T_v - jT_1) - \sum_{j=1}^{m_2-1} d_2 T_{b2} (T_v - jT_2) - \dots - \sum_{j=1}^{m_n-1} d_n T_n (T_v - jT_n) \right\}$$

$$\bar{C} = \sqrt{2 \left( \sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v \right) \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v}{2 m_i} d_i + \frac{h_v}{2} \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i \right]} \quad (5)$$

$$= \frac{h_v}{T_v} \left[ \frac{PT_p^2}{2} + PT_p(T_v - T_p) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i-1} d_i T_i (T_v - jT_i) \right] = \frac{h_v T_v}{2} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{m_i} + \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D \right]$$

(2) 平均机会成本:

供应商在每次订货时间间隔内为每个客户提供了  $M_i$  信用期, 每个客户以此获得了机会收益, 但是供应商也为此付出的代价, 在一次生产时间间隔内为每个客户付出了机会成本为  $m_i o_v d_i M_i$ , 因此供应商共付出的机会成本为  $\sum_{i=1}^n m_i o_v d_i M_i$ , 因  $M_i = \rho_i T_i, 0 \leq \rho_i \leq 1$ , 则改为  $\sum_{i=1}^n m_i o_v d_i \rho_i T_i = o_v T_v \sum_{i=1}^n \rho_i d_i$ .

综上所述, 供应商的总平均库存成本为:

$$C_v = \frac{A_v}{T_v} + \frac{h_v T_v}{2} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{m_i} + \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D \right] + o_v T_v \sum_{i=1}^n \rho_i d_i \quad (2)$$

根据式(1)和(2), 可得整个供应链的总平均库存成本:

$$C = \frac{1}{T_v} \left( \sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v \right) + T_v \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v}{2 m_i} d_i + \frac{h_v}{2} \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) \rho_i d_i \right] \quad (3)$$

为了得到最优解  $T_v^*$ , 可对上式求一阶导数, 并为 0, 即:

$$\frac{\partial C}{\partial T_v} = -\frac{1}{T_v^2} \left( \sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v \right) + \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v}{2 m_i} d_i + \frac{h_v}{2} \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) \rho_i d_i \right] = 0$$

则最佳生产时间间隔  $\bar{T}_v$  为:

$$\bar{T}_v = \sqrt{\frac{2 \left( \sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v}{m_i} d_i + h_v \left( 1 - \frac{1}{k} \right) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i}} \quad (4)$$

对等式(3)求二阶导, 可得  $\frac{\partial^2 C}{\partial T_v^2} = 2 T_v^{-3} \left( \sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v \right) > 0$ , 说明等式(3)存在如下的最小平均库存成本:

继续对式(5)求二阶导, 整理后可得:

$$\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial m_i^2} = \sqrt{2}\lambda^{\frac{1}{2}} \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i^3} \left[ 1 - \frac{\frac{h_i + h_v d_i}{2m_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i} \right] \quad (6)$$

因  $\frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} < \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i}$ , 只须  $h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i > 0$ , 而且必须大于 0 (后文给出原因), 则  $\frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} < \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i$ , 则等式右侧大于 0, 从而  $\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial m_i^2} > 0$ . 这说明等式(5)会存在最佳订货次数  $m_i^*$ , 使等式(5)在该处存在最小值  $C^*$ . 对式(5)求一阶导, 并为 0, 即:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial m_i} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v)^{-\frac{1}{2}} A_i \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} d_i + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} (\sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v)^{\frac{1}{2}} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} d_i + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i \right]^{-\frac{1}{2}} \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i^2} d_i = 0 \quad (7)$$

整理后可得:

$$\frac{A_i}{\frac{h_i + h_v d_i}{2m_i^2} d_i} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v d_i}{2m_i} d_i + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D + \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i} \quad (8)$$

设:

$$\frac{A_i}{\frac{h_i + h_v d_i}{2m_i^2} d_i} = \lambda > 0 \quad (9)$$

将上式代入式(8)中, 可得:

$$\lambda = \frac{2A_v}{h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i} \quad (10)$$

可见  $\lambda$  与  $m_i$  是无关的. 另外必须满足  $h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i > 0$ ,  $\lambda$  值才有意义, 才能

