

文章编号:1003-207(2013)01-0090-08

# 再制造闭环供应链最优差别定价模型

颜荣芳<sup>1</sup>, 程永宏<sup>2</sup>, 王彩霞<sup>1</sup>

(1. 西北师范大学数学与统计学院, 甘肃 兰州 730070;

2. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400044)

**摘要:**本文建立了再制造闭环供应链差别定价模型,在集中式决策和分散式决策条件下分别讨论了再制造闭环供应链的最优差别定价问题,得到了集中式决策和分散式决策的最优定价组合及其最大利润,并通过数值算例说明了废旧品回收价或补贴价的变化会对最优零售价、最优批发价产生的影响,最后就如何提高供应链的运行效率提出了建议和对策。

**关键词:**闭环供应链;再制造;替代效应;博弈论;差别定价策略;利润

**中图分类号:**F270.7 **文献标识码:**A

## 1 引言

随着社会的进步和科学技术的发展,人们的消费观念正在悄悄地发生着变化,个性化的消费倾向越来越普遍。个性化消费倾向对产品的差异性提出了越来越高的要求,也使产品的寿命周期越来越短。随之而来的是诸如家用电器、通讯设备和个人电脑等电器电子产品的大量废弃。。据有关部门统计,2009 年仅电视机、电冰箱、洗衣机、空调和电脑五大类家电报废总量就达九千万台,预计到 2010 年底这一总量将达到一亿三千万台。面对如此庞大的废旧品,如果不能及时有效地加以处理,就不可避免地造成环境的严重污染和资源的极大浪费。因此关于废旧品的回收和再利用近年来受到人们越来越多的关注。显然做好废旧品的回收和有效利用对于实现产业链上下游协调发展,促进资源综合利用,发展循环经济,建设资源节约型、环境友好型社会,都具有重要的现实意义。

如果把传统的生产—消费模式简单地表示为“资源—生产—消费—废弃”一个开环的话,那么增

加了废品回收再利用环节的生产—消费模式自然就成了“资源—生产—消费—回收—再生资源—再生生产”一个闭环。这就是所谓的闭环供应链(closed-Loop supply chains, CLSC)。由于闭环供应链在提高资源循环利用率、降低废弃物排放以及减少环境污染中所发挥的重要作用,关于闭环供应链的研究受到管理界和学术界的普遍重视,业已取得了一系列深刻的研究成果。有关闭环供应链的详细研究读者可参阅 Savaskan 等<sup>[1]</sup>, Kumar 和 Malegeant 等<sup>[2]</sup>, Fevrer 等<sup>[3]</sup>, Jr 等<sup>[4]</sup> 以及 Shi 等<sup>[5]</sup>。如今,闭环供应链已成为促进循环经济和低碳经济发展、实现绿色 GDP 的有效载体,也成为社会经济可持续发展的重要实现方式。

闭环供应链的运行包括废旧品回收、利用废旧品再制造以及再造品销售等三个基本环节。由于利用废旧品进行再制造完全属于技术的范畴,因此在闭环供应链的研究中通常主要考虑废旧品的回收和再造品(利用废旧品再制造的产品)的销售两个方面。显然,决定废旧品回收的要素除了公众的法律及环保意识就是废旧品的回收价格,决定再造品销售的关键除了再造品的质量还是再造品的价格。因此最优价格问题就成了闭环供应链研究的核心问题之一,也是最近十多年以来闭环供应链研究的热点问题。Klaussner 等<sup>[6]</sup>讨论了制造企业的最优回收成本与逆向物流的最优单位成本问题。Guide Jr 等<sup>[7]</sup>运用产品收购管理理念建立了成本收益静态优化模型,得到了最优回收价格和最优销售价格。顾巧论等<sup>[8]</sup>基于单一制造商和单一零售商构成的逆向

收稿日期:2010-11-19;修订日期:2012-06-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71061012);物流系统可靠性的理论与应用研究——以兰州物流中心为应用背景;甘肃省科技支撑计划项目(1104GKCA030);甘肃物流园区的绩效评价及空间布局优化研究

