

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.02.014

旋磁材料柱结构光子晶体平板的单向边界模式

濮荣强¹, 余红英¹, 刘珂鑫²

(1 芜湖信息技术职业学院电子信息系, 安徽 芜湖 241000;
2 浙江大学光电与电磁波研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 研究了在外加恒定磁场下, 旋磁材料柱按蜂窝状晶格排列的光子晶体平板的边界所支持的电磁表面波模式。研究首先表明, 在光子晶体平板的光子能带结构中, 最低二条能量曲线原有的简并点, 可以用外加磁场来解除, 从而在这二个能带之间形成一个禁带。进一步的研究表明, 基于这个光子禁带, 光子晶体板平板边界所支持的表面波模式只能单方向传播, 归因于系统的时间反演对称性被外磁场所破坏。这个三维系统中的单向边界模式, 在平板的法向方向上, 是依赖于等效全反射效应而被约束的。

关键词: 光纤与波导光学; 单向波传播; 有限元方法; 旋磁材料

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-5461(2013)02-0213-06

Unidirectional edge mode of photonic crystal slab formed by gyromagnetic material columns

PU Rong-qiang¹, YU Hong-ying¹, LIU Ke-xin²

(1 Department of Electronic Information, Wuhu Vocational College of Information Technology, Wuhu 241000, China;

2 Centre for Optical and Electromagnetic Research, Hangzhou 310058, China)

Abstract: The modes of electromagnetic surface waves sustained by the edge of a photonic crystal slab consisting of a honeycomb array of gyromagnetic material columns were investigated when an external dc magnetic field was applied to it. It is firstly demonstrated that in the photonic band structure of this photonic crystal slab, the original degeneracy point of the lowest two (photonic) energy curves can be lifted by applying an external magnetic field, thus forming a band gap between the two bands. Furthermore, it is demonstrated that based on this sort of band gap, surface mode sustained by the edge of the photonic crystal slab can propagate only in one direction, attributing to the time-reversal symmetry of the system broken by the external magnetic field. With the effective total internal reflection effect, the unidirectional edge mode in this three-dimensional system is confined in the direction normal to the photonic crystal slab.

Key words: fiber and waveguide optics; one-way wave propagation; finite element method; gyromagnetic material

1 引言

光子晶体是一种人工电磁材料, 它是由二种或二种以上介质的周期排列而构成的材料。光子晶体的主要特征为光子禁带, 即一个频率区间, 在该区间内, 光子晶体禁止光或电磁波在其中传播^[1~5]。光子晶体

基金项目: 安徽省教育厅资助项目 (0942)

作者简介: 濮荣强 (1962 -), 安徽马鞍山人, 硕士, 副教授, 研究方向为通信信息系统。 **E-mail:** ratchet2000@126.com

收稿日期: 2012-10-12; **修改日期:** 2012-11-22

的概念,来自于周期分布介质下电磁波波方程与周期性哈密顿算符下薛定谔方程的类比;最近,这个类比被推广到整数量子霍尔效应^[6,7],它描述了在强磁场下二维(2D)电子(晶体)系统的边界可以支持手性边缘态,对应只能单方向流动的边界电流。构造手性边缘态的要素是系统的非互易性,它是通过外加磁场来破坏电子系统的时间反演对称性来实现的,边界电流的流向完全由外磁场方向所决定,当磁场反向时,边界电流也随之反向。手性边缘态在电磁波(或光)领域的类比是电磁单向边界模式,对应的系统是由磁光(MO)材料构成的2D光子晶体,在强磁场作用下,光子晶体的边界可以支持只能单方向传播的电磁表面波(即所谓的电磁单向边界模式),它的传播方向由外加磁场方向所决定^[8,9]。目前,通过利用铁氧体材料构成的二维光子晶体,电磁波单向边界模式已在微波段得到了实验的证实^[10~12]。电磁波单向边界模式的出现,为实现新型非互易光子器件提供了一个崭新的物理机制,这些功能器件很可能是用传统的互易电磁模式无法来实现的^[13~15]。

