

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.02.015

基于 APD 参数建模的单光子探测研究

艾青¹, 万钧力²

(1 湖北理工学院电气与电子信息工程学院, 湖北 黄石 435003;

2 三峡大学电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 针对单光子雪崩光电二极管 (SPADs) 的单光子量子效率 (SPQE), 提出了一种严格的数学模型。模型适用于工作波长为 $1.3 \mu\text{m}$ 和 $1.5 \mu\text{m}$ 的 $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ 、InP 倍增层和 $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ -InP 异质结倍增层的 SPADs。模型作为器件结构、工作电压、倍增层材料的函数, 可用来优化 SPQE, 进而评估和优化盖革模式下 APDs 的性能。

关键词: 光电子学; 单光子量子效率; 雪崩概率; 暗计数; 雪崩光电二极管

中图分类号: TN364; TN919

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2013)02-0219-06

Investigation of single-photon detection based on APD parametric modeling

AI Qing¹, WAN Jun-li²

(1 College of Electrical and Electronic Information Engineering, Hubei Polytechnic University, Huangshi 435003, China;

2 College of Electrical Engineering and Renewable Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: According to single-photon quantum efficiency (SPQE) of single-photon avalanche photodiodes (SPADs), a strict mathematical model was proposed. The model is suitable for SPADs with $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ or InP multiplication layer as well as $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ -InP heterojunction multiplication layer for operating wavelengths of $1.3 \mu\text{m}$ and $1.5 \mu\text{m}$. As the function of the device structure, operating voltage, and multiplication layers materials, the model can be used to optimize SPQE, furthermore evaluate and optimize the performance of APDs in Geiger mode.

Key words: optoelectronics; single-photon quantum efficiency; avalanche probability; dark count; avalanche photodiodes

1 引言

单光子雪崩光电二极管 (SPADs), 也称为盖革模式雪崩光电二极管 (GM-APDs)^[1], 是一种在可见光和近红外光等众多要求高单光子探测效率应用领域中的重要器件^[2]。

工作波长为通信波长时, 盖革模式下与常规模式下 APDs 的性能存在着较大差异。出现这种情况很大程度上是因为缺乏对 APD 盖革模式下相应性能参数和器件优化策略的认识^[3]。本文提出一种数学处理的

基金项目: 湖北省自然科学基金 (2010CDB10803)、湖北理工学院科研项目基金 (09yjz42B) 资助

作者简介: 艾青 (1979-), 湖北黄石人, 硕士, 讲师, 从事通信系统仿真的研究和教学。E-mail: aiyu083@yahoo.com.cn

收稿日期: 2012-02-28; **修改日期:** 2012-07-12

方法来评估和优化盖革模式下 APDs 的性能,使 APDs 在盖革模式的装置中也能够获得常规模式下所呈现的优良性能。

2 SPADs 器件参数模拟及性能分析

评估盖革模式下 APDs 的雪崩特性应引入载流子的雪崩概率。通常,反向偏置电压超过某阈值(雪崩电压 V_{BR})时,雪崩概率从 0 跳变至 1。而雪崩概率从 0 到 1 的跳变越陡峭,器件雪崩特性就越好^[4]。然而,雪崩特性的提升并不意味着主要由单光子量子效率(SPQE)表征的盖革模式下 APD 性能的提升^[5]。

除了雪崩特性,还有一些其它的重要因素可以像倍增层厚度和结构的变化一样影响 SPQE,例如倍增层与吸收层中电场的大小和暗载流子的产生^[6]。而暗计数率 P_d 是包含在 SPQE 中的一个关键因素,它由暗载流子触发,会导致错误计数。至今,由于倍增层厚度和结构的变化而导致 SPQE 与 P_d 变化的这一领域并没有得到系统的研究。

