

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.03.013

## 二维谐振子调制势中光束传输特性研究

靳海芹<sup>1,2</sup>, 易林<sup>1</sup>, 蔡泽彬<sup>3</sup>

(1 华中科技大学物理学院, 湖北 武汉 430074 ;

2 湖北第二师范学院物理与电子信息学院, 湖北 武汉 430205 ;

3 空军预警学院科研部, 湖北 武汉 430019 )

**摘 要:** 运用自相似方法, 求出了二维谐振子调制势下光束传输方程的精确解析解, 并对光束在传输距离一定时其传输特性随量子数的变化规律进行了数值分析。结果表明, 在谐振子势调制下, 光束传播的波函数解为厄米特函数, 且在能量峰值上表现出类似于亮孤子的中间能量高于外围能量的特性, 在几何分布上形成矩阵或方阵式波包。波包总数受  $x$ 、 $y$  方向的量子数取值影响, 波包能量幅值沿  $x$ 、 $y$  轴的正负向均逐渐增大且关于矩阵的对角线或  $x$ 、 $y$  轴对称。

**关键词:** 非线性光学; 谐振子调制; 非线性薛定谔方程; 厄米特多项式

中图分类号: O437

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2013)03-0323-07

## Transmission properties of light beams in the potential of two dimensional harmonic oscillator modulation

JIN Hai-qin<sup>1,2</sup>, YI Lin<sup>1</sup>, CAI Ze-bin<sup>3</sup>

(1 School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China ;

2 School of Physics and Electronic Information, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China ;

3 Scientific Research Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China )

**Abstract:** The analytical solutions of light beams under two-dimensional harmonic oscillator modulation were obtained with self-similar technique, and the change rules with the quantum number of transmission properties of light beams were discussed by numerical simulation when their transmission distance were taken fixed. It is found that, under two-dimensional harmonic oscillator modulation, the solutions of light beams are Hermite polynomials, whose energy peaks are the highest in the middle of the wave packet which is similar to the bright solitons, and the energy distribution forms a matrix wave packets or a square matrix wave packets in geometry. The total number of wave packets is influenced by the quantum numbers of  $x$  and  $y$  direction. The amplitude of wave packets energy increases gradually along the positive and negative direction of  $x$  and  $y$  axis and is diagonal symmetrical on the matrix,  $x$  axis or  $y$  axis.

**Key words:** nonlinear optics; harmonic oscillator modulation; nonlinear Schrödinger equation; Hermite polynomial

**基金项目:** 湖北省教育厅科学技术项目 (B20113002)、湖北第二师范学院校立科研基金 (2009B013) 资助项目及湖北第二师范学院“优秀教师团队”建设项目 (2012KB302) 资助

**作者简介:** 靳海芹 (1980 -), 湖北随州人, 博士, 讲师, 研究方向为凝聚态物理和光学。E-mail: haiqin2012@qq.com

**导师简介:** 易林 (1963 -), 教授, 博士生导师, 研究方向为凝聚态物理和光学。E-mail: yilin@mail.hust.edu.cn

**收稿日期:** 2012-07-12; **修改日期:** 2012-08-31

## 1 引言

孤子, 又称孤立波, 是一种特殊形式的超短脉冲, 或者说是一种在传播过程中形状、幅度和速度都维持不变的脉冲状行波, 利用光孤子特性可以实现超长距离、超大容量的光通信, 光孤子在全光控制、全光网络及量子测量方面也有广泛的应用前景。从物理学的观点来看, 孤子是物质非线性效应的一种特殊产物。从数学上看, 它是某些非线性偏微分方程的一类稳定的、能量有限的不弥散解。光学孤子的基本模型由非线性薛定谔方程来描述, 因此求解非线性薛定谔方程的精确孤子解也成为当今非线性物理学领域中十分活跃的研究领域之一。关于非线性薛定谔方程的求解问题, 大体上可分为解析解法和数值解法两大类, 其数值解法近几年取得了较大的进展, 但是这些数值解毕竟是局限在个别的具体初始条件及边界条件的基础上得出的, 因而不具备原方程所有解的全局特性, 存在一定的局限性, 而人们需要了解的是方程解的一般定量特征, 因而求解方程的解析解也变得尤为重要。