作者简介:颜荣芳(1964—),男(汉族),甘肃武山人,西北师范大学数学与统计学院,教授,博士,研究方向:应用概率统计、可靠性理论及金融数学。

供应链,运用博弈论对废旧产品回收的定价策略进行了研究。王发鸿和达庆利<sup>[9]</sup>对 Savaskan 等的模型进行了充分的改进,并研究了制造商对回收渠道的选择决策问题。Vorasayan 和 Ryan<sup>[10]</sup>研究了再造品的最优定价与回收数量之间的关系,并讨论了回收质量及成本的变化对最优定价策略的影响。王玉燕等<sup>[11]</sup>基于第三方回收模式建立了闭环供应链定价模型,并运用博弈论得到了系统最优定价策略。晏妮娜和黄小原<sup>[12]</sup>在价格敏感的随机需求与回收努力敏感的随机回收条件下,基于第三方逆向物流服务建立了供应商物料回收的多级闭环供应链模型。Liang 等<sup>[13]</sup>研究了制造商在利用回收废旧产品进行再制造过程中的最优定价决策。张建军等<sup>[14]</sup>分析了两阶段闭环供应链制造商和零售商在批发价、零售价以及各自的回收价决策问题的主从博弈过程,严格证明了 Stackelberg 均衡解在分散决策与集中决策两种模式下的存在性与唯一性,并给出了均衡解的具体形式。

闭环供应链一般提供两种类型的产品:一类是全部利用新材料制造的产品(简称新产品),另一类是全部利用废旧品或部分利用废旧品再制造的产品(简称再造品)。由于众所周知的原因,新产品和再造品之间不可避免的存在质量差异(也许这种差异并不是那么显而易见)。因此如果我们按质论价的话,那就应该对新产品和再造品采取差别定价。在以往关于闭环供应链最优定价的大多数研究中,出于问题简便的考虑,大多对新产品和再造品采取了无差别定价的策略,即新产品和再造品的销售价格完全相同。应该说这是有悖于市场经济规律的,也不能不说这是关于闭环供应链最优定价研究的一大遗憾。可以预见的是,在新产品和再造品差别定价策略下,闭环供应链最优定价问题必将成为未来研究的主流。令人欣慰的是,关于再制造闭环供应链差别定价策略和协调机制的研究已经引起了国内一些学者的关注,业已取得了初步的研究成果<sup>[14-17]</sup>。需要说明的是,在这一问题的研究中,大多是把废旧品回收成本作为外生变量分析新产品和再造品成本变化对最优价格的影响,进而确定最优定价。其实作为一个再制造闭环供应链,废旧品回收成本的变化无论对再造品的制造还是对产品价格的制定都会产生显著的影响,因此从本质上讲,废旧品的回收成本在再制造闭环供应链定价策略和协调机制的研究中是一个重要的内生变量。本文试图把废旧品回收价作为内生变量研究回收补贴价格对新产品和

再制品差别定价策略的影响,对于由一个制造商、一个零售商以及消费者构成的闭环供应链,在集中式决策条件下和分散式决策条件下,分别讨论有差别的最优批发价和最优零售价。

## 2 差别定价闭环供应链模型

现在我们开始考虑由一个制造商、一个零售商和消费者构成的再制造闭环供应链。制造商将生产的产品(新产品和再造品)批发给零售商,零售商再销售给消费者。当这些产品寿命终结成为废旧品的时候,零售商以一定的回收价从消费者手中回收,制造商再以回收补贴价从零售商手中全部回收,最后制造商利用回收的废旧品再制造产品(再造品),重新进入供应链流通。显然一个再制造闭环供应链包括正向交付和逆向回收两个过程,确保供应链两个过程的有效运行是闭环供应链的一个研究重要课题。

记新产品的单位生产成本和批发价分别为  $c_m$  和  $w_1$ ,再造品的单位生产成本和批发价分别为  $c_r$  和  $w_2$ ,零售商向消费者的废旧回收价为  $b$ ,制造商向零售商的回收补贴价为  $B$ 。出于研究问题的需要,我们进一步假设:

- (1)再造品的生产成本低于新产品的生产成本,即  $c_r < c_m$ ;
- (2)新产品的批发价和零售价高于再造品的相应价格,即  $w_1 > w_2, p_1 > p_2$ ;
- (3)在逆向回收和再制造过程中制造商和零售商都有利可图,因此  $b + c_r < B < c_m - c_r$ ,这里  $c_r$  为零售商在废旧品回收中除回收价  $b$  以外的平均单位回收成本;
- (4)消费者的废品供给函数为  $q = s + kb$ ,这里  $s$  为消费者自愿无偿提交的废旧品数量,  $k (> 0)$  为消费者的回收价格敏感系数;
- (5)制造商对废品的再制造率为  $\theta (0 < \theta \leq 1)$ ;
- (6)对消费者而言,新产品和再造品互为完全替代品,新产品对再造品的价格具有需求弹性,再造品对新产品的价格也具有需求弹性。