保证式(5)存在最小库存成本值. 由式(9)和式(10)可知:

$$m_i^* = \sqrt{\frac{h_i + h_v}{h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i}} \cdot \frac{A_v}{A_i} d_i \quad (11)$$

将式(11)代入式(4), 可得最佳生产时间间隔  $T_v^*$  的最终表达式:

$$T_v^* = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\frac{2A_v}{h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i}} \quad (12)$$

将式(11)、(12)代入式(1)、(3), 最终可得客户及供应链的最小平均库存成本值:

$$\left\{ \begin{aligned} C_i^* &= \sqrt{\frac{h_i + h_v}{2} A_i d_i} + h_i \sqrt{\frac{A_i d_i}{2(h_i + h_v)}} \\ &- o_i d_i \rho_i \sqrt{\frac{2A_v}{h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i}} \\ C^* &= \sum_{i=1}^n \sqrt{A_i (h_i + h_v) d_i} \\ &+ \sqrt{A_v [h_v(1 - \frac{1}{k}) D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i]} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

从式(13)可知, 供应链的总平均库存成本  $C^*$  随  $\rho_i$  的增大而增大.

## 4 讨论

### 4.1 库存模型讨论

如果没有商业信用激励机制, 式(3)的最右边一项可删除, 模型变为传统供需同步库存模型. 进一步, 如果供应商和客户之间没有供需同步合作机制, 模型进一步变为分散决策库存模型. 下面将讨论这两种情况.

#### (1) 传统供需同步库存模型:

当  $o_v = o_i = 0, i = 1, \dots, n$  时, 客户、供应商、整个供应链的总平均库存成本由式(1)–(3)变为:

$$\left\{ \begin{aligned} C_i &= \frac{m_i A_i}{T_v} + \frac{h_i d_i T_v}{2m_i} \\ C_v &= \frac{A_v}{T_v} + \frac{h_v T_v}{2} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{m_i} + (1 - \frac{1}{k}) D \right] \\ C &= \frac{1}{T_v} (\sum_{i=1}^n A_i m_i + A_v) \\ &+ T_v \left[ \sum_{i=1}^n \frac{h_i + h_v}{2m_i} d_i + \frac{h_v}{2} (1 - \frac{1}{k}) D \right] \end{aligned} \right. \quad (14)$$

采用与第三节相同的方法,可解得最佳估计值为:

$$\begin{cases} m_i^* = \sqrt{\frac{h_i + h_v}{h_v(1 - \frac{1}{k})D} \cdot \frac{A_v}{A_i} d_i} \\ T_v^* = \sqrt{\frac{2A_v}{h_v(1 - \frac{1}{k})D}} \end{cases} \quad (15)$$

因此在传统供需同步库存模型下,客户及供应链的最小平均库存成本为:

$$\begin{cases} C_i^* = \sqrt{\frac{h_i + h_v}{2} A_i d_i} + h_i \sqrt{\frac{A_i d_i}{2(h_i + h_v)}} \\ C^* = \sum_{i=1}^n \sqrt{A_i(h_i + h_v)d_i} + \sqrt{A_v h_v(1 - \frac{1}{k})D} \end{cases} \quad (16)$$

从式(15)和(16)可知,必须满足  $h_v(1 - \frac{1}{k})D > 0$ , 因此  $P > D$ 。

(2)分散决策库存模型:

在分散决策原则下,各成员需要各自优化库存成本。当  $o_v = o_i = 0, i = 1, \dots, n$  时,式(1)、(2)分别为客户和供应商的库存模型。经过分析,可得客户的最小平均库存成本和最佳订货时间为:

$$\begin{cases} C_i^* = \sqrt{2A_i h_i d_i} \\ T_i^* = \sqrt{\frac{2A_i}{h_i d_i}} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (17)$$

而供应商库存模型(2)含有未知数  $T_v$  和  $m_i$ , 因此无法通过一个方程估计最佳生产时间间隔  $T_v^*$  和最佳订货次数  $m_i^*$ 。