我们提出一种理论模型用来评估 SPQE 对 SPAD 倍增层结构和厚度的依赖程度,为工作于纳秒门控模式 SPADs 的单光子探测和计数,以及探索和优化新型 APD 结构,提供一种有效分析方法。假设带到带遂穿载流子是倍增层暗电流的主要来源,通过研究工作电压和结构(倍增层厚度)与 SPQE 和 P_d 的关系来优化 SPADs。

3 雪崩概率和暗电流模型

研究载流子雪崩概率必须区分光子触发雪崩概率 P_α 与暗载流子雪崩概率 Q_α 。因为载流子所对应的雪崩概率依赖于载流子在倍增层产生或注入倍增层的位置^[7]。在分离-吸收-倍增(SAM) SPAD 中,光生载流子是假定注入倍增层的,暗载流子可以在倍增层任意位置随机产生。而在吸收层产生的暗载流子应理解为同对应的光生载流子具有相同的雪崩概率。

根据载流子触发雪崩的位置可定义两种不同类型的雪崩概率:注入式载流子雪崩概率 P_α 反映了注入倍增层载流子所致的雪崩概率。另一方面,分布式载流子雪崩概率 Q_α 表示倍增层中随机产生的暗载流子所致的雪崩概率。假定暗载流子产生依据倍增层中某种特定的空间分布,又因为所有的载流子所致的雪崩概率都依赖于载流子的产生位置,则 Q_α 为倍增层中暗载流子随机产生位置的所有可能情况的平均雪崩概率。这种分布式情况曾在 Hakim 等的关于线型工作模式下过噪声特性的文中提及^[8]。现在引入一种称为循环死空间倍增理论(DSMT)^[9]的方法来计算 P_α 和 Q_α 。

3.1 死空间倍增理论模型

设 APD 倍增层(可能由多层组成)从 $x = 0$ 到 $x = w$ 区间的电场分布为 $E(x)$ 。初始电子穿过梯度电场,并从 $x = 0$ 处注入倍增层的初始能量为 E_0 。根据基本碰撞电离原理,如果材料的电子电离阈值能量为 E_{ie} ,注入电子必须漂移初始死空间距离 d_{e0} 才能碰撞电离,其获得的能量为

$$(E_{ie} - E_0) = \int_0^{d_{e0}} qE(y)dy, \quad (1)$$

而且,根据严格阈值死空间倍增模型,初代载流子初始碰撞电离距离 ξ 的概率密度函数(PDF)给出如下

$$h_{e0}(\xi) = \begin{cases} \alpha(\xi) \exp \left[- \int_{d_{e0}}^{\xi} \alpha(y)dy \right], & \xi \geq d_{e0} \\ 0, & \xi < d_{e0} \end{cases}, \quad (2)$$

其中 $\alpha(\cdot)$ 为不依赖于位置的电子电离系数,可以用材料参数模型所模拟的电场来计算。初次电离后,具有零初始动能的两个电子和一个空穴便产生了。而且,对于一个 x 点处产生具有零初始动能的后代电子,其初始碰撞电离距离 ξ 的 PDF 如下

$$h_e(\xi|x) = \begin{cases} \alpha(x+\xi) \exp\left[-\int_{d_e(x)}^{\xi} \alpha(x+y)dy\right], & \xi \geq d_e(x) \\ 0, & \xi < d_e(x) \end{cases}, \quad (3)$$

其中, $d_e(x)$ 是其碰撞电离前必须穿过的死空间。同样, 后代空穴的初次碰撞电离距离 ξ 的 PDF 为

$$h_h(\xi|x) = \begin{cases} \beta(x+\xi) \exp\left[-\int_{d_h(x)}^{\xi} \beta(x+y)dy\right], & \xi \geq d_e(x) \\ 0, & \xi < d_e(x) \end{cases}, \quad (4)$$

这里 $d_h(x)$ 为 x 点处产生空穴的死空间。上述电离模型假定超过死空间距离的电离系数的值仅与材料和所处位置的电场相关。而贴近现实且更为复杂的模型则应考虑载流子的历史。尽管上述模型比较简单, 但它采用了循环技巧, 因而用来预测 APD 的低噪声因子是有效的。

