参与环节的训练与实现；调查中我们可以看到大部分学生对编程实践环节反映较好，确实感觉到通过实践，加强了对理论知识的理解，初步实现了程序编制的基本思想、方法和技巧，使所学得的知识与实际结合更为紧密.

围绕着新时期高等教育对高素质高层次人才培养的要求与目标，以及工程技术和力学学科的发展对力学学科的教学提出的新要求，在力学专业人才培养中开设计算力学类课程，并由此形成有利于加强学生计算技能的计算力学课程体系，不管是在理论上，还是在处理工程实际问题方面，都将有利于拓宽学生知识面，为学生提供很好的训练. 对于那些继续攻读学位的学生，使他们能够更早更好地掌握了今后开展研究工作的手段和方法；对于即将和走上工作岗位的学生而言，则掌握了一门计算技能，无疑增大了就业的机会和为今后开展工程实际问题的解决提供了数值手段分析的能力与素质.

参 考 文 献

1 钱学森. 我对今日力学的认识. 力学与实践， 1995, 17(4): 1-1

2 毛军，薛琳，熊艳. 在本科力学课程中引入计算力学内容的可行性分析. 北方交通大学学报 (社会科学版), 2003, 2(2): 54-59

3 王省哲. 计算力学. 兰州：兰州大学出版社， 2006. 1

4 黄立新，吴宇华. 土木工程专业的计算力学教育. 广西大学学报 (自然科学版), 2007, 32(增刊): 354-359

5 宋少云. 将 CAE 引入力学教学. 力学与实践， 2006, 28(5): 74-75

(责任编辑：刘俊丽)

大学物理《力学》中的自由度分析 [1)]

韩文娟 [2)]　刘　海 [3)]

(六盘水师范学院物理系，贵州水城 553004)

摘要 对《力学》中的物体自由度进行多方面分析，以深化教学、提高学生正确分析物理问题的能力. 使用实际教学分析的研究方法，在《力学》范围内讨论自由度与坐标、自由与约束的关系并得以下结论： (1) 同一物体的自由度随其所在的“空间”不同而不同，不因坐标系的选取不同而异，在同类参考系中不因参考系的动静而有别； (2) 自由度遵循叠加原理. 讨论了质点系的总自由度及相关计算问题，并指出研究《力学》中自由度的意义.

关键词 大学物理，力学，自由度，实际教学分析法

中图分类号： O369　**文献标识码：** A

文章编号： 1000-0879(2010)04-109-03

引　言

大学物理中《力》、《热》、《电》、《光》、《原》、《量》(学科简你，以下同), 每部分内容都直接或间接涉及自由度问题，但对其阐述却是零星、分散的，学生对自由度的认识亦是片面、狭窄的，笔者结合物理教学实际，针对学生易困惑、费解的《力学》中的自由度作多角度、多层次分析，让学生对之理解更加透彻、深化，进而更好地理解和学习《热》、《电》、《光》、《原》、《量》中的自由度，从而提高其正确分析物理问题的能力，这对物理教学极有帮助.

1　力学中的自由度分析

1.1　自由度与坐标系

1.1.1　被研究物体的自由度不因坐标系的选取不同而改变

在《力学》中，自由度 [1] 是指力学系统 (决定其在空间位置) 的独立坐标个数. 力学系统由一组坐标来描述，如一个质点的三维空间运动，在笛卡尔坐标系中，由 x, y, z 三个坐标来描述；在球坐标系中，由 r, θ, ϕ 三个坐标描述，描述系统的坐标系可自由选取，但独立坐标的个数总是一定的，即系统的自由度确定.

1.1.2　被研究物体的自由度在同类参考系中不因参考系的动静而有别

两个惯性参考系，动系相对静系的运动速度为 v, 研究同一质点运动，其坐标的数值也只是在不同参考系中作一些相对性变换后不同而已，但是质点自由度的种类、名称及数目相同，如同动、静坐标系中，质点动量定理的形式一样，不同的是反映动量定理的各物理量数值不同而已.