电磁波单向边界模式作为一种表面波,它在几何位形上具有二维的拓扑特征,即在与边界表面平行又与模式传播方向垂直的方向上,模式场是无限地均匀延伸的,而这限制了它的实际应用,因为实际的导波,通常要求模式场在垂直于传播方向的整个横向平面内,都能得到有效的约束。Wang等最先提出,用一对金属平板来截断2D光子晶体系统,由于这个三维(3D)系统在物理上等同二维系统,其有限高度的光子晶体边界仍支持电磁波单向边界模式^[8],在与系统周期平面垂直的方向上,该模式因金属平板的限制而得到约束。然而,这样的方案仅适合在微波段用旋磁材料来构造单向波导(即支持单向模式的光子晶体边界),它无法推广到光波段,那里金属不再是理想导体;也不适合于用旋电材料来构造单向波导,相应的3D系统物理上不再等同2D系统^[6]。最近,Liu等提出了光子晶体平板单向边界模式的另一个方案,他们提出的结构是在MO材料平板中打三角周期排列的空气孔,在平板的法向方向上,单向边界模可以依赖全反射效应来约束(即所谓的折射率约束)^[16]。这种平板法向方向上的约束方式,不仅适用于旋磁材料,也适用于旋电材料,更不存在特殊波段的限制,因此该单向边界模式方案具有广泛的适用性。

相比于MO材料平板的空气孔周期结构,用有限高度的MO材料柱(或棒)构成的光子晶体平板,更方便于进一步引入缺陷来构造各种非互易的功能器件,如拔掉柱子或增加额外柱子,或改变某些柱子的尺寸等。然而,这种MO材料柱构成的光子晶体平板,是否也能支持电磁波单向边界模式,还是一个有待于研究的问题。先前的空气孔/MO材料光子晶体平板,它的边界是一个连续分布的介质,这为全反射效应提供了一个可靠的物理基础。相比之下,MO材料柱光子晶体平板的边界,是空气和MO材料的周期分布,即MO材料是离散的,尽管边界的平均折射率会大于1,是否存在着等效全反射效应,对单向边界模式而言,还是一个疑问,因为这种模式是一个表面波,在与(边界)表面垂直的方向上,模式场通常被约束在小于(真空)波长的范围内。在本文中,我们利用微波段旋磁材料-钇铁石榴石(YIG),来研究MO材料柱光子晶体平板系统下实现单向边界模式的可能性或可行性。

2 物理模型及数值模拟分析

考虑用有限高度的YIG柱子(横截面为圆形)按蜂窝状周期结构来排列,构成的光子晶体平板则如图1所示。为了简化物理模型,我们设想这些YIG柱是插在泡沫塑料(折射率近似为1)中的,因此介质柱可以近似地看成是在空气中排列。我们先来分析这种YIG柱光子晶体平板的能带特征,为此取介质柱的半径为 $r = 0.18a$,高度为 $h = a$ (a 是晶格常数),而YIG在微波段的相对介电常数是 $\epsilon_r = 15$ 。由于光子晶体平板的镜像对称性,在其中传播的波可分为准TM偏振和准TE偏振这二类模式^[17,18],在本文,只考虑准TM偏振波。我们将采用有限元方法(Finite element method)来计算光子晶体平板的能带。在计算中,只对一个周期单元来求解,它在 xy 平面内采用周期性边界条件,在 z 方向(即平板的法向方向)上则用完美匹配层(Perfect matched layers, PMLs)来截断光子晶体平板上下的空气敷层。