基于以上假设,闭环供应链新产品的市场需求量  $D_1$  和再造品的市场需求量  $D_2$  可以表示为:

$$D_1 = a - \alpha_1 p_1 + \beta p_2 \quad (1)$$

$$D_2 = \theta q - \alpha_2 p_2 + \beta p_1 \quad (2)$$

这里  $a$  和  $\theta q$  分别为新产品和再造品的市场容量,  $\alpha_1 (> 0)$  是新产品需求的价格弹性,  $\alpha_2 (> 0)$  是再造品需求的价格弹性,  $\beta (0 < \beta < \min\{\alpha_1, \alpha_2\})$  是交叉

价格敏感系数,反映新产品与再造品相互之间的替代效应, $\beta < \min\{\alpha_1, \alpha_2\}$ 表示新产品和再造品的零售价对其自身需求的影响大于交叉需求的影响。

$$\text{记 } E = \frac{\alpha_2 a}{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}, F = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}, M = \frac{\beta \alpha}{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}, N = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}$$

(2) 满足价格约束:

- (i)  $c_m \leq \omega_1 \leq p_1 \leq E + F\theta q$
- (ii)  $c_r \leq \omega_2 \leq p_2 \leq M + N\theta q$

记闭环供应链中制造商的利润和零售商的利润分别为  $\Pi_m$  和  $\Pi_r$ , 容易得到:

$$\Pi_m = (\omega_1 - c_m)D_1 + (\omega_2 - c_r - B)D_2 \quad (3)$$

$$\Pi_r = (p_1 - \omega_1)D_1 + (p_2 - \omega_2 + B - b - c_t)D_2 \quad (4)$$

如果把制造商和零售商视为同一供应链系统的两个成员,那么由(3)、(4)立即得到闭环供应链系统的总利润:

$$\Pi_c = (p_1 - c_m)D_1 + (p_2 - c_r - b - c_t)D_2 \quad (5)$$

### 3 集中式决策差别定价策略

所谓集中式决策,是指在供应链的正向交付和逆向回收过程中,由制造商和零售商共同协商联合决定批发价、零售价及废旧品回收价的定价决策模式。集中式决策强调企业间的协调合作、信息共享以及利润共赢,其目的是扩大市场需求,提高服务质量,最终实现闭环供应链总利润的最大化。集中式决策有利于形成制造商和零售商的战略联盟,有人甚至把它看成是一个理想状态的“超组织”。集中式决策条件下闭环供应链决策问题可以归为如下的最优化问题:

$$\max \Pi_c = (p_1 - c_m)(a - \alpha_1 p_1 + \beta p_2) + (p_2 - c_r - b - c_t)(\theta_s + \theta k b - \alpha_2 p_2 + \beta p_1) \quad (6)$$

为了讨论集中式决策条件下闭环供应链的最优差别定价策略,我们首先讨论  $\Pi_c$  的联合凹性,这就是下面的命题 1。

**命题 1**  $\Pi_c$  关于  $p_1$  和  $p_2$  是严格联合凹的,而关于  $p_1, p_2$  和  $b$  不是联合凹的。

证明:由(6),容易得到  $\Pi_c$  的 Hessian 矩阵

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_1 \partial b} \\ \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_2^2} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_2 \partial b} \\ \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial b \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial b \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial b^2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2\alpha_1 & 2\beta & -\beta \\ 2\beta & -2\alpha_2 & \theta k + \alpha_2 \\ -\beta & \theta k + \alpha_2 & -2\theta k \end{pmatrix}$$

$$\text{由: } \frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_1^2} = -2\alpha_1 < 0$$

$$\begin{vmatrix} -2\alpha_1 & 2\beta \\ 2\beta & -2\alpha_2 \end{vmatrix} = 4(\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2) > 0$$

立即得到  $\Pi_c$  关于  $p_1$  和  $p_2$  的严格联合凹性。另一方面,由于:

$$\frac{\partial^2 \Pi_c}{\partial p_2^2} = -2\alpha_2 < 0$$

$$\begin{vmatrix} -2\alpha_2 & \theta k + \alpha_2 \\ \theta k + \alpha_2 & -2\theta k \end{vmatrix} = -(\theta k - \alpha_2)^2 < 0$$

因此  $\Pi_c$  关于  $p_2$  和  $b$  是严格联合凹的,因此  $\Pi_c$  关于  $p_1, p_2$  和  $b$  不是联合凹的。

