

地下圆形连续墙支护结构的水平位移公式

李云璋^{*,1)} 姚谦峰^{*,2)} 秦立科[†]

^{*}(西安建筑科技大学土木工程学院, 西安 710055)

[†](长安大学公路学院, 西安 710064)

摘要 以圆形地下连续墙支护结构为研究对象, 将地连墙结构简化为弹性薄壁圆筒, 在圆筒上截取单位厚度圆环作为研究对象, 将空间问题转化为平面应变问题, 利用弹性力学建立极坐标方程, 求得圆形地连墙支护结构的水平位移公式. 最后, 将推导公式应用于具体工程实例, 计算值与实测值能较好的吻合.

关键词 地下圆形连续墙, 弹性薄壁圆筒, 平面应变, 水平位移

中图分类号: TU473 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2009)01-039-04

THE HORIZONTAL DISPLACEMENT OF UNDERGROUND CIRCULAR CONTINUOUS WALL STRUCTURE

LI Yunzhang^{*,1)} YAO Qianfeng^{*,2)} QI Like[†]

^{*}(College of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

[†](Institute of Highway, Chang An University, Xi'an 710064, China)

Abstract The circular underground continuous wall is studied in the paper. The continuous wall is simplified as an elastic thin cylinder. A unit thickness ring is considered as a plane-strain problem. With polar coordinate system the analytic solution is obtained. The calculated values agree well with the actual test values.

Key words circular underground continuous wall, elastic thin cylinder, plane strain, horizontal displacement

由于圆形地下连续墙支护结构有着合理的受力性能, 其“拱效应”可将结构体上可能出现的弯矩转化成轴力, 因此常用于超深基坑. 为了充分发挥“拱效应”, 利用结构的截面尺寸和材料的抗压性能, 一般要求结构和土压力应基本对称^[1].

为确保安全和经济的有机统一, 必须进行合理的设计计算, 尤其对变形必须严格控制以防倒塌^[2]. 一般而言, 对地下连续墙的内力和位移计算方法通常有简化法(包括弹性线法和等值梁法等), 弹性地基梁法^[3]或有限单元法^[4], 简化法计算过于简略, 难以反映地下墙的实际位移情况, 弹性地基梁法是采用有限元法的支护墙设计软件来求解的, 有限单元法虽然能对墙体的整体变形进行分析, 能够反映墙侧土体的位移规律, 但分析工作量大、计算成本高, 在实际工程中难以应用. 为此, 本文在通过弹性地基

梁法计算出土压力, 得到受力边界条件的基础上, 将圆形地下连续墙视为一弹性薄壁圆筒, 利用弹性力学的相关理论^[5], 对圆形地下连续墙进行分析, 推导出圆形连续墙的水平位移解析公式, 并结合实例加以比较分析.

1 基本假定

圆形地下连续墙维护结构, 非开挖侧受水土压力, 开挖侧承受被动土压力及内衬支撑作用, 墙底受下伏土的约束作用, 墙顶面自由, 根据这一受力特点求其变形的严密解是非常困难的. 为解决这一问题, 必须作某些合理的假设, 为此在分析时作如下基本假设:

(1) 按照弹性地基梁法, 沿横向按平面应变取单元宽度, 沿竖向将单元宽度的地连墙视为弹性梁,

2008-03-11 收到第 1 稿, 2008-05-12 收到修改稿.

1) 李云璋, 男, 1982 年生. 博士研究生. 主要从事结构动力相互作用研究. E-mail: lyzmbx@163.com

2) 姚谦峰, 男, 1956 年生, 教授. 主要从事新型结构体系及结构振控制研究. E-mail: yaoqf808@163.com

变形为小变形.

(2) 由于墙厚与墙体跨度、高度相比小得多, 故视连续墙整体为弹性轴对称薄壁圆筒 (见图 1).

(3) 圆形地下连续墙内外壁受到的土压力值 $q_1(z)$ 和 $q_2(z)$ 随深度 z 的变化而变化, 在同一深度处均匀分布 (见图 2).

(4) 钢筋混凝土内衬可简化为弹性支撑, 其刚度系数为 $k(z)$.