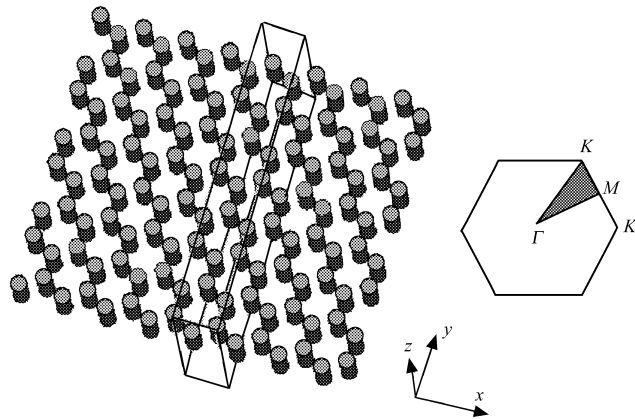


Fig.1 A gyromagnetic photonic crystal slab formed by a honeycomb lattice of YIG columns in polyfoam.
The right panel shows the first Brillouin zone

当光子晶体平板没有施加外部磁场时，YIG 柱的相对磁导率为 $\mu_r = 1$ ，计算得到光子晶体平板的能带结构如图 2(a) 所示。图 2 中的灰色阴影部分，是所谓的光锥区，代表了所计算系统的所有空间波辐射模式；光锥区下面的能带，则是被约束在平板中传播模式的能带（即色散关系）。我们看到，第一和第二个能带的分布曲线在布里渊区的 K 点处有交点（物理上称简并点），因此它们之间没有出现禁带。我们希望通过外加恒定磁场来改变 YIG 材料的电磁性质，由此解除这个 K 点简并以获取禁带。为此，在 z 方向上（沿 YIG 柱的轴向）引入一定强度的外部恒定磁场，由于 YIG 材料的磁光效应，这时 YIG 材料变为旋磁各向异性，相对磁导率则变成下面的张量形式^[19]

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_r & -i\mu_\kappa & 0 \\ i\mu_\kappa & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

这里 $\mu_r = 1 + \omega_0\omega_m/(\omega_0^2 - \omega^2)$ ， $\mu_\kappa = \omega_m\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$ ， $\omega_0 = 2\pi\gamma H_0$ 是进动频率（ $\gamma = 2.8 \times 10^6 \text{ rads}^{-1}\text{G}^{-1}$ ，为旋磁比）， H_0 是外加恒定磁场的强度； $\omega_m = 2\pi\gamma(4\pi M_s)$ ，其中 $4\pi M_s = 1780 \text{ G}$ ，这是饱和磁化强度。图 2(b) 给出了在 $H_0 = 1800 \text{ G}$ 下 YIG 柱光子晶体平板的能带结构。为了方便数值计算，在计算中我们取常数 μ_r 和 μ_κ ，对应 10 GHz 频率下的值，这是因为我们设想的工作频率是在 10 GHz 左右。数值计算表明，原能带结构图中的 K 点简并已被外磁场解除，出现一个归一化中心频率（ $\omega a/2\pi c$ ）在 0.4167 处的禁带。为了自洽，我们相应地取 $a = 12.5 \text{ mm}$ ，这样禁带的中心频率正好在 10 GHz 处。这个因外磁场感应而出现的禁带，为构造非互易的单向边界模式提供了一个前提条件，它伴随着系统时间反演对称性的破缺。

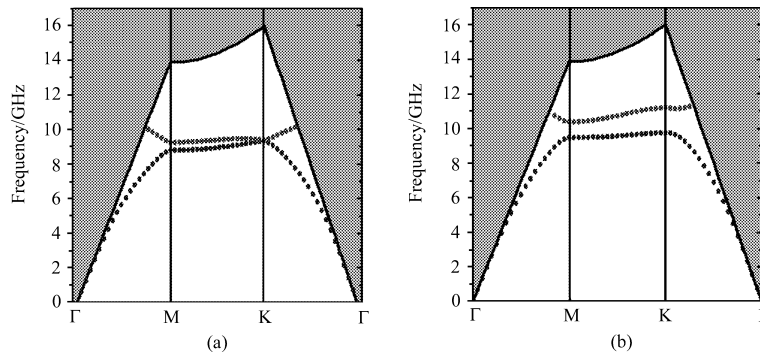


Fig.2 Band structure for a honeycomb lattice of YIG columns in air. The gray shaded area is the light cone.
(a) Without dc magnetic field applied, (b) With 1800 Gauss magnetic field applied in the z direction