利用上述模型求解载流子的雪崩概率, 令 $Z(x)$ 表示 x 点处产生初始能量为零的初代电子所致电子和空穴的总数目, $Y(x)$ 表示 x 点处产生初始能量为零的初代空穴所致的电子和空穴的总数目。如果是电子注入的情况 ($x=0$), 则 APD 的增益 G 为 $0.5(Z(0)+1)$ 。令 $P_{Z(x)}$ 表示 $Z(x)$ 为有限值的概率, 而 $P_{Y(x)} = P\{Y(x) < \infty\}$ 。然后调用循环理论给出计算 P_Z 和 P_Y 的两个非线性积分方程

$$P_{Z(x)} = \int_{w-x}^{\infty} h_e(\xi|x)d\xi + \int_0^{w-x} P_Z^2(x+\xi)P_Y(x+\xi)h_e(\xi|x)d\xi, \quad (5)$$

$$P_{Y(x)} = \int_x^{\infty} h_h(\xi|x)d\xi + \int_0^x P_Y^2(x-\xi)P_Z(x-\xi)h_h(\xi|x)d\xi. \quad (6)$$

将以上公式推广到初代载流子具有非零初始能量的情况。令 $Z_0(x)$ 表示 x 点处产生的具有非零初始能量的初代电子所导致的电子和空穴的总数目, ξ 表示初次碰撞电离的距离, $h_{e0}(\xi)$ 为概率密度函数。根据碰撞电离原理, 注入电子碰撞电离后两个新产生的电子和空穴将只拥有零初始能量, 而不依赖于注入电子所拥有的初始能量。因此, 初次电离发生在 ξ 处且 $Z_0(x)$ 为有限值的条件是产生的两个后代电子和后代空穴中每一个产生的后代载流子的总数目是有限值。由此, 可以列出改进了的循环方程

$$P\{Z_0(x) < \infty\} = \int_{w-x}^{\infty} h_{e0}(\xi|x)d\xi + \int_0^{w-x} P_Z^2(x+\xi)P_Y(x+\xi)h_{e0}(\xi|x)d\xi, \quad (7)$$

这样, 计算 $P\{Z_0(x) < \infty\}$ 时, 可以先根据 (5) 式和 (6) 式计算 $P_{Z(\cdot)}$ 和 $P_{Y(\cdot)}$, 然后将计算结果代到 (7) 式求得最终值。以上就是循环死空间倍增理论模型。

3.2 雪崩概率

假设电子空穴对在的任意 (一层或多层) 倍增层从 $x=0$ 到 $x=w$ 的任意区域产生。电子 (空穴) 沿着正 (副) x 方向上传输, 令 $f(x)$ 表示电子空穴对产生位置处的概率密度函数。设 $P_e(x)$ 表示 x 点产生的电子触发雪崩的概率; 同样地, $P_h(x)$ 表示 x 点产生的空穴触发雪崩的概率。则 x 点产生的电子空穴对共同触发雪崩的概率是

$$P_b(x) = 1 - (1 - P_e(x))(1 - P_h(x)) = P_e(x) + P_h(x) - P_e(x)P_h(x), \quad (8)$$

则区间 $[0, w]$ 内随机产生的电子空穴对触发雪崩的平均概率为

$$P_b = \int_0^w (P_e(x) + P_h(x) - P_e(x)P_h(x))dx. \quad (9)$$

为了确定 $P_e(x)$ 和 $P_h(x)$ 的值, 采用 DSMT 模型^[9] 将 (9) 式改写为

$$P_b = 1 - \int_0^w P_Z(x)P_Y(x)f(x)dx, \quad (10)$$

式中 $P_Z(x) = 1 - P_e(x)$ 表示 x 点产生的初代电子雪崩得到的总的电子和空穴的数量是有限值的概率。同样地, $P_Y(x) = 1 - P_h(x)$ 表示 x 点产生的初代空穴雪崩得到的总的电子和空穴的数量是有限值的概率。

