

线弹性广义界面层模型的研究

陈丽华^{*,1)} 徐元铭[†] 高小青[†]

^{*}(洪都航空工业集团 650 飞机设计研究所, 南昌 330024)

[†](北京航空航天大学, 北京 100191)

摘要 为了用界面层方法分析一般结构中的裂纹扩展问题, 提出了广义界面层的概念. 基于能量释放率 G 相等的原则, 对界面层的本构关系进行了线弹性等效. 在此基础上, 重点推导了含 I 型裂纹双悬梁 (DCB) 的载荷 - 位移函数, 并借助 Abaqus 软件对双悬梁的分层问题进行数值模拟. 理论推导和数值模拟的结果证明了广义界面层的线弹性等效是可行的.

关键词 广义界面层, 能量释放率 G , 线弹性等效, 分层, 双悬臂梁 (DCB)

中图分类号: V258 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2010)02-047-04

THE RESEARCH ON LINEAR & ELASTIC EQUIVALENCE OF THE GENERALIZED COHESIVE INTERFACE

CHEN Lihua^{*,1)} XU Yuanming[†] GAO Xiaoqin[†]

^{*}(No.650 Aircraft Design and Research Department of Hongdu Group, Nanchang 330024, China)

[†](School of Aeronautical Science & Engineering, Beihang University, Beijing, 100191 China)

Abstract In order to analyze the crack growth by the cohesive zone approach in a general structure, the concept of generalized cohesive interface is proposed. Based on the principle of the energy release rate and the linear elastic equivalence of the cohesive interface, the element's stiffness matrix is obtained. On this basis, the load/displacement function of the double cantilever beam(DCB) is obtained, under pure mode I condition. With the software BAQUS, the numerical simulation of delamination's growth is carried out. Analytic functions and numerical simulation's results show that the generalized linear elastic cohesive zone equivalence is valid.

Key words generalized cohesive zone, energy release rate G , linear& elastic equivalent, delamination, double cantilever beam(DCB)

引 言

复合材料具有高刚度, 高强度及低比重等优点, 在航空航天领域中的应用越来越广泛. 使用中发现复合材料结构的失效大多是由层间分离所引起的. 这就要求设计人员针对这一问题提供一种可靠而且适用范围广的模拟方法.

对复合材料的分层问题进行数值模拟有两个主要目标: (1) 模拟分层的开始, (2) 模拟分层的发展^[1]. 分层的发展在力学行为上与裂纹的扩张类似, 因此在模拟分层问题时常采用断裂力学的方法,

其中虚拟裂纹闭合方法 (VCCT) 应用的较为广泛. 这种方法有着较高的计算效率, 但其要求事先确定裂纹的扩展方向^[2], 这在复杂的结构中是无法实现的. 另一种应用的较为广泛的方法是界面层法^[1]. 这种方法用一种特殊的界面层来模拟复合材料单层间的相互作用. 由于界面层非常薄, 在实验中难以测定材料参数及相应的性能曲线, 研究人员通常需要事先假定界面层的应力应变曲线. 目前, 研究人员已经提出了多种的应力应变曲线, 取得了一定的研究成果^[3]. 然而国内有关界面层的理论的研究并不多,

2009-07-08 收到第 1 稿, 2009-09-29 收到修改稿.

1) 陈丽华, 男, 1984 年生, 硕士, 设计员, 主要研究方向为复合材料结构强度研究. E-mail: beichen111@126.com

其应用性研究也刚刚开始。

为了扩展界面层方法的适用范围, 本文根据界面层的基本性质提出了广义界面层; 并基于能量释放率 G 相等的原则, 对界面层的本构关系进行了线弹性等效并推导了含 I 型裂纹的双悬梁 (DCB) 的载荷 - 位移函数. 理论结果与实验值的对比表明线弹性等效的广义界面层模型可以用于分析分层或裂纹扩展问题.

1 广义界面层

在金属结构中, 当裂纹顶端附近的应力增大时, 金属材料将发生屈服并产生一个有一定厚度的塑性区. 从力学角度看, 金属结构中塑性区的作用与复合材料中的界面层的作用相同, 都是约束结构中各部分的相对运动, 而且能有效地降低裂纹尖端的应力集中程度. 因此该塑性区也可看成一种特殊的界面层, 本文称其为广义界面层. 这样就可以用界面层方法来研究一般结构 (即可以是复合材料结构也可以是金属材料结构) 的裂纹开裂问题.

在研究复合材料结构的分层或筋板界面分离时, 广义界面层指的是单层间起粘接作用的树脂层; 而在金属结构中, 广义界面层则是指在裂纹扩展过程中将产生塑性变形的部分.