现在考虑在周期平面 (即 xy 平面) 内来截断 (磁化的) 光子晶体平板, 使其与空气 (或泡沫塑料) 形成一个光子晶体界面, 而边界处的一排 YIG 柱子 (或棒), 它们的中心在 $y = 0$ 处。这个光子晶体边界要是能支持表面波模式, 模式的等效指数 ($n_{\text{eff}} = k_x/k_0$, 其中 k_x 为模式的传播常数, k_0 为真空波数) 则必须大于 1, 这样模式场才能在空气敷层中横向 (垂直于传播方向) 衰减; 另一方面, 在光子晶体平板中, 模式场则因禁带效应而横向衰减, 结果是模式场在整个横截面内被完全地约束。我们利用有限元方法和超胞手段, 来计算在外磁场作用下光子晶体平板边界上可能存在的表面波模式。在计算中, 超胞是一个长方体, 其高度要显著地大于 YIG 柱的高度, 以包含光子晶体平板上下足够厚的空气敷层; 包含 YIG 柱的一半超胞如图 1 所示, 另一半则是相同大小的空气长方体, 处在光子晶体界面的另一侧; 超胞中的空气敷层, 都由完美匹配层来截断。数值计算中采用的参数, 与图 2 (b) 中的完全相同。我们的计算表明, YIG 柱光子晶体平板的边界, 存在着表面波的解。图 3 给出了这种边界模式的色散关系 (实线)。作为被边界约束着的导模, 边界模式的色散曲线位于光锥 (灰色阴影部分) 的外面, 因此它的等效指数必然大于 1。可以看到, 色散曲线的 $k_x < 0$ 分支和 $k_x > 0$ 分支, 是关于 $k_x = 0$ 不对称的; 存在一个频率区间, 边界模式的群速度 (对应色散曲线的斜率) 都小于 0, 所有这些都表明, 光子晶体平板边界所支持的边界模式, 且它只能向 $-x$ 方向传播。显然, 这种边界模式能在 z 方向 (即平板的法向方向) 上得到约束, 只能依靠等效全反射效应, 归因于 YIG/空气交替的周期边界有大于 1 的平均折射率。在图 3 中, 我们同样给出了磁化下 YIG 柱光子晶体平板的能带沿 $\Gamma - K'$ 方向 (见图 1 中的布里渊区) 的投影 (蓝色的点), 边界模式的非对称色散关系, 正好处于由外部磁场所感应的禁带中。显然, 外部磁场感应的禁带宽度, 决定了单向边界模式的工作带宽。

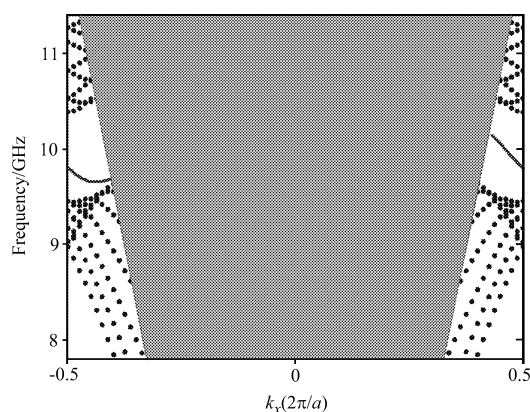


Fig.3 Projected band structure (dots) along the $\Gamma - K'$ direction. The solid line in the band gap is the dispersion curve of the edge mode