基于命题 1,下面的命题 2 给出了集中式决策条件下闭环供应链的最优差别定价策略以及闭环供应链的最大利润。

**命题 2** 在集中式决策条件下,对于任何给定的回收价格  $b$ ,闭环供应链存在利润最大的最优零售价格组合  $(p_1^*(b), p_2^*(b))$ ,其中  $p_1^*(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta s + F\theta k b + c_m)$ ,  $p_2^*(b) = \frac{1}{2}(M + N\theta s + N\theta k b + b + c_r + c_t)$ ,此时闭环供应链的最大利润

$$\begin{aligned} \Pi_c^* &= \frac{1}{4}(2N - \alpha_2 N^2 + \beta EN)\theta^2 q^2 + \\ &\frac{1}{4}(2\beta MF + \beta^2 EN - 3\alpha_1 EF + 4M - 2b - 2c_r - 2c_t)\theta q \\ &+ \frac{1}{4}\alpha_1 c_m^2 + \frac{1}{4}\alpha_2 (b^2 - c_r^2 - c_t^2) + \frac{1}{2}\alpha_2 (c_r c_t + c_r b + c_t b) \\ &- \frac{1}{2}\beta (c_r c_m + c_m b + c_m c_t) + \frac{1}{4}(2Ea + \alpha_2 M^2 - \alpha_1 E^2) \end{aligned} \quad (7)$$

证明:根据命题 1 可知对任意给定的回收价格  $b$ ,  $\Pi_c$  关于  $p_1, p_2$  有唯一最优解,由利润最大化的一阶条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_c}{\partial p_1} = -2\alpha_1 p_1 + 2\beta p_2 - \beta b + a + \alpha_1 c_m - \beta c_r - \beta c_t \\ = 0 \\ \frac{\partial \Pi_c}{\partial p_2} = 2\beta p_1 - 2\alpha_2 p_2 + (\theta k + \alpha_2)b + \theta s - \beta c_m + \alpha_2 \\ c_r + \alpha_2 c_t = 0 \end{cases}$$

立即得到:

$$\begin{cases} p_1^*(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta s + F\theta kb + c_m) \\ p_2^*(b) = \frac{1}{2}(M + N\theta s + N\theta kb + b + c_r + c_t) \end{cases} \quad (8)$$

显然(8)满足(i)和(ii),将(8)代入(6)化简就得到(7)。

注意到:

$$\frac{dp_1^*(b)}{db} = \frac{\beta k}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2)} > 0$$

$$\frac{dp_2^*(b)}{db} = \frac{\alpha_1 \theta k + \alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2)} > 0$$

及:

$$\frac{\beta k}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_2)} < \frac{\alpha_1 \theta k + \alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_2)}$$

因此我们有:

注 1:在集中式决策下,每当废旧品回收价格增加 1 个单位,新产品的零售价就增加  $\frac{\beta \theta k}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2)}$  个单位,再造品的零售价应就增加  $\frac{\alpha_1 \theta k + \alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}{2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_2)}$  个单位。

注 2:命题 2 说明,在集中式决策条件下,闭环供应链的最优零售价和最大利润不受回收补贴价格的影响。事实上,回收补贴价仅仅是闭环供应链系统内制造商与零售商之间现金流的转移,这种转移只是在于激励零售商努力回收废旧品,当然它会影响到供应链利润在制造商和零售商之间的分配,制造商的回收补贴价格越高,零售商的利润就越大。制造商希望自己所支付的回收补贴价格越低越好,但不能小于零售商向消费者所支付的单位回收价格与其单位回收运营成本之和。

### 4 分散式决策差别定价策略

所谓分散式决策,是指制造商和零售商分别以各自利润最大化为决策目标确定批发价、回收补贴价、零售价及废品回收价的决策模式。在分散式决策条件下,制造商从自身利润最大化出发确定产品的批发价以及废旧品的回收补贴价,零售商同样从自身利润最大化出发确定产品的零售价及废旧品的回收价。由于制造商在决定批发价格之前基本上就能顾及到了零售商的定价反应,因此可以将分散式决策条件下闭环供应链决策问题归结为如下的 Stackelberg 主从博弈模型:

$$\max_{w_1, w_2, B} \Pi_m = (w_1 - c_m)(a - \alpha_1 p_1 + \beta p_2) + (w_2 -$$

$$c_r - B)(\theta q - \alpha_2 p_2 + \beta p_1),$$

$$s. t. \begin{cases} p_1, p_2, b = \arg \max \Pi_r, \\ \max_{p_1, p_2, b} \Pi_r = (p_2 - w_2 + B - b - c_t)(\theta q - \alpha_2 p_2 + \beta p_1) + (p_1 - w_1)(a - \alpha_1 p_1 + \beta p_2) \end{cases}$$