据此在使用界面层方法来研究分层或裂纹问题时整个结构可分成两部分: (1) 广义界面层; (2) 除广义界面层之外的线弹性区域.

2 界面层的线弹性等效

对于多数工程材料, 广义界面层的尺寸与广大的线弹性区相比是一个小量. 因此界面层的能量不会对整个结构的能量分布造成显著影响, 其最主要的作用就是约束结构中各部分的相对运动. 因此可以推断当界面层的约束作用相同时, 结构的宏观力学行为与界面层的具体参数无关. 本文认为在研究结构的分层等问题时界面层的本构关系是线性的.

2.1 界面层的本构关系

Hashin^[4] 在 1980 年针对界面层提出了如下基本假设: 裂纹或分层的出现及扩展只与作用在分离面上的应力有关.

根据上述假设, 界面单元只能承受层间应力, 其他方向的应力均为 0. 因为界面层的厚度很小, 可认为在厚度方向, 界面层中的应力分布是均匀的. 因

此界面层的本构关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, σ_1 为界面层的法向拉应力, σ_2, σ_3 为界面层的切向剪应力; $E_i (i = 1, 2, 3)$ 为界面层在各个方向的弹性模量, $\delta_i (i = 1, 2, 3)$ 则是界面层的上表面与下表面的相对位移在各个方向上的分量, h 为界面层的厚度. 界面层的 1 方向为厚度方向, 又称法向; 2, 3 方向为界面层的切向.

2.2 线弹性等效准则

在断裂力学中, 能量释放率的临界值 G_c 表征了材料抵抗裂纹扩展能力的大小. 因此, 在对界面层进行线弹性等效时也得遵守 G_c 相等的原则. 由于裂纹的扩展本质上就是裂纹尖端处材料的断裂失效, 因此在线弹性假设下有

$$G_{ic} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{ic}^2}{E} \quad (i = \text{I, II, III}) \quad (2)$$

式中, $G_{Ic}, G_{IIc}, G_{IIIc}$ 分别为 I 型、II 型及 III 型裂纹能量释放率的临界值. σ_{1c} 为界面层法向的抗拉强度, σ_{2c}, σ_{3c} 为两个切向的抗剪强度.

2.3 界面层的失效准则

参照正交各向异性单层板的强度准则, 本文认为线弹性等效后的界面层遵守如下强度准则

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1c}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2c}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{3c}} \right)^2 &= 1 \\ \updownarrow \\ \left(\frac{G_I}{G_{Ic}} \right) + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right) + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3 双悬臂梁的载荷位移函数

以 Kanninen 为首的美国 BattelleColumbus 实验室的一个小组曾以双悬臂梁为试件来研究裂纹的扩展与止裂. 开始是以简单的梁作为模型进行准静态的分析, 接着又以弹性基础上的简单梁作为模型进行准静态分析 (以基础不断开裂模拟裂纹传播), 后来又以弹性基础上的 Timoshenko 梁为模型进行分析 (Kanninen 是用线性弹簧来模拟弹性基础的). 本文也以双悬臂梁为例, 对线性等效的界面层理论进行验证.

图 1 所示是在对称载荷 F 作用下的双悬臂梁, 其中白色线框表示悬臂梁, 高为 h_1 , 宽为 d , 长为 $(L + a)$. 黑色部分表示两悬臂梁之间的界面层, 其

厚度为 $2h_2$, 宽为 d , 长为 a . 设梁的弹性模量及剪切模量分别为 E_1, μ_1 , 界面层法向及切向的刚度分别为 E_2, μ_2 . 在图 1 中以界面层的中线为 X 轴, O 点为原点建立如图所示坐标系 (为了与能量释放率 G 相区别, 本文中的剪切模量均用 μ 表示).

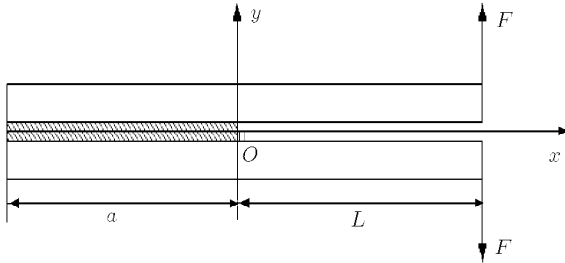


图 1 双悬臂梁示意图

当界面层足够长时, 悬臂梁左端的约束条件不会对悬臂梁的力学行为产生明显的影响. 为了简化计算设该悬臂梁右端是固支边界条件同时假定 $a \rightarrow +\infty$.