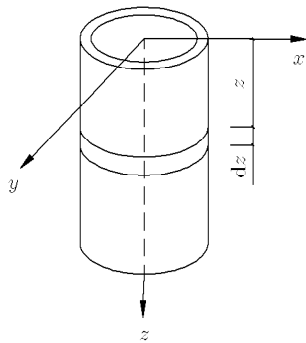


图 1 圆形地连墙的薄壁圆筒模拟图

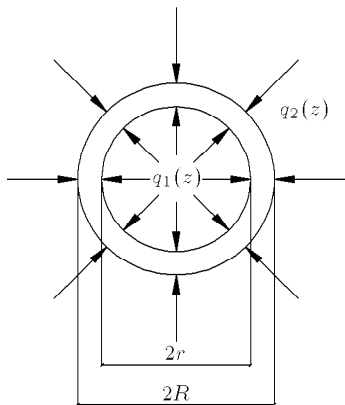


图 2 圆筒深度 z 处地连墙受力图

2 位移分析

土压力模式的选取对基坑变形分析的影响很大, 大量的监测数据表明围护结构的位移直接影响到土压力的分布和大小. 由于尚未有成熟的考虑桩体位移和土体参数的土压力解析表达式, 本文中土压力计算方法的选取参照文献 [6].

定义 $e_a(z, u(z))$ 和 $e_p(z, u(z))$ 为主动土压力强度和被动土压力强度, 选为深度 z 和墙体水平位移 $u(z)$ 的函数, 分别采用郎肯土压力理论和线弹性 “m” 法计算. 假设连续墙总深度为 H , 开挖深度为 h , 弹性模量为 E , 截面惯性矩为 I , 计算简图如图 3 所示.

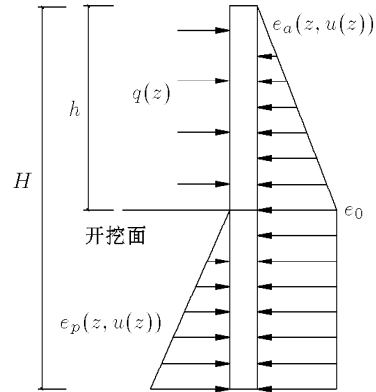


图 3 地连墙计算简图

地连墙背侧主动土压力计算公式:

(1) 计算点位于开挖面以上

$$e_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}, \quad 0 \leq z \leq h \quad (1)$$

(2) 计算点位于开挖面以下

$$e_a = \gamma h K_a - 2c\sqrt{K_a}, \quad h \leq z \leq H \quad (2)$$

式中, $K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$.

开挖面一侧被动土压力计算公式

$$e_p = 0.5m(z - h)u(z), \quad h \leq z \leq H \quad (3)$$

式中, m 为地基土水平抗力系数的比例常数.

内衬简化为弹性支撑, 其作用在连续墙上的压力为

$$q = ku(z), \quad 0 \leq z \leq h \quad (4)$$

假设图 2 所示的弹性轴对称薄壁圆筒内半径为 r , 外半径为 R , 取圆筒距离地面深度为 z , 单位厚度的隔离体为研究对象. 以圆筒中心 o 为原点, 建立平面极坐标系, 从隔离单元内割出一个夹角为 $d\varphi$ 的两个径向平面围成的微分单元体, 不考虑单位体积的体力, 将空间问题转化为平面应变问题.

建立极坐标形式的平衡微分方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\varphi}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{\rho\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2\tau_{\rho\varphi}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\rho &= \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_\rho}{\rho} \\ \gamma_{\rho\varphi} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_\rho}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} - \frac{u_\varphi}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

物理方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\rho &= \frac{1}{E}(\sigma_\rho - \nu\sigma_\varphi) \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu\sigma_\rho) \\ \gamma_{\rho\varphi} &= \frac{1(1+\nu)}{E}\tau_{\rho\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

在满足应力形式的协调方程的条件下, 采用应力解法求得极坐标形式的双调和方程为

$$\nabla^2 \left(\frac{\partial U^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial U^2}{\partial \varphi^2} \right) = 0 \quad (8)$$

由假设可知道, 圆筒同一深度处内外壁分别受到均匀分布的压力 $q_1(z)$ 和 $q_2(z)$ 作用, 显然该问题是应力轴对称.