下面我们将应用逆向归纳法讨论制造商和零售商的最优差别定价策略。

#### 4.1 分散式决策下零售商的差别定价策略

在制造商预先确定新产品和再造品批发价及废品回收补贴价的条件下,对于任何一个事先确定的废旧品回收价格水平  $b$ ,下面的命题给出了新产品和再造品的最优零售价。

**命题 3** 在分散式决策条件下,对于任何给定的回收价格  $b$ ,存在使零售商利润最大的最优零售价格组合  $(p_1^{**}(b), p_2^{**}(b))$ ,其中新产品最优零售价格  $p_1^{**}(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta q + w_1)$ ,再造品最优零售价格  $p_2^{**}(b) = \frac{1}{2}(M + F\theta q - B + b + w_2 + c_t)$ ,此时零售商的最大利润:

$$\begin{aligned} \Pi_r^{**} = & \frac{1}{2}(2N - \alpha_2 N^2 + \beta FN)\theta^2 q^2 + \frac{1}{2}(\beta MF - \\ & 2\alpha_2 MN + 2M + B - b + w_2 - c_t)\theta q + \frac{1}{4}\alpha_1 w_1^2 + \frac{1}{4}\alpha_2 \\ & (b^2 + w_2^2 + B^2 + c_t^2) + \frac{1}{2}\beta(w_1 B - w_1 w_2 - w_1 b - w_1 c_t) \\ & + \frac{1}{2}\alpha_2(w_2 c_t + c_t b + w_2 b - w_2 B - c_t B - Bb) + \frac{1}{4} \\ & (2Ea + \alpha_2 M^2 - \alpha_1 E^2) \end{aligned}$$

证明:容易验证  $\Pi_r$  关于  $p_1$  和  $p_2$  是严格联合凹的,但关于  $p_1, p_2$  和  $b$  不是联合凹的。于是对任意给定的回收价格水平  $b, \Pi_r$  关于  $p_1, p_2$  有最大值。由利润最大化的一阶条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_r}{\partial p_1} = -2\alpha_1 p_1 + 2\beta p_2 - \beta b + a + \alpha_1 w_1 - \beta w_2 + \\ \beta B - \beta c_t = 0, \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial p_2} = 2\beta p_1 - 2\alpha_2 p_2 + (\theta k + \alpha_2)b + s - \beta w_1 + \\ \alpha_2 w_2 - \alpha_2 B + \alpha_2 c_t = 0 \end{cases}$$

立即得到最优零售价格:

$$\begin{cases} p_1^{**}(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta q + w_1) \\ p_2^{**}(b) = \frac{1}{2}(M + N\theta q - B + b + w_2 + c_t) \end{cases} \quad (9)$$

显然(9)满足约束条件(i)和(ii), 将其代入  $\Pi_r$  直接得到零售商的最大利润  $\Pi_r^{**}$ 。显然:

$$\frac{dp_1^{**}(b)}{d\omega_1} = \frac{dp_2^{**}(b)}{d\omega_2} = \frac{1}{2} > 0$$

$$\frac{dp_2^{**}(b)}{dB} = -\frac{1}{2} < 0$$

及:

$$\frac{dp_1^{**}(b)}{dq} = \frac{\beta\theta}{2(\alpha_1\alpha_2 - \beta^2)} > 0$$

$$\frac{dp_2^{**}(b)}{dp} = \frac{\alpha_1\theta}{2(\alpha_1\alpha_2 - \beta^2)} > 0$$

因此我们有:

注3:在分散式决策条件下, 制造商每当新产品(再造品)批发价提高1个单位, 零售商为了实现自身利润的最大化就相应地把新产品(再造品)零售价提高  $\frac{1}{2}$  个单位。相反, 制造商每当新产品(再造品)批发价降低1个单位, 零售商为了实现自身利润最大化就相应地将新产品(再造品)零售价格降低  $\frac{1}{2}$  个单位, 这样在利于消费者的同时也增加了市场需求。

注4:在分散式决策条件下, 制造商每降低废旧品回收补贴价1个单位, 零售商为了实现自身利润的最大化就相应地将再造品零售价提高  $\frac{1}{2}$  单位。因此制造商在降低废旧品回收补贴价时必须谨慎之又慎, 因为废旧品回收补贴价的降低很容易转嫁到再造品的零售价格上, 而零售价的上涨直接影响零售利润进而影响进货需求。

注5:在分散式决策条件下, 可以将消费者的环保意识在短时期内视为不变, 因此零售商只能通过提高回收价格来增加废旧品的回收量。命题3表明:当回收量增加1个单位时, 为了确保零售商的赢利水平, 新产品的零售价就应提高  $\frac{\beta\theta}{2(\alpha_1\alpha_2 - \beta^2)}$  单位, 再造品的零售价就应提高  $\frac{\alpha_1\theta}{2(\alpha_1\alpha_2 - \beta^2)}$  单位。