4.2 商业信用条件讨论

在以供应商为主导的供应链中,为了保证全局最优,传统供需合作往往忽视了客户的利益。客户在纳入到供需合作后,库存成本没有得到改善,严重影响了加入供需合作的积极性。通过在供需合作中引入商业信用激励机制,可以降低客户的库存成本,从而大大提升客户加入供需合作的积极性。比较式(13)与(17)、式(16)与(17)的客户最小平均库存成本,可得商业信用激励机制引入的基本条件为

$$\begin{cases} a_i > b_i \\ c_i < b_i \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

其中:

$$\begin{cases} a_i = \sqrt{\frac{h_i + h_v}{2}} + h_i \sqrt{\frac{1}{2(h_i + h_v)}} \\ b_i = \sqrt{2h_i} \\ c_i = \sqrt{\frac{h_i + h_v}{2}} + h_i \sqrt{\frac{1}{2(h_i + h_v)}} \\ - o_i \rho_i \sqrt{\frac{2A_v d_i}{A_i[h_v(1 - \frac{1}{k})D + 2 \sum_{i=1}^n (o_v - o_i) d_i \rho_i]}} \end{cases} \quad (19)$$

5 算例

下面将验证商业信用的有效性。假设供应链由一个供应商和两个客户组成,其参数如下:

(1)客户(一次订货):  $A_1 = 150$  元/次,  $A_2 = 200$  元/次;  $d_1 = 15000$  件/年,  $d_2 = 10000$  件/年;  $h_1 = 15$  元/件/年,  $h_2 = 20$  元/件/年;  $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 0.1$ 。

(2)供应商(一次生产):  $A_v = 30000$  元/次;  $P = 40000$  件/年;  $h_v = 8$  元/件/年。

首先验证商业信用激励机制引入的基本条件。对于客户 1,根据式(19)可知,  $a_1 = 5.6028, b_1 = 5.4772, c_1 = 5.4240$ , 则满足商业信用激励机制引入的基本条件  $a_1 > b_1$  及  $c_1 < b_1$ 。即满足式(18)的条件。对于客户 2,  $a_2 = 6.4143, b_2 = 6.3246, c_2 = 6.2683$ , 同样满足商业信用激励机制引入的基本条件,即  $a_2 > b_2$  及  $c_2 < b_2$ 。

将上述数值代入式(11)、(12)、(2)和(13),可得各客户的最佳订货次数和供应商的最佳生产时间间隔、各成员及整个供应链的最小库存成本值。如表 1 所示,与传统供需同步模型相比,商业信用条件下的供需同步模型中客户库存成本得到了明显改善。而供应商由于提供了商业信用期给客户,导致库存成本有所增加。

为了更好地验证商业信用利益协调作用,分析各成员在传统供需同步条件下和分散决策条件下的库存成本。根据式(17)可知,  $C_1^* = 8215.8, T_1^* = 0.0365, C_2^* = 8944.3, T_2^* = 0.0447$ 。为了合理比较分散决策模型和传统供需同步模型,假设分散决策模型中供应商的生产时间间隔与传统供需同步模型中  $T_v^*$  相同,即为 0.8982,则可确定  $m_1^* = T_v^*/T_1^* = 25, m_2^* = T_v^*/T_2^* = 21$ ,根据式(2)和条件  $o_v = 0$ ,可得  $C_v^* = 70949$ ,综合所有成员的库存成本,可得  $C^* = 88109$ 。与分散决策模型相比,当客户加入供需同步后,虽然整个供应链库存成

本降低了 268(=88109-87841),客户的库存成本明显增加了,客户 1 和客户 2 分别增加了 220.8 和 142.2。供应商成为利益的最大方,成本降低了 631。可见在传统供需同步条件下,只有供应商获利了,而客户亏本了。毫无疑问,该模型起不到协调作用。因此客户并不愿意加入到供需合作中进行联合决策,或者客户即使加入到供应链后,考虑成本的增加,选择退出。商业信用约束模型更适合协调各成员间的利益关系,相比分散决策模型和传统供需同步模型,供应商利用商业信用期这一方式拿出部分利益让客户分享,最终供应链中所有成员均能获利。这表明商业信用对成员间利益起到很好的平衡效果。