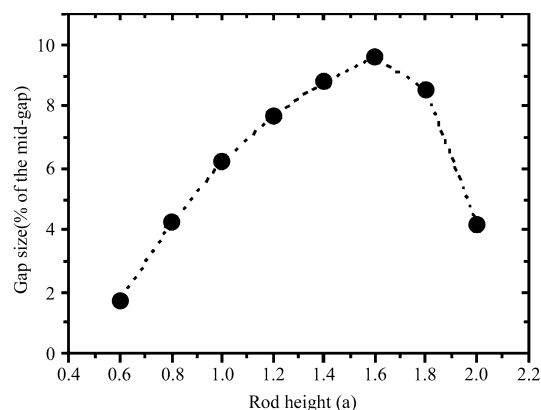


Fig.4 Relative gap width as a function of the YIG column height

人们已知, 对常规介质 (无磁光效应) 构成的光子晶体平板, 它的禁带宽度是平板厚度的函数, 并且存在着一个最佳厚度, 对应禁带宽度的最大值。对 MO 材料构成的光子晶体平板, 由外磁场所感应的禁带, 对平板厚度也应该有类似的依赖关系。我们可以设想, 当 MO 材料光子晶体平板太薄时, 平板所支持的导模, 模式场的大部分能量分布在平板的上下敷层中, 所以最低阶的二个能带会很接近敷层介质的色散关系, 即光锥区的边缘, 结果这二个能带能形成的禁带将很小。反过来, 当 MO 材料光子晶体平板很厚时, 平板所支持的导模中, 最低阶模会无限地接近 2D 光子晶体情形的结果, 但高价模 (包括第二个模式) 的截止频率也会大大地降低, 导致最低阶的二个能带在磁场感应下能形成的禁带又小了。所以, 对 MO 材料光子晶体平板的磁场感应禁带, 同样存在着一个最佳的平板厚度和禁带的最大值。为了验证这一点, 对 YIG 柱光子晶体平板, 我们计算了不同平板厚度 (或柱高度) 下的磁场感应禁带, 计算中采用的参数与图 2 (b) 中的相同 (除 YIG 柱的高度外), 计算结果已在图 4 中给出。可以看到, 外磁场感应的相对禁带宽度 (禁带宽度与其中中心频率之比), 在 $h = 1.6a$ 处出现了一个最大值, 它几乎比 $h = a$ 处的结果大了 1.5 倍。

最后, 为了更直观地展示所研究 YIG 柱光子晶体平板的边界, 能支持单向传播的边界模式, 我们利用有限积分技术 (FIT)^[20] 来模拟波在这种光子晶体边界上的传输。在数值模拟计算中, 我们采用了与图 3 相同的参数。此外, 在光子晶体边界上的两根 YIG 柱之间, 放置了一个与 YIG 柱子有相同高度的线电流源, 工作频率为 10 GHz。图 5(a) 和图 5(b) 给出了数值模拟的结果, 分别为电场的主要分量 E_z 在一个水平剖面 (在柱子的半高度) 上和一个垂直剖面 ($y = 0$) 上的分布。从图中可以看到, 线电流源只能激发向左传播的导模, 表明光子晶体边界不支持向右传播的导模; 被传播的模式场, 很明显地被约束在光子晶体平板的边缘, 模式场在边界上最强, 在边界的法向上往两侧衰减, 这表明导模是表面波, 即边界模式。此外, 这个边界模式在光子晶体平板的法向上, 模式场也得到了有效的约束 (见图 5(b)), 所以边界模在整个横向平面内是被完全约束着的。在这个例子中, 我们选择了一个较小的平板厚度 ($h = a$), 但单向边界模式场在平板的法向方向上仍然被较强地约束着, 说明法向上的等效全反射效应是非常有效的。图 5 给出的数值模拟现象, 可与图 3 中的边界模式性质很好地符合。

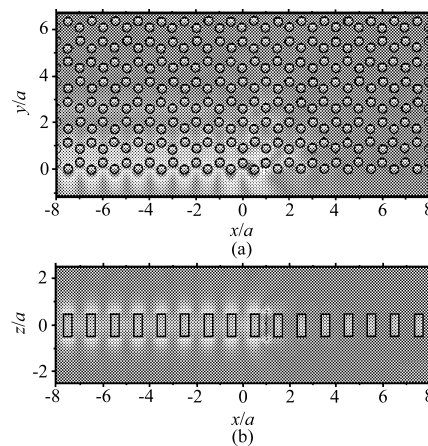


Fig.5 Spatial variation of amplitude of E_z field. (a) Horizontal cross section at the mid-height of the YIG columns, (b) Vertical cross section halving the outer columns