谐振子是量子力学及量子光学中一个非常重要的物理模型, 文中首先利用本课题组推广的自相似性方法<sup>[1~3]</sup>对满足谐振子调制的薛定谔方程进行了精确求解, 得到该类方程的厄米特解析解, 为后续进一步考察非线性高阶项、增益项乃至非傍轴项等因素对非线性薛定谔方程解析解及数值解的影响及制约关系提供指导。此外, 本文初步模拟了在传播距离一定时, 光束随着量子数的变化在传播中显现出的特点, 为进一步研究传输距离、调制系数等因素对光束乃至光孤子传播的影响因素有一定的指导意义。

## 2 理论模型

在非局域非线性介质中, 光束的演化可以用强非局域非线性介质中推广的 (2 + 1) 维非线性薛定谔方程模型<sup>[4~6]</sup>来描述, 这里我们采用直角坐标系中简化的归一化非线性薛定谔方程<sup>[1,7]</sup>来表示

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\beta(z)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u - \gamma(z)(x^2 + y^2)u = 0, \quad (1)$$

上述第一项表示光束振幅随传输距离的变化, 第二项表示光束在线性介质中的衍射行为 (即横向展宽), 第三项表示由介质横向不均匀性而形成的非线性效应, 其中  $\beta(z)$ 、 $\gamma(z)$  分别为衍射系数及非线性系数。

这里我们取:  $u(z, x, y) = X(z, x)Y(z, y)$ , 代入方程 (1) 进行分离变量, 得两个耦合方程

$$i\frac{\partial X}{\partial z} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \gamma x^2 X - \mu X = 0, \quad (2)$$

$$i\frac{\partial Y}{\partial z} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - \gamma y^2 Y - \mu Y = 0, \quad (3)$$

式中  $\mu$  是新引入的一个常数。现在我们利用自相似方法<sup>[1,7]</sup>解方程 (1) 的自相似解。根据文献 [2,3], 式 (2) 的光 (复) 场可定义为

$$X(z, x) = A(z, x) \exp[iB(z, x)], \quad (4)$$

式中  $A(z, x)$  和  $B(z, x)$  是实函数。

先求解方程 (2), 把 (4) 式代入方程 (2) 并分离实部、虚部得以下两个耦合方程

$$-A\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{\beta}{2}\left[\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - A\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)^2\right] - \gamma x^2 A - \mu A = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial x} - \beta\frac{A}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = 0. \quad (6)$$

为了寻找方程 (2) 的自相似解, 我们引入如下变换<sup>[1]</sup>

$$A(z, x) = \frac{k_1}{\sqrt{p(z)}} F(\theta), \quad (7)$$

$$B(z, x) = a_1(z)x^2 + b_1(z)x + c_1(z), \quad (8)$$

式中  $k_1$  是待定归一化常数。  $p(z)$  是光束束宽,  $F(\theta)$  是待定实函数,  $\theta(z, x)$  是自相似变量,  $a_1(z)$  是波前曲率,  $b_1(z)$  是频移,  $c_1(z)$  是相位失配, 它们都是传输距离的函数。把 (7)、(8) 代入 (5) 式, 经对称化处理得

$$\theta(z, x) = \frac{x}{p(z)}, \quad b_1(z) = 0, \quad a_1(z) = \frac{1}{2\beta p} \frac{dp}{dz}, \quad (9)$$