#### 4.2 分散式决策下制造商的差别定价策略

制造商根据产品的生产成本和废旧品的回收补贴价格来确定新产品和再造品的批发价格以实现其利润最大化目标。

**命题4** 在分散式决策下, 对于任何给定的回收补贴价格  $B$ , 存在使制造商利润最大的最优批发价格组合  $(\omega_1^{**}(b), \omega_2^{**}(b))$ , 其中新产品的最优批发价  $\omega_1^{**}(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta q + c_m)$ , 再造品的最优批

发价  $\omega_2^{**}(b) = \frac{1}{2}(M + N\theta q + B - b - c_r + c_r)$ , 此时制造商的最大利润:

$$\begin{aligned} \Pi_m^{**} = & \frac{1}{8}(4N - 3\alpha_2 N^2 + 3\beta FN)\theta^2 q^2 + \frac{1}{4}(4M - \\ & 3\beta MF - 3\alpha_2 MN - b - c_r - c_r)\theta q + \frac{1}{8}\alpha_1 c_m^2 - \frac{1}{8}\alpha_2 (B^2 \\ & - b^2 - c_r^2 - c_r^2) - \frac{a}{4}cm - \frac{\beta}{4}(c_m b + c_m c_r + c_m c_r) + \frac{1}{2}\alpha_2 \\ & (c_r c_r + c_r b + c_r b) + \frac{1}{8}(4Ea + 3\alpha_2 M^2 - \alpha_1 E^2) \end{aligned}$$

证明:将  $p_1^{**}(b)$  和  $p_2^{**}(b)$  代入  $\Pi_m$  容易验证  $\Pi_m$  关于  $\omega_1$  和  $\omega_2$  是严格联合凹的, 但关于  $\omega_1, \omega_2$  和  $B$  不是联合凹的。因此, 对任意给定的回收补贴价格  $B, \Pi_m$  关于  $\omega_1, \omega_2$  有最大值。由利润最大化的一阶条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_m}{\partial \omega_1} = -\alpha_1 \omega_1 + \beta \omega_2 - \beta B + a + \frac{\alpha_1}{2}(c_m - E - F\theta q) + \\ \frac{\beta}{2}(N\theta q + M + b - c_r + c_r) = 0, \\ \frac{\partial \Pi_m}{\partial \omega_2} = \beta \omega_1 - \alpha_2 \omega_2 + \alpha_2 B + \theta q - \frac{\beta}{2}(c_m - E - F\theta q) - \\ \frac{\alpha_2}{2}(N\theta q + M + b - c_r + c_r) = 0, \end{cases}$$

立即得到:

$$\begin{cases} \omega_1^{**}(b) = \frac{1}{2}(E + F\theta q + c_m) \\ \omega_2^{**}(b) = \frac{1}{2}(M + N\theta q + B - b - c_r + c_r) \end{cases} \quad (10)$$

显然(10)满足约束条件(i)和(ii)。将其代入  $\Pi_m$  直接得到零售商的最大利润  $\Pi_m^{**}$ 。

注6:命题4说明, 在分散决策条件下, 制造商可以通过提高废旧品回收价格来激励零售商回收废旧品的积极性, 与此同时为了确保制造商自身利润的最大化, 每当回收补贴价提高1个单位时, 再造品的批发价就应相应地提高  $\frac{1}{2}$  单位。

通过对集中式决策下与分散式决策下产品零售价和利润的比较, 我们发现两个基本事实:

- (iii)  $p_1^*(b) < p_1^{**}(b), p_2^*(b) < p_2^{**}(b)$ ;
- (iv)  $\Pi_c^* > \Pi_m^{**} + \Pi_r^{**}$

上述事实表明, 分散式决策条件下新产品和再造品的最优零售价都相应高于集中式决策条件下新产品和再造品的最优零售价, 相对较高的零售价势必造成分散式决策条件下市场需求的下降, 最终造成分散式决策条件下供应链总利润的下降。由此可

以看到,只有生产商、零售商与消费者,特别是生产商与零售商统揽全局协调合作才能实现利益共享利润双赢。否则制造商和零售商都以彼此利润最大化为目标进行决策就不可避免地产生双重边际化问题,进而殃及消费者(零售价上涨)并造成供应链总利润的下降。真可谓和则两利,斗则俱损。