3 结 论

通过对 YIG 柱光子晶体平板在有、无外磁场下的能带分析, 光子晶体平板边界上表面波的求解, 以及直观的波在光子晶体平板边界上传输的仿真模拟, 本文的研究表明, 象 YIG 柱光子晶体平板这样的三维系统, 光子晶体边界可以支持准 TM 偏振的单向边界模式, 在垂直于传播方向的横向平面内, 这种模式的场被完全地约束着。我们的研究也表明, 可以利用等效全反射效应, 在光子晶体平板的法向上来约束单向边界模式的场。从麦克斯韦方程的二象性可知, 旋电材料柱光子晶体平板, 也可以实现准 TE 偏振的单向边界模式。我们的研究是针对微波段的磁光材料和波传播, 显然, 在更高的频段 (甚至是光波段), 只要有磁光效应足够强的旋电、旋磁材料, 这种单向导波方案就可以推广到该波段。

参考文献 :

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(20): 2059-2062.
- [2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(23): 2486-2489.

- [3] Pu Rongqiang, Yu Hongying, Shen Linfang. Band gaps in two-dimensional photonic crystals with composite square-lattices of dielectric columns [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(6): 735-740 (in Chinese).
- [4] Chen Shiqin. Density states properties of photonic crystal with group III-V semiconductor material [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(4): 491-494 (in Chinese).
- [5] Liu Guobin, Sun Xiaohong, Li Dahai, *et al.* Fabricating two dimensional photonic crystal by prism holographic interference method [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(2): 215-223 (in Chinese).
- [6] Haldane F D M, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100(1): 013904.
- [7] Prange R E, Girvin S M. *The Quantum Hall Effect* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1987.
- [8] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, *et al.* Reflection-free one-way edge modes in a gyromagnetic photonic crystal [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100(1): 013905.
- [9] Ao X, Lin Z, Chan C T. One-way edge mode in a magneto-optical honeycomb photonic crystal [J]. *Phys. Rev. B*, 2009, 80(3): 033105.
- [10] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, *et al.* Observation of unidirectional backscattering-immune topological electromagnetic states [J]. *Nature*, 2009, 461: 772-776.
- [11] Fu J X, Liu R J, Li Z Y. Robust one-way modes in gyromagnetic photonic crystal waveguides with different interfaces [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2010, 97(4): 041112.
- [12] Poo Y, Wu R X, Lin Z F, *et al.* Experimental realization of self-guiding unidirectional electromagnetic edge states [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 106(9): 093903.
- [13] He C, Chen X L, *et al.* Tunable one-way cross-waveguide splitter based on gyromagnetic photonic crystal [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2010, 96(11): 111111.
- [14] Wang Z Y, Shen L F, Zhang X M, *et al.* Photonic crystal cavity with one-way rotating state and its coupling with photonic crystal waveguide [J]. *J. Appl. Phys.*, 2011, 100(4): 043106.
- [15] Liu K X, Shen L F, Zheng X D, *et al.* Interaction between two one-way waveguides [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2012, 48(8): 1059-1064.
- [16] Liu K X, Shen L F, He S. One-way edge mode in a gyromagnetic photonic crystal slab [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(19): 4110-4112.
- [17] Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (2nd ed.) [M]. Princeton: Princeton University Press, 2008.
- [18] Johnson S G, Fan S, Villeneuve P R, *et al.* Guided modes in photonic-crystal slabs [J]. *Phys. Rev. B*, 1999, 60(8): 5751-5758.
- [19] Pozar D M. *Microwave Engineering* [M]. New York: Wiley, 1998.
- [20] Weiland T. A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields [J]. *Electron. and Commun. AEU*, 1977, 31: 116-120.