把 (7)~(9) 式代入 (6) 式化简整理得到关于  $F(\theta)$  的偏微分方程

$$\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{d\theta^2} - \frac{2p^2}{\beta} \left( \frac{dc_1}{dz} + \mu \right) - p^3 \left( \frac{1}{\beta^2} \frac{d^2 p}{dz^2} + 2\gamma p \right) \theta^2 = 0, \quad (10)$$

进一步引入如下变换

$$F(\theta) = e^{-\frac{\theta^2}{2}} f(\theta), \quad (11)$$

(11) 式代入 (10) 式并经过对称化处理得

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{d^2 p}{dz^2} = -2\gamma p + \frac{1}{p^3}, \quad (12)$$

$$\frac{dc_1}{dz} = -\beta \frac{2n_1 + 1}{2p^2} - \mu, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 f}{d\theta^2} - 2\theta \frac{df}{d\theta} + 2n_1 f = 0, \quad (14)$$

其中  $n_1 (= 0, 1, 2, \dots)$  是非负整数。(14) 式是我们熟知的厄米特微分方程, 其解为厄米特多项式  $H_{n_1}(\theta)$ , 即

$$f(\theta) = H_{n_1}(\theta), \quad (15)$$

束宽方程 (12) 式可写成

$$\frac{1}{2\beta^2} \left( \frac{d\eta}{dz} \right)^2 + \frac{2\gamma p_0^4 (\eta^2 - 1)(\eta^2 - \lambda)}{\eta^2} = 0, \quad (16)$$

式中  $\eta = p/p_0$  和  $\lambda = 1/2\gamma p_0^4$ 。各字符下标中的“0”表示传输距离  $z = 0$  的值。

假定初始条件取为  $p(z)|_{z=0} = p_0$  和  $dp(z)/dz|_{z=0} = 0$ , 对 (16) 式两边同时积分一次可求得

$$p^2 = p_0^2 [1 + (\lambda - 1) \sin^2(2\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)], \quad (17)$$

将 (17) 式代回 (9)、(13) 式解得

$$a_1(z) = \frac{\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 (\lambda - 1) \sin(4\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)}{1 + \lambda - (\lambda - 1) \cos(4\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)}, \quad (18)$$

$$c_1(z) = c_{10} - \frac{(2n_1 + 1) \arctan[\sqrt{\lambda} \tan(2\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)]}{2\beta \sqrt{\gamma} p_0^4} - \mu z, \quad (19)$$

故方程 (2) 的自相似解为

$$X(z, x) = \frac{k_1}{\sqrt{p}} e^{-\frac{x^2}{2p^2}} e^{i(a_1 x^2 + c_1)} H_{n_1} \left( \frac{x}{p} \right), \quad (20)$$

式中  $k_1 = \left( \frac{1}{2^{n_1} n_1! \sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $p(z)$ 、 $a_1(z)$  和  $c_1(z)$  分别由 (17), (18) 及 (19) 式确定。

利用相同的方法, 可得方程 (3) 的自相似解为

$$Y(z, y) = \frac{k_2}{\sqrt{p}} e^{-\frac{y^2}{2p^2}} e^{i(a_2 y^2 + c_2)} H_{n_2} \left( \frac{y}{p} \right), \quad (21)$$

式中  $k_2 = \left( \frac{1}{2^{n_2} n_2! \sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$ 。其中  $p(z)$  仍由 (17) 式决定,  $a_2(z)$  和  $c_2(z)$  由下式决定

$$a_2(z) = \frac{\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 (\lambda - 1) \sin(4\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)}{1 + \lambda - (\lambda - 1) \cos(4\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)}, \quad (22)$$

$$c_2(z) = c_{20} - \frac{(2n_2 + 1) \arctan[\sqrt{\lambda} \tan(2\beta \sqrt{\gamma} p_0^2 z)]}{2\beta \sqrt{\gamma} \lambda p_0^4} + \mu z, \quad (23)$$