## 6 敏感性分析

### 6.1 生产率与需求率之和之比(P/D)对成本的影响

下面分析供应商的生产率与客户的需求率之和之比(P/D)对各成员库存成本的影响。假设只有生产率 P 在变化,而其它参数值如上,均保持不变。

如图 2 所示,“FS”表示分散决策模型,“GX”表示传统供需同步模型,“XY”表示商业信用约束下的供需同步模型。当  $1.52 \leq P/D \leq 1.68$ , 客户的“FS”介于“GX”和“XY”之间,而供应商的“FS”在“GX”和“XY”之上。由于客户的需求率保持不变,根据式(17),客户的“FS”为一条水平线。相比“FS”,“GX”中供应商库存成本降低了,但是客户的成本反而增加了。经过商业信用约束后,供应商拿出部分利益用于补偿客户,使得客户的成本降低了,最终各成员均能获利。

### 6.2 商业信用期与订货时间间隔比(ρ)对成本的影响

对于客户,商业信用期越长越好,这样能提供给客户更多的机会利益。而对于供应商,恰好相反。因此需要选择合理的区间范围保证各成员在加入供应链后均能获利。下面分析商业信用期与订货时间间隔比(ρ)对各成员库存成本的影响。假设  $\rho = \rho_1 = \rho_2$ , 其它参数值如上,均保持不变。如图 3 所示,

表 1 最优解比较

优化	客户 1		客户 2		供应商		总体 C*
	$m_1^*$	$C_1^*$	$m_2^*$	$C_2^*$	$T_v^*$	$C_v^*$	
分散决策模型	25	8215.8	21	8944.3	0.8982	70949	88109
传统供需同步模型 ( $o_1 = o_2 = o_v = 0$ )	31	8436.6	24	9086.5	0.8982	70318	87841
商业信用约束( $o_1 = o_2 = 0.2$ , $o_v = 0.22$ ,单位:元/件/年)	31	8168.2	24	8907.8	0.8978	70810	87886