1.2　物体“自由”与“约束”的关系

在笛卡尔坐标系中，质点有 x, y, z 三个坐标， x 确定后，质点可在 yoz 面上“自由”， y 确定后，质点可在 z 线上“自由”，当 x, y, z 都确定后，该质点被“卡定”，不再“自由”. 一般的 N 个质点组成的力学系统由 $3N$ 个坐标来描述，但力学系统中常常存在着各种约束，若该 N 个质点组成的力学系统，存在 m 个约束，就有 m 个约束方程，就减少 m 个独立变量，减少 m 个自由度，则系统的自由度为 $S = 3N - m$, 在宏观上观察物体的运动时，物体自由度越多，受约束越少，物体越自由.

2009–06–25 收到第 1 稿， 2009–11–25 收到修改稿.

1) 贵州省六盘水师范学院基金 (200906) 和贵州六盘水科技基金 (5202-2009-08...01) 资助项目.

2) 韩文娟，女， 1975 年生，副教授，主要从事量子多体理论的研究. E-mail: hanwenjuanying@163.com

3) 刘海，男， 1972 年生，副教授，主要从事物理教学和研究. E-mail: lpliuhai7209@163.com

1.3 同一研究对象，其自由度随其所在的“空间”不同而不同

1.3.1 单个质点，当其所在的“空间”固定 (形状固定且静止) 时

质点在设定不变的一条直线和曲线上的自由度为 1，在设定不变的一个平面上的自由度为 2, 在设定不变的空间中自由度为 3.

1.3.2 单个质点，当其所在的“空间”不是固定 (形状不固定或运动) 时

例 1：小球沿长度一定的直杆运动，杆又以一定速度在平面内作定轴转动 [2], 此问题分 3 种情况讨论：

(1) 若小球看作质点，而杆的“半径”很小可忽略，则小球在直杆上运动有 1 个自由度，直杆在平面内做定轴转动又有 1 个转动自由度，这样小球共有 2 个自由度.

(2) 若小球看作质点，杆的形状是圆柱形的，其半径不可忽略，则小球在直杆上运动有 2 个自由度，另外直杆在平面内作定轴转动又有 1 个自由度，这样小球共有 3 个自由度.

(3) 若小球看做质点,杆的形状不是圆柱型而是方柱型，甚至是任意形状的柱面，并且其横截面的大小不可忽略，则小球在直杆上运动仍然只有 2 个自由度，这是因为一个质点在三维空间中应该有 3 个自由度，如果它被约束在某一曲面上运动，就会附加上一个曲面方程，多一个方程就减少一个独立变量，所以仍然只有 2 个自由度，可以估计到，若此杆不是直的，而是任意弯曲的，只要其形状不改变，则质点在该柱面上运动也只有 2 个自由度.

由上分析可见，同一研究对象 (质点) 的自由度随其所在空间的情况不同而不同.

1.4 自由度的叠加性

1.4.1 被研究对象的总自由度等于被研究对象本身运动具有的自由度与其所处“空间”具有的自由度的叠加

例 1 中第 1 种情况下的小球总自由度 = 小球在直杆上运动的 1 个自由度 + 直杆在平面内做定轴转动的 1 个转动自由度 =2 个自由度，这充分体现了研究对象小球总自由度等于小球本身的自由度与其所处“空间”具有的自由度的叠加.

1.4.2 质点系的总自由度等于各单个质点的自由度的叠加

一般的，N 个质点 (不考虑质点间联系或约束因素时) 组成的力学系统由 $3N$ 个坐标来描述，这也是自由度叠加性的具体体现.

1.5 质点系的总自由度讨论

质点系 (物体) 分为刚体与非刚体情形，刚体有 6 个自由度，确定该刚体质心位置需 3 个独立坐标，确定通过此质心的直线方位需 2 个独立坐标 (2 个方位角), 表征刚体绕该直线的转动还需 1 个独立坐标 (1 个角度); 非刚体，除反映其整体运动的 6 个自由度外，还有 3N-6 个反映物体内部质点“振动”的自由度 (设质点间相互联系导致质点“振动”).

