

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.03.005

非傍轴余弦平方 - 高斯光束的传输特性

何 仲, 康小平*

(琼州学院理工学院, 海南 三亚 572022)

摘 要: 基于功率密度的二阶矩方法, 数值模拟研究了非傍轴余弦平方 - 高斯光束的束宽、远场发散角和 M^2 因子。计算结果表明: 1) 束腰宽度 $W_0(0)$ 随 w_0/λ 的增大而增大。当 w_0/λ 较大 ($w_0/\lambda \geq 0.5$) 时, 束腰宽度随着偏心参数的增大而减小。2) 当 $w_0/\lambda \rightarrow 0$ 时, 远场发散角趋于渐近值 $\theta_{0\max} = 63.435^\circ$, 与偏心参数 α 无关。3) 在非傍轴范畴, 余弦平方 - 高斯光束的 M^2 因子不仅与偏心参数 α 有关, 而且还与初始束腰宽度和波长之比 w_0/λ 有关。当 w_0/λ 足够小时, M^2 因子可小于 1。对给定的偏心参数 α , M^2 因子随 w_0/λ 的变化并非总是单调的。 M^2 因子随 w_0/λ 的增大而增大, 当达到最大值后又逐渐减小, 最后渐近趋于一稳定值。

关键词: 激光光学; 非傍轴余弦平方 - 高斯光束; 功率密度; M^2 因子

中图分类号: O435

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2013)03-0284-04

Propagation characteristics of nonparaxial cosine-squared Gaussian beams

HE Zhong, KANG Xiao-ping*

(College of Science and Engineering, Qiongzhou University, Sanya 572022, China)

Abstract: On the basis of the second-order moment of the power density, beam width, far-field divergence angle and M^2 factor nonparaxial cosine-squared Gaussian beams were illustrated and analyzed with numerical simulation. The conclusions are as following. 1) The waist width $W_0(0)$ increases with increasing w_0/λ parameter. $W_0(0)$ decreases with increasing decentred parameter α when w_0/λ is relatively large ($w_0/\lambda \geq 0.5$). 2) As the parameter $w_0/\lambda \rightarrow 0$, the far-field divergence angle approaches an asymptotic value of $\theta_{0\max} = 63.435^\circ$, which is independent of the decentred parameter α . 3) In the nonparaxial regime, the M^2 factor of cosine-squared Gaussian beams depends not only on the decentred parameter α , but also on the initial waist-width to wavelength ratio w_0/λ , the M^2 factor may be less than 1 as w_0/λ becomes small enough. The M^2 factor does not always vary monotonically with w_0/λ for different decentred parameter α , and it increases with increasing w_0/λ and reaches the maximum value, then gradually decreases, and finally tends to be a saturated value.

Key words: laser optics; nonparaxial cosine-squared Gaussian beam; power density; M^2 factor

1 引 言

近年来, 有关余弦平方 - 高斯光束的研究颇受关注。文献 [1] 研究了余弦平方 - 高斯光束通过无光阑透镜后的聚焦特性; 文献 [2] 研究了余弦平方 - 高斯光束通过像散透镜后的焦开关现象; 文献 [3] 给出余弦平方高斯光束通过无光阑透镜光学系统聚焦后的光强分布及梯度力表达式, 研究了光束参数等对梯度力分布

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (208110)、海南省自然科学基金项目 (10801)、琼州学院 2010 年度科研项目 (QY515-201002)

作者简介: 何仲 (1964 -), 高级实验师, 从事光束的传输与质量研究和实验教学。E-mail: hezhong2013@126.com

收稿日期: 2012-11-12; **修改日期:** 2012-12-03

* 通信联系人 E-mail: xpk710@126.com

的影响。但是, 在非傍轴范畴, 对余弦 - 平方高斯光束传输特性的研究, 目前鲜有相关报道。在光束传输过程中, 针对不同的应用目的, 可选取适当的参数来描述^[4~9], 如场分布、束宽、远场发散角、 M^2 因子等。光束传输因子 (即 M^2 因子) 同时反映光束的近场和远场分布特性, 因而是描述光束传输特性的一个重要参数。为了克服将 M^2 因子推广到非傍轴光束出现的发散困难, Porras 提出了用功率密度^[10] (或称为精确定义的光强^[11,12]) 的二阶矩代替传统光强二阶矩的方法, 并对非傍轴标量高斯光束 (包括硬边衍射情况) 作了数值计算分析。本文采用功率密度二阶矩方法, 通过理论分析和数值模拟, 研究了偏心参数和 w_0/λ (初始束腰宽度与波长之比) 对非傍轴余弦平方 - 高斯光束的束宽、远场发散角和 M^2 因子的影响。