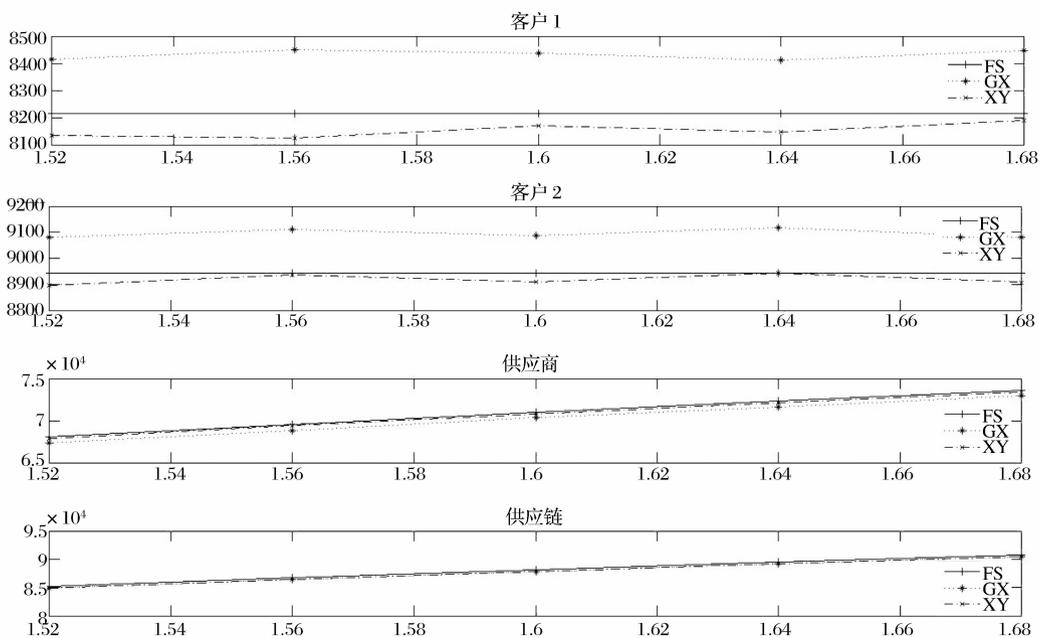


图 2 P/D 对成本的影响

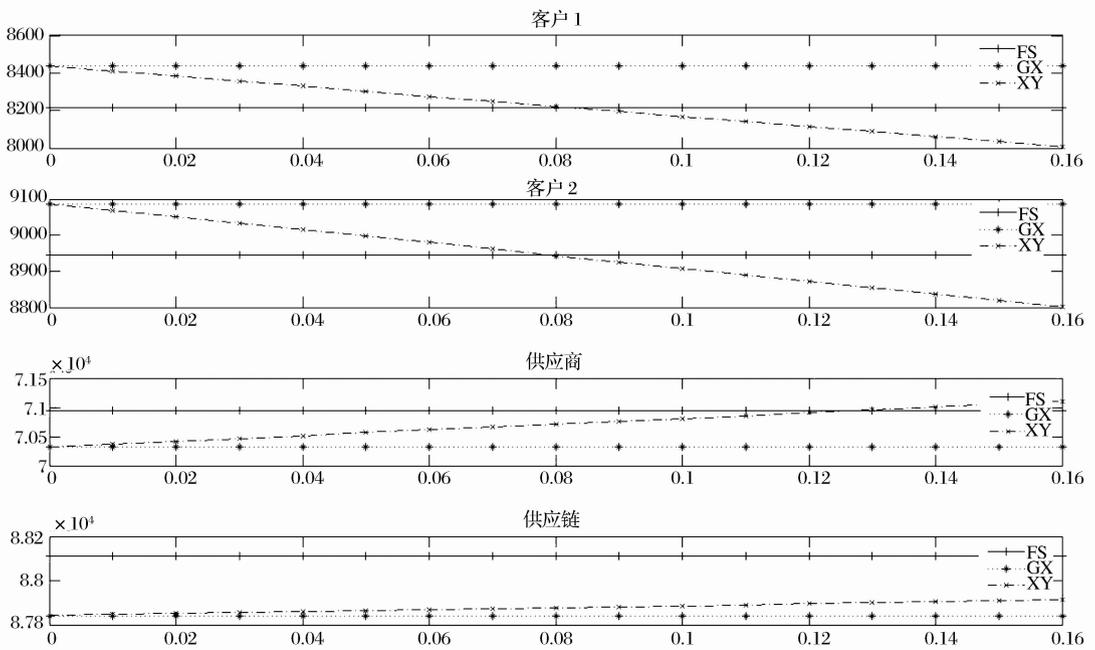


图 3  $\rho$  对成本的影响

“FS”表示分散决策模型，“GX”表示传统供需同步模型，“XY”表示商业信用约束下的供需同步模型。分散决策模型和传统供需同步模型不受参数  $\rho$  的影响，为水平线。首先分析  $\rho$  对客户成本的影响。当  $\rho = 0$  时，“XY”与“GX”相交，随  $\rho$  的上升，客户 1 和客户 2 的成本逐渐就降低，很明显客户在  $0 \leq \rho < 0.08$  没有获益，因为成本高于分散决策下的成本。当  $\rho = 0.08$  时，“XY”与“FS”相交。当  $\rho$  继续增大，客户开始获益，成本继续下降。对于供应商，与“FS”相比，“GX”因供应商加入供应链，成本大幅下降，供应商成为最大获益者。为了合理分配利益，供应商使用商业信用方式将部分利益分配给客户，以提高客户的积极性。如图 3 所示，当  $\rho = 0$  时，“XY”首先与“GX”相交，随  $\rho$  的上升，供应商尽管成本在逐渐增加，但是相对“FS”供应商仍然获利。当  $\rho = 0.13$  时，供应商的库存成本与“FS”的库存成本持平，当  $\rho > 0.13$  时，供应商亏本了。综上所述，当  $0.08 < \rho < 0.13$  时，客户和供应商均能获利。另外，“XY”相比“GX”，供应链的总成本  $C^*$  随着  $\rho$  值的增大而增大，与理论分析结果相同。

## 7 结语

传统供需同步库存模型为了确保全局最优，需要牺牲部分成员的利益，从而打击了成员加入供应链供需合作或者供需同步的积极性。为了解决这个问题，本文对由一个供应商及多个客户构成的以供

应商为主导的两级供应链进行了深入的研究，提出了利用商业信用的方法对供需同步模型的目标函数进行合理约束，以此平衡供应链中的各成员之间的利益，保证各成员均能获利。研究表明，采用商业信用约束的供需同步模型同样存在最佳的生产时间间隔和订货次数，保证整个供应链的平均库存成本最小。算例分析和敏感性分析结果表明商业信用对成员间利益具有很好的平衡和协调效果，选择合理的商业信用期，可以实现双赢结局。