### 4 数值算例

考虑由一个制造商、一个零售商和消费者构成的再制造闭环供应链。设新产品的单位生产成本  $c_m = 50$  元,再造品的单位生产成本  $c_r = 50$  元,废品的再制造率  $\theta = 80\%$ ,零售商在废旧品回收中除回收价以外的平均单位回收成本  $c_t = 2$  元。进一步假设闭环供应链对新产品和再造品的市场需求函数分别为:

$$D_1 = 200 - 2p_1 + p_2$$

$$D_2 = 0.8q - 3p_2 + p_1$$

消费者的废品供给函数为:

$$q = 50 + 20b, b \in [0, 8]$$

这里  $b$  为废品的单位回收价。

在以上参数假设下,废旧品回收价格或补贴价格的变化会对最优零售价、最优批发价产生一定的影响。图 1 展示了集中式决策下废品回收价格对最优零售价的影响,图 2 和图 3 分别展示了分散式决策下废品回收价格对最优零售价和最优批发价的影响,图 4 和图 5 分别展示了集中式与分散式决策下新产品和再造品最优零售价格的比较,图 6 展示了分散式决策下废旧品回收价和补贴价对再造品最优零售价格的联合影响。

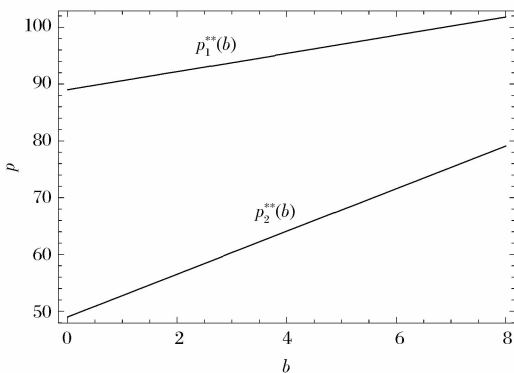


图 1 集中式决策下废品回收价格对最优零售价的影响

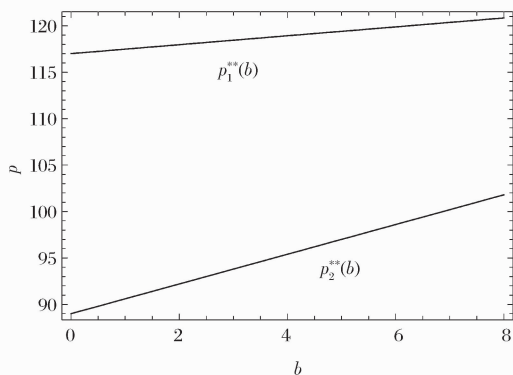


图 2 分散式决策下废品回收价格对最优零售价的影响

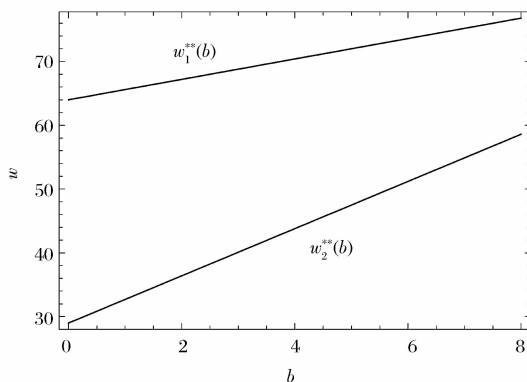


图 3 分散式决策下废品回收价格对最优批发价的影响

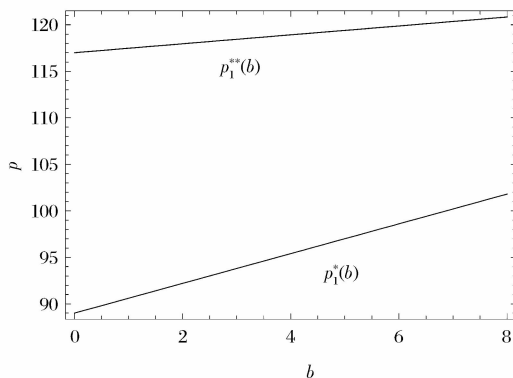


图 4 集中式与分散式决策下新产品最优零售价格的比较

### 5 结语

至此我们在集中式决策和分散式决策两种情形下讨论了再制造闭环供应链系统中新产品与再造品的差别定价策略,得到了最优定价策略组合及最大利润。分析了最优定价策略关于一些重要变量的敏感性,并对两种情形下的最优差别定价策略和最大