因此应力函数 U 和 φ 无关, 解方程 (8) 得其通解为

$$U = At + Bt^2 e^{2t} + Ce^{2t} + D \quad (9)$$

令 $t = \ln \rho$, 解得应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} = \frac{A}{\rho^2} + B(1 + 2\ln \rho) + 2C \\ \sigma_\varphi &= \frac{\partial U^2}{\partial \rho^2} = -\frac{A}{\rho^2} + B(3 + 2\ln \rho) + 2C \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (7), 并利用式 (6) 得

$$\left. \begin{aligned} u_\rho &= \frac{1}{E} \left[-(1+\nu) \frac{A}{\rho} + (1-3\nu)B\rho + \right. \\ &\quad \left. 2(1-\nu)B\rho(\ln \rho - 1) + 2(1-\nu)C\rho \right] + \\ &\quad I \sin \varphi + K \cos \varphi \\ u_\varphi &= \frac{4B\rho\varphi}{E} + H\rho + I \cos \varphi - K \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在该平面中, 截取的单位厚度薄壁圆环的几何形状和受力均为轴对称, 所以位移也是轴对称的, 这时, 隔离微分单元体内 $u_\varphi = 0$. 因此, 式 (11) 的第 2 式中, 有 $B = H = I = K = 0$.

这时, 式 (10) 简化为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{A}{\rho^2} + 2C \\ \sigma_\varphi &= -\frac{A}{\rho^2} + 2C \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式 (11) 简化为

$$\left. \begin{aligned} u_\rho &= \frac{1}{E} \left[-(1+\nu) \frac{A}{\rho} + 2(1-\nu)C\rho \right] \\ u_\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

根据前面所求得的土压力及内衬支撑力可知, 该问题的边界条件为:

(1) 在开挖面以上

$$(\sigma_\rho)_{\rho=r} = -q, \quad (\sigma_\rho)_{\rho=R} = -e_a \quad (14)$$

由式 (1),(4),(12),(14) 得

$$u_\rho = \left[(1+\nu)R^2 r^2 z e_0 / \rho + (1-\nu)z e_0 R^2 \rho \right] / \left\{ h[0.5kR^2 r^2 (1+\nu) / \rho + (1-\nu)0.5kr^2 \rho - E(R^2 - r^2)] \right\} \quad (15)$$

(2) 在开挖面以下

$$(\sigma_\rho)_{\rho=r} = -e_p, \quad (\sigma_\rho)_{\rho=R} = -e_0 \quad (16)$$

由式 (2),(3),(12),(16) 解得

$$u_\rho = \left[(1+\nu)R^2 r^2 e_0 / \rho + (1-\nu)e_0 R^2 \rho \right] / \left\{ [0.5mR^2 r^2 (1+\nu)(z-h) / \rho + (1-\nu)0.5m(z-h)r^2 \rho - E(R^2 - r^2)] \right\} \quad (17)$$

由于墙体厚度与跨度、高度相比很小, 可视为 $r \doteq R$, 墙体位移变形为小变形, 地连墙水平位移 $u(z) = u_\rho = u_r = u_R$, 将式 (15) 和 (17) 化简得

$$u(z) = \begin{cases} \frac{2ze_0 R^2 r}{h[0.5kr(R^2 + r^2) + (0.5kr\nu - E)(R^2 - r^2)]} & (0 \leq z \leq h) \\ \frac{2e_0 R^2 r}{\{0.5m(z-h)r[(1+\nu)R^2 + (1-\nu)r^2] - E(R^2 - r^2)\}} & (h \leq z \leq H) \end{cases}$$

3 实例分析

广州珠江黄埔大桥北锚碇基坑工程的围护结构为外径 73 m, 壁厚 1.2 m 的圆形地下连续墙, 采用 C30 水下钢筋砼, 墙深 39 m, 嵌入弱风化砾岩的深度在 3 m 左右; 地下连续墙施工完成后, 分层开挖土体, 分层施工钢筋混凝土内衬, 土体分层厚度及一次浇筑内衬高度为 3 m, 内衬厚度由上而下依次为: 0~15 m 深度内衬厚度 2.0 m, 超过 15~30 m 深度内衬厚 2.5 m. 内衬采用 C30 钢筋砼. 各土层分布和物理力学参数如表 1 所示.