1.6 《力学》中自由度的相关计算问题

设质点系 (物体) 的质点间有作用力，它们会发生“振动”, 讨论此物体的内部“振动”是一个质点组的“振动”问题. (这样假设便于读者理解原子物理学中的自由度问题)

(1) 质点系的各质点不在一条直线上时，质点组振动自由度等于排列组合数 $=C_{n-1}^1+C_{n-2}^1+C_{n-3}^1$

表 1 组成质点系的各质点的两两联系组合数

质点数 n	1	2	3	4	5	6	7	8	$\cdots$	$n-1$	n
两两组合数 a_n	$a_1=0$	$a_2=1$	$a_3=3$	$a_4=6$	$a_5=10$	$a_6=15$	$a_7=21$	$a_8=28$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
满足递推关系	$a_2-a_1=1$, $a_3-a_2=2$, $a_4-a_3=3$				$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$a_n-a_{n-1}=n-1$

注：表中组成质点系的各质点不在一条直线上

例 2: (1) 图 1 所示质点数 $n=5$ 时，质点两两组合数 =10(这其中包括重复组合部分), 质点 1 分别与质点 2, 3, 4, 5 组合后，质点 2 再分别与质点 3, 4, 5 组合，最后质点 3 分别与质点 4, 5 组合，无需再记质点 4 与质点 5 组合 (因为是重复性组合), 即 $C_4^1+C_3^1+C_2^1=9$.

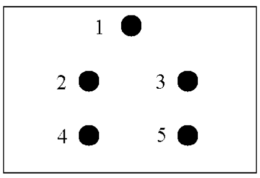

图 1 不在一条直线上的 5 个质点

(2) 组成质点系的质点在一条直线上时，质点发生联系两两组合数及满足的递推关系同表 1, 但是质点系的振动自由度等于组合数 $=C_{n-1}^1+C_{n-2}^1+C_{n-3}^1+1$

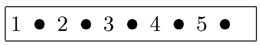

图 2 在一条直线上的 5 个质点

例 3：图 2 所示质点数 $n=5$ 时，组合方式同例 2，所不同的是因为质点在一条直线上，需再记质点 4 与 5 组合，即 $C_4^1+C_3^1+C_2^1+1=10$.

2 研究大学物理《力学》中的自由度的意义

2.1 能助于提高学生正确分析物理问题的能力

如在《力学》中研究物体运动时，学生在正确分析物体自由度的前提下，能更清晰的分析物体的位置、位移、受力投影和进一步引出的功、能等等问题，从而能更好、更准确的去定量、定性分析讨论物体的运动规律.

2.2 能加深学生对大学物理各学科中物体自由度绝对性的理解

2.2.1 如前 1.1 节所述的同一研究物体的自由度不因参考系 (动与静)、坐标系 (无论是笛卡尔还是球极坐标等) 不同而异，体现物体自由度的绝对性.

2.2.2 各学科中相应对象的自由度不变

如从《力学》自由度的角度分析《电磁学》中的单个无极分子 [3] (如 H_2, N_2 等分子在不考虑碰撞及干扰因素影响时) 的自由度情况为： (1) 不受外电场时，相当于质点，其自由度为 3; (2) 受外电场时，相当于一对电偶极子，最后等效于一根有限长的直线，其自由度为 3. 限于篇幅，其他相关学科中的物体自由度情况不再一一列举.

2.3 能加深学生对大学物理知识点的统一性的理解

在《力》、《热》、《电》、《光》、《原》、《量》以及跨学科的《数学》、《统计学》中分析自由度问题时，自由度所定格的“约束”与“自由”必须正确统一，如果人为的添加或遗漏“约束”与“自由”的元素，则会产生错误的分析与结论.

总之，大学物理《力学》中的自由度是基础，教师要对学生做好正确的引导，使学生对自由度有清晰、透彻的认识，以便其能较易理解其他学科的自由度，从而对深层次的物体自由度问题轻松驾驭.