综上所述, 方程 (1) 的自相似解为

$$u_{n_1 n_2}(z, x, y) = \frac{k}{p(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{2p^2(z)} + i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]} H_{n_1} \left( \frac{x}{p} \right) H_{n_2} \left( \frac{y}{p} \right), \quad (24)$$

式中  $k$  为待定的归一化常数,  $k = k_1 k_2$ ,  $k_1 = \left( \frac{1}{2^{n_1} n_1! \sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $k_2 = \left( \frac{1}{2^{n_2} n_2! \sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$ 。

将方程 (1) 的自相似解进一步简化为

$$u(z, x, y) = N_{n_1} N_{n_2} H_{n_1}(\alpha x) H_{n_2}(\alpha y) e^{-\frac{\alpha}{2}(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}, \quad (25)$$

其中  $N_n = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^{\frac{1}{2}} 2^n n!}}$ ,  $\alpha(z) = \frac{1}{p(z)}$ 。

由解 (25) 式可知, 光束在强非局域非线性介质传输的特性由描述厄米特多项式中的量子化参数  $n_1$ 、 $n_2$ , 调制系数  $\gamma$  和束宽  $p$  决定。

### 3 光束的演化及特性分析

对于 (25) 式中的自相似解, 这里我们仅讨论在强非局域非线性介质中, 当调制系数及束宽取定值时, 量子化参数  $n_1$ 、 $n_2$  对光束传输特性的影响。这里取  $\alpha = 1$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\beta = 1$  的情形进行讨论。

#### 3.1 固定量子数 $n_1$ , 变化 $n_2$ (分别取 0、1、2、3) 时, 非线性介质中传输光束的演化

1) 当  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 0$  时,  $u_{00}(z, x, y) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 1$  时,  $u_{01}(z, x, y) = \frac{\sqrt{2}\alpha^2}{\sqrt{\pi}} y e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 2$  时,  $u_{02}(z, x, y) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} (2\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 3$  时,  $u_{03}(z, x, y) = \frac{\sqrt{3}\alpha^2}{\sqrt{\pi}} y \left( \frac{2}{3}\alpha^2 y^2 - 1 \right) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ 。

2) 当  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 0$  时,  $u_{10}(z, x, y) = \frac{\sqrt{2}\alpha^2}{\sqrt{\pi}} x e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1$  时,  $u_{11}(z, x, y) = \frac{2\alpha^3}{\sqrt{\pi}} x y e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2 + a_2(z)y^2 + c_1(z) + c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 1, n_2 = 2$  时,  $u_{12}(z, x, y) = \frac{\alpha^2}{\sqrt{\pi}} x(2\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 1, n_2 = 3$  时,  $u_{13}(z, x, y) = \frac{\sqrt{6}\alpha^3}{\sqrt{\pi}} xy(\frac{2}{3}\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ 。

3) 当  $n_1 = 2, n_2 = 0$  时,  $u_{20}(z, x, y) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} (2\alpha^2 x^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 2, n_2 = 1$  时,  $u_{21}(z, x, y) = \frac{\alpha^2}{\sqrt{\pi}} y(2\alpha^2 x^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 2, n_2 = 2$  时,  $u_{22}(z, x, y) = \frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}} (2\alpha^2 x^2 - 1)(2\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 2, n_2 = 3$  时,  $u_{23}(z, x, y) = \frac{\sqrt{3}\alpha^2}{\sqrt{2\pi}} y(2\alpha^2 x^2 - 1)(\frac{2}{3}\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ 。

4) 当  $n_1 = 3, n_2 = 0$  时,  $u_{30}(z, x, y) = \frac{\sqrt{3}\alpha^2}{\sqrt{\pi}} x(\frac{2}{3}\alpha^2 x^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 3, n_2 = 1$  时,  $u_{31}(z, x, y) = \frac{\sqrt{6}\alpha^3}{\sqrt{\pi}} xy(\frac{2}{3}\alpha^2 x^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 3, n_2 = 2$  时,  $u_{32}(z, x, y) = \frac{\sqrt{3}\alpha^2}{\sqrt{2\pi}} x(\frac{2}{3}\alpha^2 x^2 - 1)(2\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 3, n_2 = 3$  时,  $u_{33}(z, x, y) = \frac{3\alpha^3}{\sqrt{\pi}} xy(\frac{2}{3}\alpha^2 x^2 - 1)(\frac{2}{3}\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ 。