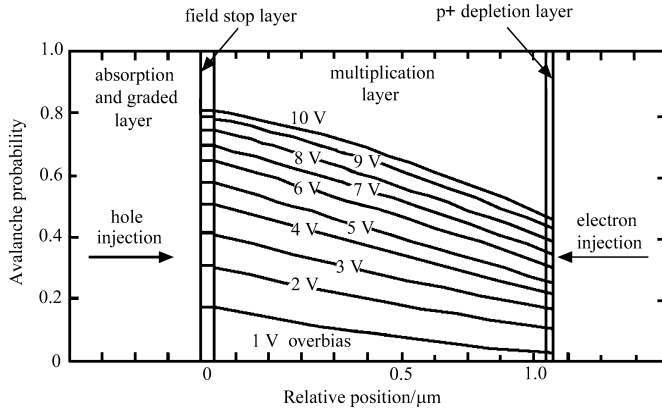


Fig.1 Avalanche probability as a function of relative position for electron-hole pairs generated in the multiplication region

注入式载流子雪崩概率 P_α 为 $P_e(x)$, 此时 $P_\alpha = 1 - P_Z(0)$ 。同样地, 若空穴于 $x = w$ 处进入倍增层, 则令 $f(x) = \delta(x - w)$ 。因为 $P_e(w) = 0$, 可得 $P_\alpha = P_h(w) = 1 - P_Y(w)$ 。

另外, 如果载流子对在区间 $[0, w]$ 内随机且均匀地产生, 则令 $f(x) = w^{-1}$, 可得分布式雪崩概率

$$Q_\alpha = 1 - w^{-1} \int_0^w P_Z(x)P_Y(x)dx . \quad (11)$$

3.3 暗电流模型

在 SPAD 中暗载流子主要有三种: 带到带隧穿电流, 器件缺陷中心释放的被捕获载流子 (后脉冲) 和热激发产生的载流子。起主导作用的暗载流子与器件结构及工作条件 (偏置电压, 重复率, 温度等) 有关。

根据 Karve 等提出的倍增层暗载流子产生的模型^[10], 在高电场下 (例如倍增层中的电压超过了击穿电压), 薄倍增层中带到带隧穿效应产生暗载流子成为了非常重要的因素。而且, 因为隧穿效应依赖于温度的因素很弱, 虽然 $T = 300$ K 时它并不处于支配地位, 但当温度降低时隧道电流就成为了暗电流的主要来源。每秒隧穿暗计数 ($N_{d,tunneling}$) 可表示为

$$N_{d,tunneling} = \frac{I_{tunneling}}{q} P_{eh} , \quad (12)$$

其中, $I_{tunneling}$ 为隧穿暗电流, q 是电子电荷, P_{eh} 为结区电子空穴对的初始雪崩概率。通常, 隧道电流随着电场增加呈指数增加, 可将 (12) 式改写成 (13) 式, 得到倍增层产生的暗载流子平均数目

$$N_d = P_{eh} C_1 V E_m e^{-C_2/E_m} , \quad (13)$$

其中 V 为结区电压降, E_m 为倍增层中电场最大值。 C_1 可表示为

$$C_1 = \sqrt{\frac{2m_r^*}{E_g} \frac{q^2}{4\pi^3 h^2}} , \quad (14)$$

C_2 由载流子的类型决定, 对于隧穿载流子有

$$C_2 = -\frac{4\sqrt{2m_r^*} E_g^{3/2}}{3qh} , \quad (15)$$

E_g 为倍增层的带隙, h 为普朗克常数, m_r^* 为隧穿有效质量, 其值可由下式计算

图 1 所示为温度 295 K 时, 倍增层为 $1.0 \mu\text{m}$, 吸收层为 $1.5 \mu\text{m}$ 的 SAM 结构 InGaAsP-InP APD 通过模型模拟的结果, 即不同偏压下 APD 层次中相关位置处产生的电子-空穴对所具有的雪崩概率。图中的电子-空穴对包含了倍增层中因为热激发和隧穿产生的暗载流子以及吸收层高电场区产生的光生载流子。空穴注入的雪崩概率最高而电子注入的雪崩概率最低, 其中倍增层中产生的电子-空穴对的雪崩概率比吸收层中产生的载流子的低。