表 1 土层物理力学参数

土层	填土	淤泥	细砂	粗砂	黏土	风化层
厚度 /m	1.0	2.0	3.0	7.0	7.0	19
$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	18.0	13.3	16.3	17.8	19.8	22.0
c/kPa	15	3.6	9	11	13.5	35
$\psi/(\text{°})$	20.6	3.1	5.5	7.5	9.5	21.2
ν	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

将基坑开挖到底后,将本文方法所解得的水平位移值与利用有限元软件 SAP2000 建立三维空间模型所得解进行比较,从图 4 中可以看出,本文方法与按照有限元法计算的墙体水平位移比较接近,说明本方法在理论上正确,且精度较高.从图 5 可知,

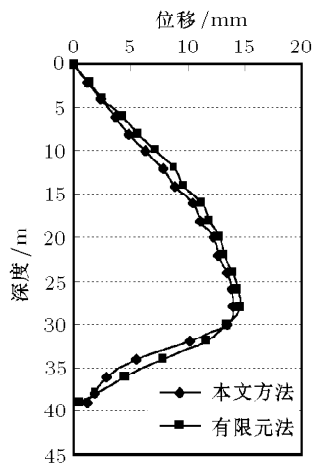


图 4 水平位移本文方法解与有限元数值解比较

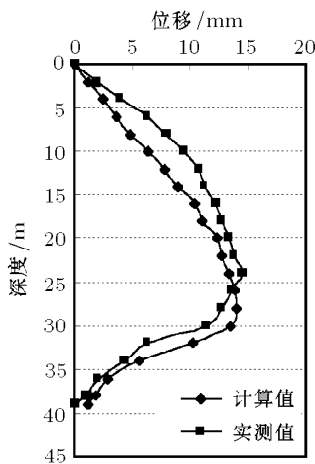


图 5 水平位移本文方法计算值与实测值比较

本文方法计算值大体接近于实测值,最大误差在墙底处及最大水平位移发生位置;墙底处计算值大于实测值,最大水平位移位置计算值发生在开挖界面处,而实测值在开挖部位以上 6 m 左右而非开挖界面处,这均由于连续墙的嵌岩作用.应该指出,因为弹性薄壁圆筒为小变形,假设土体为弹性体,而实测变形较大时,此时土体已处于塑性状态,实测值与计算值的误差也是很自然的.

4 结 语

通过系统地分析及推导,得出了弹性薄壁圆筒理论计算圆形地下连续墙水平位移的思路和解析公式.算例分析表明了该方法比较符合工程实际,可为圆形地下连续墙的变形控制理论提供依据.

参 考 文 献

- 徐伟,李响.武汉阳逻长江公路大桥南锚碇施工过程结构分析.施工技术,2005,34(1):10~13(Xu Wei, Li Xiang. Structure analysis of Wuhan Yangluo Changjiang bridge construction process. *Construction Technology*, 2005, 34(1): 10~13(in Chinese))
- Bolton MD, Powrie W. Behavior of diaphragm walls in clay prior to collapse. 1988, 38(2): 167~189
- 罗汀.圆形地下连续墙施工阶段受力分析.西安冶金建筑学院学报,1994,26(1):76~81(Luo Ting. Force analysis of underground circular continuous wall during the construction. *Xi'an Metallurgy Architecture College Journal*, 1994, 26(1): 76~81(in Chinese))
- 王树和,李伟,汪洋.圆形地下连续墙开挖过程的有限元模拟.港口工程,1997,(3):30~33(Wang Shuhe, Li Wei, Wang Yang. The finite analysis of underground circular continuous wall during the excavation progress. *Port Engineering*, 1997, (3): 30~33(in Chinese))
- 吴家龙.弹性力学.北京:高等教育出版社,2001(Wu Jialong. Elasticity. Beijing: High Education Publishing Press, 2001(in Chinese))
- JGJ120-99 建筑基坑支护工程技术规程.北京:中国建筑工业出版社,1999(Technical Specification for Retaining and Protection of Building Foundation Excavations. Beijing: China Building Industry Press, 1999(in Chinese))