**3.2 量子数  $n_1$ 、 $n_2$  中,  $n_1 = n_2$  (分别取 0、1、2、3) 时, 非线性介质中传输光束的演化**

当  $n_1 = 0, n_2 = 0$  时,  $u_{00}(z, x, y) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 1, n_2 = 1$  时,  $u_{11}(z, x, y) = \frac{2\alpha^3}{\sqrt{\pi}} xy e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 2, n_2 = 2$  时,  $u_{22}(z, x, y) = \frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}} (2\alpha^2 x^2 - 1)(2\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ ,

当  $n_1 = 3, n_2 = 3$  时,  $u_{33}(z, x, y) = \frac{3\alpha^3}{\sqrt{\pi}} xy(\frac{2}{3}\alpha^2 x^2 - 1)(\frac{2}{3}\alpha^2 y^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x^2+y^2)} e^{i[a_1(z)x^2+a_2(z)y^2+c_1(z)+c_2(z)]}$ 。

**3.3 传播特性分析**

在图 1 ~ 4 中, 我们选取了固定  $x$ 、 $y$  两个方向上的量子数  $n_1$ 、 $n_2$  中的一个 (例如  $n_1$ ), 另外一个逐渐递增 (例如  $n_2$  分别取 0、1、2、3) 的情形, 从这四个图中可看出, 固定  $n_1$ , 随着  $n_2$  的递增, 二维光学谐振子势调制下光束的波包数也逐渐增多, 且波包总数为  $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1)$  个, 这些波包构成  $(n_2 + 1) \times (n_1 + 1)$  矩阵, 这些矩阵中波包的能量分布是不均匀的, 能量沿着  $x$ 、 $y$  轴的正、负向均逐渐增大, 各波包能量幅值关于  $x$  或  $y$  轴对称分布, 且波包图亦关于  $x$ 、 $y$  轴对称分布。

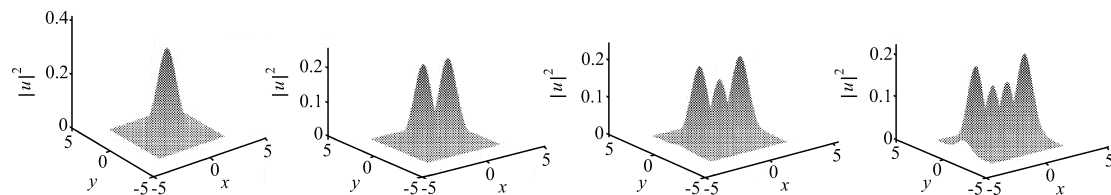


Fig.1 Distribution of energy density of the light beams with  $n_1 = 0, n_2 = 0, 1, 2, 3$  from left to right respectively

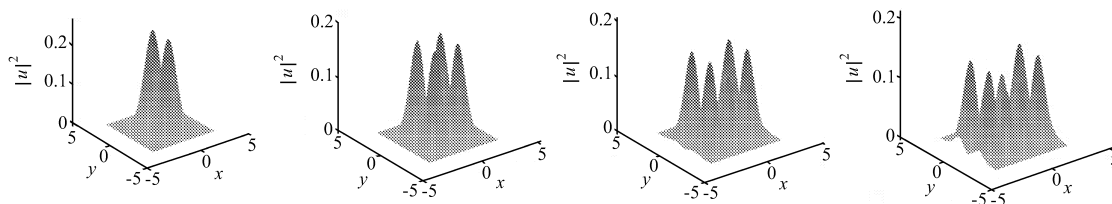


Fig.2 Distribution of energy density of the light beam with  $n_1 = 1, n_2 = 0, 1, 2, 3$  from left to right respectively