2 理论分析

在直角坐标系中, 设源平面 $z = 0$ 处二维余弦 - 平方高斯光束的场分布为^[13]

$$E_0(x_0, 0) = \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right) \cos^2(\Omega_0 x_0), \quad (1)$$

式中, w_0 为初始高斯场振幅部分的束腰宽度, Ω_0 是与余弦部分有关的参数。

由角谱理论, 在 z 平面处余弦平方 - 高斯光束的光场分布可表示为^[14]

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(p) \exp[ik(px + mz)] dp, \quad (2)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长, p 为场的方向余弦, $p = \lambda f_x$, f_x 为 x 方向的空间频率,

$$m = \begin{cases} \sqrt{1-p^2}, & p^2 \leq 1 \\ i\sqrt{p^2-1}, & p^2 > 1 \end{cases}. \quad (3)$$

$A_0(p)$ 为 $E_0(x_0, 0)$ 的傅里叶变换

$$A_0(p) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x_0, 0) \exp(-ikpx_0) dx_0 = \frac{1}{8\sqrt{\pi}f} \exp\left(-\frac{p^2}{4f^2}\right) \left\{ 2 + \exp(-\alpha^2) \exp\left(\frac{\alpha p}{f}\right) \left[1 + \exp\left(-\frac{2\alpha p}{f}\right) \right] \right\}, \quad (4)$$

式中, $f = \lambda/2\pi w_0$, $\alpha = w_0 \Omega_0$ (偏心参数)。把 (4) 式代入 (2) 式作数值计算可给出 z 平面处的光场分布。

对非傍轴标量光束, 横平面上的光强必须使用光强的精确定义 (或称功率密度)

$$D = \text{Re} \left\{ -i \frac{\lambda}{2\pi} E^*(x, z) \frac{\partial E(x, z)}{\partial z} \right\}, \quad (5)$$

式中, Re 表示取实部, $*$ 表示复共轭。

选取 $z = 0$ 面为参考面, 按功率密度的二阶矩法, 则 $z = 0$ 面处的束腰宽度为

$$W^2(0) = \frac{4}{P(z)} \int_{-\infty}^{+\infty} x_0^2 D(x_0, 0) dx_0 = \frac{\lambda^2}{\pi^2 P(z)} \text{Re} \int_{-1}^1 \frac{\partial[A_0(p)\gamma]}{\partial p} \frac{\partial[A_0^*(p)]}{\partial p} dp, \quad (6)$$

式中, $\gamma = \sqrt{1-p^2}$, $P(z)$ 为通过任意 z 为常数的平面的总功率, 即

$$P(z) = \int_{-1}^1 \gamma |A_0(p)|^2 dp, \quad (7)$$

远场发散角为

$$\tan^2 \theta_0 = \frac{4}{P(z)} \int_{-1}^1 \frac{p^2}{\gamma} |A_0(p)|^2 dp. \quad (8)$$

按文献 [10] 的定义, 非傍轴余弦平方 - 高斯光束的 M^2 因子可表示为

$$M^2 = \frac{\pi}{\lambda} W(0) \tan \theta_0, \quad (9)$$

(9) 式表明, 在非傍轴范畴, 余弦平方 - 高斯光束的 M^2 因子不仅与偏心参数 α 有关, 还与 w_0/λ 有关。利用 (4) 式、(6)~(9) 式作数值计算, 即可得到非傍轴余弦平方 - 高斯光束的束腰宽度、远场发散角和 M^2 因子随偏心参数和 w_0/λ 变化的曲线。

3 数值计算结果和分析

图 1~4 给出典型的数值计算例, 其中, 图 1、图 2 和图 4 中的偏心参数 $\alpha = 0.2, 1, 2$ 。图 1 给出非傍轴余弦平方 - 高斯光束的束腰宽度 $W(0)/\lambda$ 随 w_0/λ 变化的曲线。由图 1 可知, 对于给定的偏心参数 α , 束腰宽度 $W(0)/\lambda$ 随 w_0/λ 的增大而增大。当 w_0/λ 较大 ($w_0/\lambda \geq 0.5$) 时, 束腰宽度随着偏心参数的增大而减小。