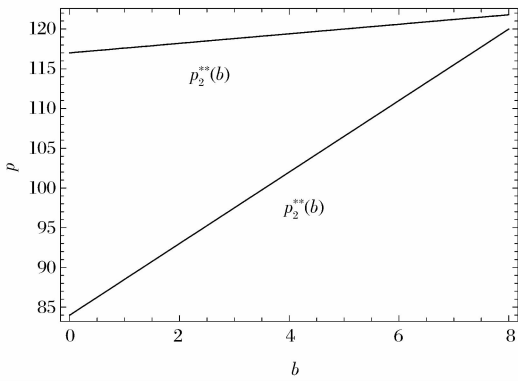


图 5 集中式与分散式决策下再造品最优零售价格的比较

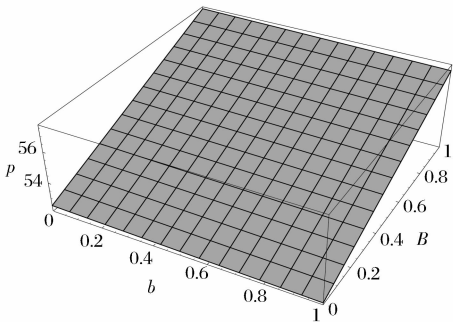


图 6 分散式决策下废旧品回收价和补贴价对再造品最优零售价格的联合影响

利润进行了比较。研究表明，分散式决策下产生的双重边际效应不仅影响了供应链系统的总利润而且殃及到广大消费者（不得不承受更高的零售价）。因此，我们强调生产商与零售商应该统揽全局协调合作实施集中式价决策才能实现利益共享利润双赢，才能实现供应链总利润的最大化，才能最大限度的让利于消费者。本文的研究也揭示了和则两利，斗则俱损的哲理。

参考文献：

[1] Savaskan R C, Bhattacharya S, Van Wassenhove L N. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing [J]. Management Science, 2004, 50(2): 239 - 252.

[2] Kumar S, Malegeant P. Strategic alliance in a closed-loop supply chain, a case of manufacturer and eco-non-profit organization [J]. Technovation, 2006, 26(10): 1127-1135.

[3] Ferrer G, Swaminathan J M. Managing new and remanufactured [J]. Management Science, 2006, 52(1): 15-26.

[4] Guide Jr V D R, Van Wassenhove L N. The evolution of closed-loop supply chain research [J]. Operations Research, 2009, 57(1): 10-18. [5] Shi Jianmai, Zhang Guoqing, Sha Jichang. Optimal production and pricing policy for a closed loop system [J]. Resources, Conservation and Recycling, 2011, 55(6): 639-647.

[6] Klaussner M, Hendrickson C T. Reverse-logistics strategy for product take-back [J]. Interfaces, 2000, 30(3): 156-165.

[7] Guide Jr V D R, Van Wassenhove L N. Managing product returns for remanufacturing [J]. Product Operation and Management, 2001, 10(2): 142-155.

[8] 顾巧论, 高铁杠, 石连栓. 基于博弈论的逆向供应链定价策略分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(3): 20-25.

[9] 王发鸿, 达庆利. 电子行业再制造逆向物流模式选择决策分析 [J]. 中国管理科学, 2006, 14(6): 44-49.

[10] Vorasayan J, Ryan S M. Optimal price and quantity of refurbished products [J]. Production and Operations Management, 2006, 15(3): 369-383.

[11] 王玉燕, 李帮义, 申亮. 基于博弈论的闭环供应链定价模型分析 [J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(2): 275-278.

[12] 晏妮娜, 黄小原. 基于第 3 方逆向物流的闭环供应链模型及应用 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(4): 83-93.

[13] Liang Y J, Pokharel S, Lim G H. Pricing used products for remanufacturing [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 193(2): 390-395.

[14] 张建军, 霍佳震, 张艳霞. 基于价格博弈的闭环供应链协调策略设计 [J]. 管理工程学报, 2009, 23(2): 119-124.

[15] 张克勇, 周国华. 具有产品回收的闭环供应链差别定价策略研究 [J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(12): 19-24.

[16] 张克勇, 周国华. 非对称信息下闭环供应链差别定价协调机制 [J]. 山东大学学报, 2009, 2: 60-64.

[17] 朱晓曦, 张潜. 闭环供应链差别定价效率分析与运作机制研究 [J]. 北京交通大学学报, 2010, (1): 41-42.

[18] Dekker R, Fleischmann M. Reverse logistics: quantitative models for closed-loop chain [M]. New York: Springer, 2004.

## Strategy Analysis on Differential Pricing in Closed-Loop Supply Chain with Remanufacturing

YAN Rong-fang<sup>1</sup>, CHENG Yong-hong<sup>2</sup>, WANG Cai-xia<sup>1</sup>

(1. College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China;

2. School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Under the condition of centralized and decentralized decision-making, the existence of the optimal wholesale and retail price separately from the differential pricing principle between new and remanufacture products in the closed-loop supply chain which consists of one manufacturer, one retailer and consumers is discussed, the optimal wholesale and retail price are obtained and some optimal differential pricing policies are given. At the same time, the effect of recovering price or subsidizing price to optimal selling price and wholesaling price is illustrated by a numerical example. Finally, some strategies and suggestions on organizations of logistic supply chain are proposed.

**Key words:** closed-loop supply chain; remanufacture; the effects of substitution; game theory; differential pricing strategies; profit