作为特殊情况, 若光生电子或暗电子从吸收层注入倍增层, 可令 $f(x) = \delta(x)$, 即 Dirac delta 函数。在这种情况下, 因为 $P_h(x) = 0$, 则

$$\frac{1}{m_r^*} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_{lh}^*}, \quad (16)$$

这里, $m_e^* = 0.079m_0$ 为电子有效质量, $m_{lh}^* = 0.086m_0$ 为轻空穴有效质量。重空穴的有效质量为 $0.5m_0$, 比电子和轻空穴的有效质量要大很多, 为方便起见可在模型中忽略。在不同温度下, 实验装置在低于雪崩电压的直流偏压基础上, 叠加频率 500 kHz 持续时间 1.5 ns 的高于雪崩电压 1.5 V 的过偏压脉冲, 利用光子计数器对输出的电流脉冲进行计数, 即得到暗计数值。图 2 为 $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ APD 模型计算值与实验结果的比较。

3.4 单光子量子效率

以下讨论影响单光子量子效率 (SPQE) 的性能指标, 并给出简单倍增层 SPADs 和异质结倍增层 SPADs 雪崩概率的模拟方法。

假设 SPAD 的常偏压略低于雪崩电压 V_{BR} , 探测周期内周期性脉冲叠加时偏压则高于 V_{BR} 。脉冲宽度 2 ns, 频率 500 kHz, 每脉冲光子平均数目为 $N_0 = 0.1$ 。在如此弱的光脉冲强度的情况下, 两个或两个以上光子到达 SPAD 的可能性就可以忽略。最后, 设波长 $\lambda = 1500$ nm 时 SPAD 的量子效率 $\eta = 0.5$ 。

此时, SPQE 被定义为: 光脉冲到来且至少有一个光子撞击 SPAD 时, 光子触发雪崩而不是暗载流子触发雪崩的概率。数学上可表示为

$$SPQE = \frac{1 - P_d P_{opt}}{P_0}, \quad (17)$$

式中, P_d 为暗计数率, 即至少一个暗载流子成功触发雪崩的概率。 P_{opt} 为至少一个光子触发雪崩的概率。 P_0 是器件处于探测时间时至少一个光子撞击 SPAD 的概率。由于暗载流子呈泊松分布, 则 P_d 可表示为

$$P_d = 1 - e^{-Q_\alpha N_d}, \quad (18)$$

其中, Q_α 为暗载流子触发雪崩的概率, N_d 是器件探测时间内倍增区产生的暗载流子的平均数。

同样地, 因光子呈泊松分布, 可得

$$P_{opt} = 1 - e^{-\eta P_\alpha N_0}, \quad (19)$$

式中, N_0 为每脉冲的平均光子数目, P_α 为注入倍增层的光生载流子所导致雪崩击穿的概率。 η 为 SPAD 的量子效率, 即撞击光子被吸收并转换为电子空穴对的概率。

同样, 每一光脉冲至少提供一个光子的概率

$$P_0 = 1 - e^{-N_0}. \quad (20)$$

SPQE 的定义中包含了多于一个光子的脉冲到来的情况; 其次, 定义中假定单光子在探测时间内到来。另外, 量子密钥通信要求每一光脉冲中的平均光子数目 N_0 为 0.1 的情况使得 SPQE 的基于单光子和基于脉冲的两种定义大体相等。事实上当 $N_0 \ll 1$ 时, 计算显示基于脉冲定义的 SPQE 大体近似为