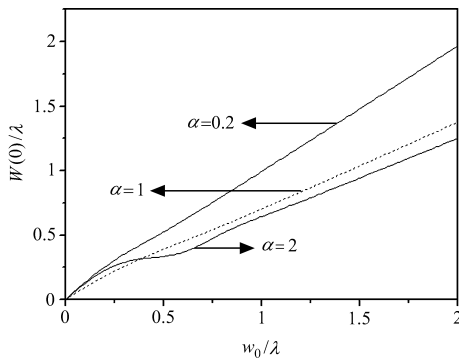


Fig.1 Waist-width to wavelength ratio $W(0)/\lambda$ of nonparaxial cosine-squared Gaussian beams versus w_0/λ

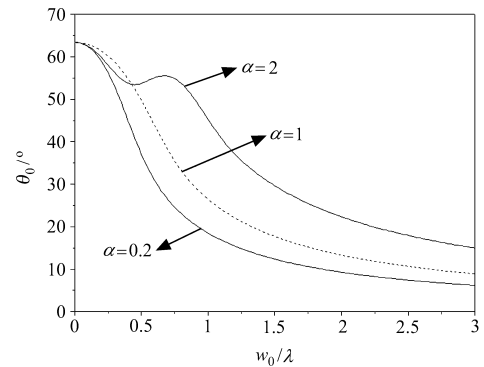


Fig.2 Far-field divergence angle θ_0 of nonparaxial cosine-squared Gaussian beams versus w_0/λ

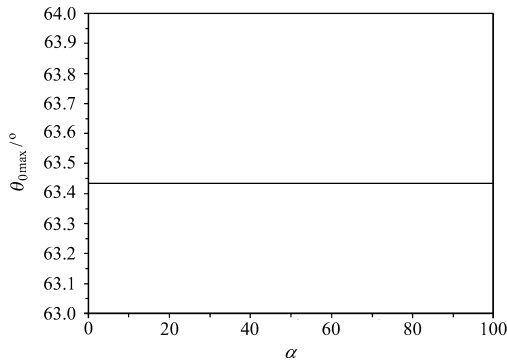


Fig.3 Far-field divergence angle $\theta_{0\max}$ of nonparaxial cosine-squared Gaussian beams versus α

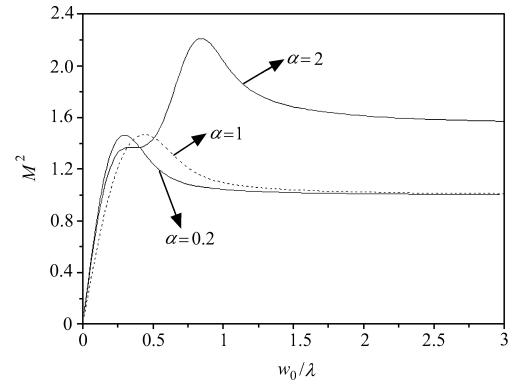


Fig.4 M^2 factor of nonparaxial cosine-squared Gaussian beams versus w_0/λ

图 2 为非傍轴余弦平方 - 高斯光束的远场发散角 θ_0 随 w_0/λ 变化的曲线。图 2 表明, 当 α 较小 ($\alpha = 0.2, 1$) 时, 远场发散角 θ_0 随 w_0/λ 增加而单调减小。当 α 较大, 例如 $\alpha = 2$ 时, θ_0 随 w_0/λ 的变化是非单调的。随着 w_0/λ 的减小, θ_0 逐渐增大, 当 $w_0/\lambda \rightarrow 0$ 时, 远场发散角 θ_0 渐近趋于相同的上限 $\theta_{0\max} = 63.435^\circ$ 。图 3 也证实了这一结果。从图 3 可知, $\theta_{0\max}$ 与偏心参数 α 无关。

图 4 给出了非傍轴余弦平方 - 高斯光束的 M^2 因子随 w_0/λ 变化的曲线。从图中可知, M^2 因子的值与偏心参数 α 和 w_0/λ 有关。当 w_0/λ 足够小时, M^2 因子可小于 1。对给定的偏心参数 α , M^2 因子随 w_0/λ 的变化是非单调的。随着 w_0/λ 的增大, M^2 因子也增大, 当达到最大值后又逐渐减小, 最后渐近趋于一稳定值, 例如, 在 $\alpha = 0.2, 1, 2$ 时, M^2 因子的最大值分别为 1.463、1.465 和 2.208, 对应的位置依次为 $w_0/\lambda = 0.29, 0.46, 0.86$ 。这表明, 随着 w_0/λ 的增大, M^2 因子达到最大值的位置随着偏心参数 α 的增