## 参考文献：

- [1] Goyal S K. A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: a comment [J]. *Decision Science*, 1988, 19: 236-241.
- [2] Hill R M. The optimal production and shipment policy for the single-vendor single-buyer integrated production-inventory model [J]. *International Journal of Production Research*, 1999, 37: 2463-2475.
- [3] Hoque M, Goyal S K. A heuristic solution procedure for integrated inventory system under controllable lead-time with equal or unequal sized batch shipments between a vendor and a buyer [J]. *International Journal of Production Economics*, 2006, 102(2): 217-225.
- [4] Zhou Yongwu, Wang Shengdong. Optimal production and shipment models for a single-vendor-single-buyer integrated system [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 180(1): 309-328.

- [5] 李群霞, 张群, 等. 缺陷品可完全退货的库存控制模型的研究[J]. 中国管理科学, 2009, 17(6): 116—121.
- [6] 李群霞, 张群. 考虑缺货和缺陷品的模糊生产库存模型的优化求解[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(3): 480—488.
- [7] Zahir S, Sarker R. Joint economic ordering policies of multiple wholesalers and a single-manufacturer with price dependent demand functions [J]. Journal of Operational Research Society, 1991, 42: 157—164.
- [8] Woo Y Y, Hsu S L, Wu Soushan. An integrated inventory model for a single vendor and multiple buyers with ordering cost reduction [J]. International Journal of Production Economics, 2001, 73(3): 203—215.
- [9] Wang Qinan. Determination of Supplier's optimal quantity discount schedules with heterogeneous buyers[J]. Naval Research Logistics, 2002, 49(1): 46—59.
- [10] Wang P C, Wee H M. A single-vendor and multiple-buyers production-inventory policy for a deteriorating item[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 143: 570—581.
- [11] Sarmah S P, Acharya D, Goyal S K. Coordination of a single-manufacturer/multi-buyer supply chain with credit option[J]. International Journal of Production Economics, 2008, 111: 676—685.
- [12] Siajaji H, Ibrahim R N, Lochert P B. Joint economic lot size in distribution system with multiple shipment policy[J]. International Journal of Production Economics, 2006, 102: 302—316.
- [13] Shinn W S, Hwang H. Optimal pricing and ordering policies for retailers under order size dependent delay in payments[J]. Computers and Operations Research, 2003, 30(1): 35—50.
- [14] Moses M, Seshadri S. Policy mechanisms for supply chain co-ordination[J]. IIE Transactions, 2000, 32(3): 245—262.

### Coordinating A Supply Chain with Trade Credit Policy

LI Qun-xia, WANG Wen-bin, ZHANG Qun

(Dongling School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In the traditional vendor-centralized supply chain, the vendor controls the operation of the supply chain and thus easier access to more profits compared with the customers. The burden of some customers might increase once they join delivery and demand synchronization. In order to obtain win-win result, the coordination becomes greatly important. The trade credit, as one of important policies, has already been widely used in the supply chain management. It can be described as a trade credit period offered by the vendor, during which the customer does not need to pay any interests for the payment delay. Therefore the customer can make use of the trade credit period to gain additional opportunity profits. A vendor-centralized two-echelon supply chain consisting of a single vendor and multiple customers is studied in this paper. The opportunity profit or cost obtained from the trade credit period is used to coordinate every member. A framework of the delivery and demand synchronization in the supply chain with the trade credit policy is proposed and the formulations show the optimum solutions, i. e. the production interval and optimum order times, are existed. Without any restrictions, the studied model can be simplified as the tradition delivery and demand synchronization model and independent decision inventory model. Finally, the numerical examples are presented to compare three different kinds of models mentioned above and illustrate the effectiveness of the trade credit policy. In addition, the sensitivity analysis about the impact of the ratio of the production rate to whole demand rates and the radio of the trade credit period to the customer's order time interval on the cost are provided. In summary, the trade credit policy is very useful in coordinating the delivery and demand among the vendor and all customers. By designing suitable trade credit period, the coordination can has a win-win result.

**Key words:** supply chain; delivery and demand synchronization model; inventory cost; trade credit