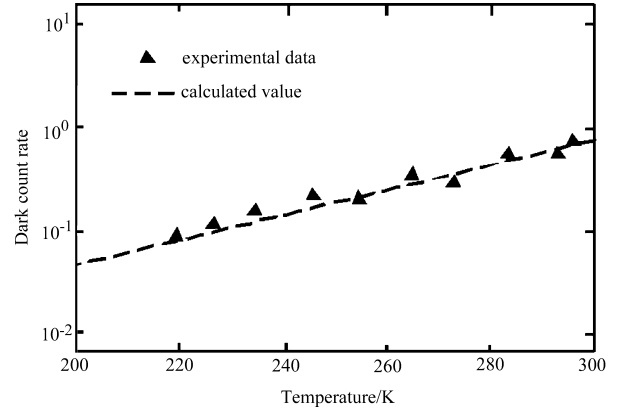


Fig.2 Experimental and calculated dark count rate as a function of temperature for $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ APD

$$SPQE \approx (1 - P_d)\eta P_\alpha, \quad (21)$$

而这正是探测时间内仅有一个光子到来的情况下 SPQE 的定义。

4 结束语

根据 SAMAPD 的结构, 在分析雪崩概率和暗计数的基础上, 提出了一种数学模型来模拟单一倍增层材料或异质结倍增层材料 SPADs 的单光子量子效率。该模型适用于盖革模式下工作的 InP 倍增层、In_{0.52}Al_{0.48}As 倍增层和 In_{0.52}Al_{0.48}As-InP 异质结倍增层材料 SPADs。根据模型对 In_{0.52}Al_{0.48}As-InP 异质结倍增层中 In_{0.52}Al_{0.48}As 层的厚度作优化可使 SPQE 达到最优值。

参考文献:

- [1] Ai Qing, Wan Junli, Luo Haiyue. Performance analysis of single-photon detection based on gated-mode APD [J]. *Technology and Market* (技术与市场), 2007, 2: 35-37 (in Chinese).
- [2] Wan Junli, Ai Qing, et al. Temperature compensation for gain of avalanche photodiode in laser gyro [J]. *Transducer and Microsystem Technologies* (传感器与微系统), 2007, 26(7): 18-20 (in Chinese).
- [3] Ai Qing, Wan Junli. Study of single-photon detection based on the channel capacity [J]. *Optical Communication Technology* (光通信技术), 2010, 34(3): 24-26 (in Chinese).
- [4] Mun S T, et al. A theoretical comparison of the breakdown behavior of In_{0.52}Al_{0.48}As and InP near-infrared single-photon avalanche photodiodes [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2009, 45(5): 566-571.
- [5] Verkhovtseva A V, et al. Generation efficiency of single-photon current pulses in the Geiger mode of silicon avalanche photodiodes [J]. *Physics and Astronomy Semiconductors*, 2009, 43(9): 1205-1208.
- [6] Silva D, et al. Real-time characterization of gated-mode single-photon detectors [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2011, 47(9): 1251-1256.
- [7] Ramirez D A, et al. Dependence of the performance of single photon avalanche diodes on the multiplication region width [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2008, 44(12): 1188-1195.
- [8] Kwon O H, et al. Optimized breakdown probabilities in Al_{0.6}Ga_{0.4}As-GaAs heterojunction avalanche photodiodes [J]. *IEEE Electron Device Letters*, 2004, 25(9): 599-601.
- [9] Hayat M M, Unal Sakoglu, et al. Breakdown probabilities for thin heterostructure avalanche photodiodes [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2003, 39(1): 179-185.
- [10] Karve G, et al. Origin of dark counts in In_{0.53}Ga_{0.47}As/In_{0.52}Al_{0.48}As avalanche photodiodes operated in Geiger mode [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, 86: 1-3.