大向 w_0/λ 增大的方向移动。并且由图中还可以看出, 当 α 较小时, 例如 $\alpha = 0.2, 1$, 两条曲线随 w_0/λ 的增大快速增大, 在达到最大值后则随着 w_0/λ 的增大单调减小, 并逐渐重合, M^2 因子的值渐近趋于 1; 当 $\alpha = 2$ 时, M^2 因子则渐近趋于 1.57。

4 结 论

本文采用功率密度 (或称为精确定义的光强) 定义的二阶矩法, 对非傍轴余弦平方 - 高斯光束的束腰宽度、远场发散角和 M^2 因子作了数值计算和分析。研究表明, 非傍轴余弦平方 - 高斯光束的 M^2 因子不仅与偏心参数 α 有关, 而且还与初始束腰宽度和波长之比 w_0/λ 有关。当 w_0/λ 足够小时, M^2 因子可小于 1。对于给定的偏心参数 α , M^2 因子随 w_0/λ 的变化是非单调的, 且束腰宽度 $W(0)/\lambda$ 随 w_0/λ 的增大而增大。当 $w_0/\lambda \rightarrow 0$ 时, 远场发散角 θ_0 趋于渐近值 $\theta_{0\max} = 63.435^\circ$, 该值和偏心参数 α 没有关系。对给定的偏心参数 α , M^2 因子随 w_0/λ 的变化并非总是单调的。 M^2 因子随 w_0/λ 的增大而增大, 当达到最大值后又逐渐减小, 最后渐近趋于一稳定值。并且 M^2 因子达到极大值的位置随着偏心参数 α 的增加向着 w_0/λ 增大的方向移动。本文结果对深化非傍轴余弦平方高斯光束的传输和实际应用有一定参考价值。

参考文献:

- [1] Hao Zhongqi, Wen Wei. Double focal switch and focal plane of cosine-squared Gaussian beams [J]. *Laser Technology* (激光技术), 2008, 32(6): 663 (in Chinese).
- [2] Mou Guoqiang, Wang Li, Wang xiqing. Focal switch of cosine-squared Gaussian beams passing through an astigmatic lens [J]. *Laser Technology* (激光技术), 2011, 35(4): 562 (in Chinese).
- [3] Hao Zhongqi, Liu Li. The gradient force pattern of focused cosine-squared Gaussian beams [J]. *Laser Journal* (激光杂志), 2012, 33(3): 21 (in Chinese).
- [4] Chen Guangming, Tao Hua, PU Jixiong. Experimental study of fractional non-diffracting beams [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2011, 28(5): 522 (in Chinese).
- [5] Qv Jun, Fei Jincheng, Yuan Yangsheng. M^2 factor of flattened radial Gaussian laser beam array in turbulent atmosphere [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2010, 27(6): 669 (in Chinese).
- [6] Zhou Guoquan. Generalized beam propagation factors of truncated partially coherent cosine-Gaussian and cosh-Gaussian beams [J]. *Opt. & Laser Tech.*, 2010, 42: 489.
- [7] Liu Fei, Ji Xiaoling. Beam propagation factor of cosh-Gaussian array beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Phys. Sin.* (物理学报), 2011, 60(1): 014216-1 (in Chinese).
- [8] Kang Xiaoping, He zhong, Zhong Shan. The M^2 factor of nonparaxial truncated flat-topped beams [J]. *High Power Laser and Particle Beams* (强激光与粒子束), 2007, 19(2): 182 (in Chinese).
- [9] Kang Xiaoping, Lü Baida. M^2 of nonparaxial truncated cosh-Gaussian beams [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2005, 22(6): 851 (in Chinese).
- [10] Porras M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beam [J]. *Optik*, 1999, 110(9): 417-420.
- [11] Cao Qing, Deng Xinming, Guo Hong. Accurate expression of light intensity at transverse plane [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, 16(7): 897 (in Chinese).
- [12] Cao Qing, Deng Xinming. Power carried by scalar light beams [J]. *Opt. Commun.*, 1998, 151(6): 212.
- [13] Kong Ruixia, Wang Li, Wang xiqing. The beam waist width and its location of the elegant cosh-squared-Gaussian beams [J]. *Laser Journal* (激光杂志), 2004, 25(1): 41 (in Chinese).
- [14] Mandel L, Wolf E. *Optical Coherence and Quantum Optics* [M]. New York: Cambridge University Press, 1995: 113.