参 考 文 献

1 程守洙，江之永. 普通物理学. 北京：高等教育出版社， 2006. 111

2 秦允豪. 热学习题思考题解题指导. 北京：高等教育出版社， 2004. 75,76

3 梁绍荣. 普通物理学，电磁学. 北京：高等教育出版社， 2003. 165

(责任编辑：周冬冬)

读者 · 作者 · 编者

封面设计图内涵说明

封面上画面的主题是“雪花与对称”. 天蓝色的背景下，针状植物的绿色枝条上坐落着洁白的残雪. 画面的右下角、中部和左侧，分别点缀着经过彩色处理的雪花显微照片；画面的上侧和左上角，分别飘落着我们构造的超级分形雪花和彩色分形雪花；左下角的图案则取自画家埃舍尔的画作.

中国古语就有“雪飞六出”之说，表明古人已经掌握了雪花六分对称的特征. 古往今来，晶莹剔透的雪花，引无数文人墨客竞折腰，诞生了无数脍炙人口的诗篇和赏心悦目的画作. 今天，美丽的雪花又成为非线性科学的“宠儿”, 悄无声息地向探索者们展示着自然演化的奥秘.

然而，我们不应忽视古人的忠告：世界上没有两片完全相同的雪花. 的确，涨落和扰动导致了对称性破缺，也造就了每一朵雪花与众不同的个性. 正因为有个性，雪花才如此千姿百态；也正因为有个性，雪花的演化才如此千变万化. 个性化的雪花虽然让大自然分外妖娆，却向自然科学探索者们提出了严峻挑战 —— 仅仅通过研究“这一朵”或“那一朵”雪花，我们很难捕捉到所有雪花共同遵循的不变性或规律性！

显然，穷尽所有雪花以探索其演化规律之路没有尽头. 既然如此, 我们反其道而行之: 追寻雪花在绝对理想化的环境下“最想”采用的生长模式. 于是，就有了超级分形雪花概念和超级分形雪花的生长运动学思想 (见 *International Journal of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation*, 2009, 10(1): 1-12; 《应用数学和力学》， 2010, 31(1); 《科学通报》， 2009, 54(22)).

超级分形雪花并不是真实的雪花，而是分形几何学意义上的雪花. 分形雪花的轮廓线，是无穷多条具有无穷嵌套自相似结构的 Koch 曲线；分形雪花的实体，是无穷多朵具有无穷嵌套自相似结构的 Koch 雪花. 奇妙的是，分形雪花包络的虚空，也都是无穷多朵自相似的 Koch 雪花. 因其完美无缺，我们说这可能是世界上最漂亮的“一朵”雪花了. 因其无穷无尽，我们说世界上的雪花，都没有“这一朵”雪花中的雪花多. 当然，我们最终的目的，还是想借助超级分形雪花，揭示雪花生长运动学中的不变性质，并向读者传述这样的观点：分形雪花虽然不是真实的雪花，但它可能为千姿百态的真实雪花提供一个理想化的生长“模板”.

当然，分形雪花不仅仅是科学“作品”, 它与艺术多少有点关联. 我们借鉴中国古典水墨画的艺术思想，尝试将分形雪花染色. 与西方五彩缤纷的水彩画不同，中国古典的水墨画上只有两种颜色：黑色和白色. 换言之，从空间形式看，水墨画上只有“墨到”的黑色空间和“墨不到”的白色空间 (即留白). 在中国古典艺术思想中，黑白两种空间形式之间是相辅相成或互补的，即墨到的部分和留白的部分，都是水墨画的有机组成部分，切掉其中任何一部分，都会“画将不画”. 与古典水墨画相比，分形雪花“走”得更远 —— 黑色的空间趋于消失，白色的空间占绝对优势. 既然留白也是画，那么我们干脆走向另一个极端：与常规的分形染色不同，我们不再染分形空间，而是染分形空间的对偶空间 —— 分形雪花包络的虚空 (或留白). 于是五彩斑斓的彩色分形雪花便跃然纸上.

出人意料的是，彩色分形雪花与埃舍尔的作品之间有异曲同工之妙. 埃舍尔是荷兰著名画家，艺术史上，很少有画家像他那样，在自然科学家的心目中享有如此崇高的地位. 他的画，在画家眼中是线条和色彩，在自然科学家眼中则是几何、拓扑、对称性和不变性. 他的系列作品《圆极限》和

(下转第 86 页)