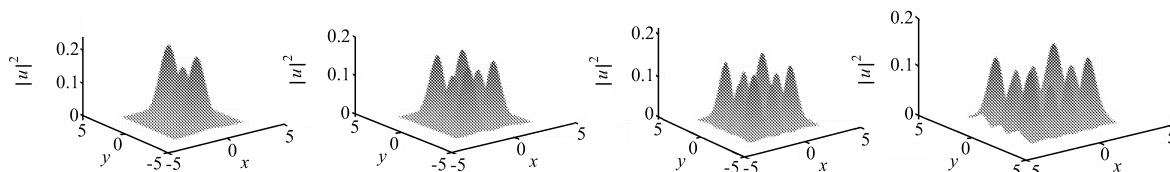


Fig.3 Distribution of energy density of the light beams with  $n_1 = 2, n_2 = 0, 1, 2, 3$  from left to right respectively

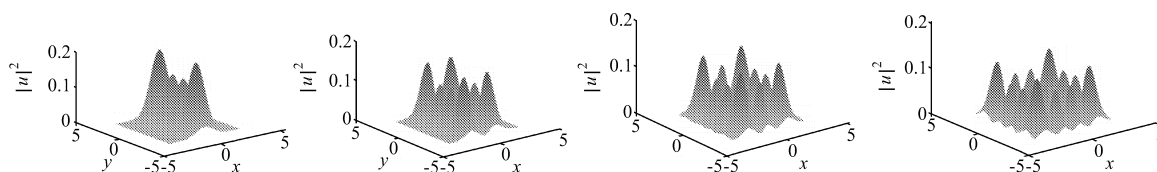


Fig.4 Distribution of energy density of the light beams with  $n_1 = 3, n_2 = 0, 1, 2, 3$  from left to right respectively

在图 5 中, 我们选取了  $x$ 、 $y$  两个方向上的量子数  $n_1$ 、 $n_2$  相等 (分别取 0、1、2、3) 的情形, 从图 5 可以看出, 随着量子数  $n_1$  的递增, 二维光学谐振子势调制下光束的波包数也逐渐增多, 且波包总数为  $(n_1 + 1)^2$  个, 这些波包构成  $(n_1 + 1) \times (n_1 + 1)$  能量分布不均匀的方阵, 波包能量幅值沿  $x$ 、 $y$  轴的正、负向均逐渐增大, 各波包能量幅值沿矩阵的对角线呈对称分布, 且波包图关于  $x$ 、 $y$  轴对称分布。

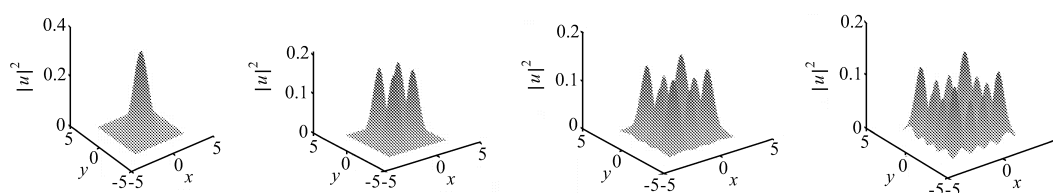


Fig.5 Distribution of energy density of the light beams with  $n_1 = n_2 = 0, 1, 2, 3$  from left to right respectively

这些特征是由于最初对光束引入的是一个  $v = s(x^2 + y^2)$  的对称谐振子势调制引起的。在  $x$ 、 $y$  方向的量子数相等时, 波包在几何上呈现方阵模式, 其能量关于矩阵对角线对称, 在  $x$ 、 $y$  两方向量子数不等时, 波包在几何上仅呈现矩阵 (而非方阵) 模式, 波包能量不再关于对角线对称, 这说明波包是否关于矩阵对角线对称取决于  $x$ 、 $y$  两方向量子数是否相等, 且波包在各个方向的个数亦和  $x$ 、 $y$  两方向量子数的取值有关。

## 4 结 论

经光学谐振子势调制后的光束, 传播过程中形成对称式波包, 表现为厄米特波函数解, 在空间的分布

形成了一系列不同能量的小波包, 这些小波包的形状类似于亮孤子 (中间区域为凸起峰, 边缘区域能量峰值逐渐降低), 随着量子数的增加, 波包总数亦逐渐增加, 当  $n_1 \neq n_2$  时, 形成关于  $x$ 、 $y$  坐标轴对称的  $(n_2 + 1) \times (n_1 + 1)$  矩阵; 当  $n_1 = n_2$  时, 形成关于矩阵对角线对称的  $(n_1 + 1) \times (n_1 + 1)$  方阵; 且这些波包能量分布不均匀, 沿着  $x$ 、 $y$  轴的正、负向均逐渐增大, 在几何上呈现关于坐标轴或者矩阵对称轴对称的特征。波包的数目、几何对称性及波包能量强度的幅值均与  $x$ 、 $y$  方向的量子数  $n_1$ 、 $n_2$  有关, 从而体现出谐振子势对光束传输特性的调制, 这一新的发现对进一步研究谐振子调制势及其他形式光学势调制下亮、暗孤子传播特性及传输过程中的保真度<sup>[8,9]</sup>、损耗及坍塌<sup>[10,11]</sup> 等问题有一定的指导意义。

### 参考文献:

- [1] Zhong Weiping, Belic M R. Three-dimensional optical vortex and necklace solitons in highly nonlocal nonlinear media [J]. *Phys. Rev. A*, 2009, 79: 023804.
- [2] Chen Shihua, Yi Lin, Guo Dongsheng, *et al.* Self-similar evolutions of parabolic, Hermite-Gaussian, and hybrid optical pulses: Universality and diversity [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 72: 016622.
- [3] Chen Shihua, Yi Lin. Chirped self-similar solutions of a generalized nonlinear Schrödinger equation model [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 71: 016606.
- [4] Zhang Shaowu, Yi Lin. Exact self-similar solution to a generalized nonlocal nonlinear Schrödinger model [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2009, 26(4): 465-472 (in Chinese).
- [5] Xiao Yafeng, Xue Haili, Zhang Hongqing. New multi-order envelope periodic solutions to cubic nonlinear Schrödinger equation [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(3): 269-278 (in Chinese).
- [6] Liu Fei, Yi Lin. Effect of parameters on evolution of linearly coupling matter-wave solitons [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(3): 344-348 (in Chinese).
- [7] Xu Siliu, Liu Huiping, Yi Lin. Two-dimensional Kummer-Gaussian soliton clusters in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 2010, 59(2): 1069-1074 (in Chinese).
- [8] Gong Yanli, Sachuerfu, Yang Lisen, *et al.* Fidelity of quantum state for interacting system of the binomial photon field and atomic Bose-Einstein condensate [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2008, 25(5): 593-597 (in Chinese).
- [9] Zhang Guoshun. Fidelities of quantum states in system of two-mode entangled coherent field interacting with atoms in Bell states in Kerr thin medium for fine cavity [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2010, 27(5): 586-595 (in Chinese).
- [10] Guo Shuqin, Huang Zhaoming. Compensation of polarization mode dispersion by means of Kerr effect in dispersion-managed systems [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2010, 27(5): 586-595 (in Chinese).
- [11] Zhang Duying, Liu Jinsong, Liang Changhong. The effect of loss on solitary evolution of a Gauss beam in photovoltaic-photorefractive crystal [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, 21(2): 139-143 (in Chinese).