当裂纹的长度即 L 较小时, 无法忽略悬臂梁中的剪切效应, 此时可用 Timoshenko 梁理论进行分析. 根据对称性, 现取双悬臂梁的上半部分进行分析. 梁的弯矩 M , 剪力 F_s 及载荷集度 q 间有如下关系^[5] (M, F_s, q 按文献 [5] 所定义)

$$\frac{dM}{dx} = F_s, \quad \frac{dF_s}{dx} = q, \quad \frac{d^2M}{dx^2} = q \quad (4)$$

在 Timoshenko 梁模型中

$$\left. \begin{aligned} F_s &= -k\mu A \left(\frac{d\omega}{dx} - \psi \right) \\ M &= E_1 I \frac{d\psi}{dx} \quad \left(I = \frac{1}{12} h_1^3 d \right) \\ q &= -E_2 \frac{\omega}{h_2} d \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, ψ, A 分别为梁横截面的转角及面积, $k\mu$ 为梁横截面的等效剪切模量.

将式 (5) 代入式 (4) 可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{k\mu h_1 h_2}{E_2} \left(\frac{d^2\omega}{dx^2} - \frac{d\psi}{dx} \right) &= \omega \\ \frac{E_1 I}{k\mu A} \frac{d^2\psi}{dx^2} &= \psi - \frac{d\omega}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

边界条件

$$\left. \begin{aligned} \omega(-\infty) &= 0, \quad \psi(-\infty) = 0 \\ F_s(0) &= -F, \quad M(0) = FL \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由强度准则

$$\sigma_{2(0)} = \sigma_c = \sqrt{G_{Ic} E_2 / h_2} \quad (8)$$

解上述方程得该结构所能承受的临界载荷

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_c}{d} &= \sqrt{\frac{E_1 h_1^3}{12}} \sqrt{G_{Ic}} \frac{1}{Lk} \\ k &= \frac{\sqrt{k_1} \left(\frac{1}{k_1} - 1 \right) k_2 + \left(\frac{1}{k_1} + 1 \right) \sqrt{k_1} - (1 + k_1)}{\sqrt{\frac{1}{k_1}} + \sqrt{k_1} - 1 - k_1} \\ k_1 &= \frac{12h_2(k\mu)^2}{h_1 E_1 E_2}, \quad k_2 = \frac{h_1}{2L} \sqrt{\frac{E_1}{3k\mu}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由于界面层的弹性变形, 裂纹的实际长度将大于原先的长度. 上式中的无量纲参量 k_1 就反映了这种差异. 当 $k_1 \ll 1$ 时, 式 (9) 可简化成式 (10)

$$\frac{F_c}{d} = \frac{\sqrt{\frac{E_1 h_1^3}{12}} \sqrt{G_{Ic}}}{L \left(1 + \frac{h_1}{2L} \sqrt{\frac{E_1}{3k\mu}} \right)} \quad (10)$$

若取 $\frac{k\mu}{E_1} = \frac{5}{12(1+\nu_1)}$, 式 (10) 将与文献 [6] 中的式 (2-156) 完全相同. 式 (9) 中的另一个无量纲参量 k_2 反映了悬臂梁中剪切效应的强弱. 当 $h_1 < 0.1L$ 时, 式 (9) 可简化为

$$\frac{F_c}{d} = \sqrt{\frac{E_1 h_1^3}{12}} \sqrt{G_{Ic}} \frac{1}{L} \quad (11)$$

式 (11) 与文献 [6] 通过能量法所得到的式 (2-100) 是完全一致的. 又由欧拉梁理论可得

$$\omega_{c(L)} = \frac{F_c L^3}{3E_1 I} \quad (12)$$

联立式 (11) 及式 (12) 得

$$F_c = \left(\frac{E_1 h_1^3}{12} \right)^{1/4} (G_{Ic})^{3/4} \left(\frac{d^2}{3\omega_{c(L)}} \right)^{1/4} \quad (13)$$

式 (13) 与文献 [1] 中的式 (47) 是完全相同的. 其中, 文献 [1] 中的 ω 是指 DCB 梁右端的张开位移, 而本文中的 ω 指的是上悬臂梁右端的挠度. 前者是后者的 2 倍.

上述求解过程证明了线弹性等效的广义界面层模型是合理的, 可以用来研究分层问题. 其成功的将断裂力学与一般的失效问题联系起来. 当界面层非常薄, 刚度比较大时, 试件所能承受的临界载荷 F_c 仅与界面层的能量释放率的临界值 G_c 有关, 而与界面层的具体参数如 E, μ 及厚度 h 无关.

4 DCB 试件的试验结果与分析

双悬臂梁试验件由两块层合板组成,如图2所示,图2中箭头表示DCB上作用的均布载荷;裂纹的总长为 $(a_0 + a_p)$.具体的几何参数见表1.

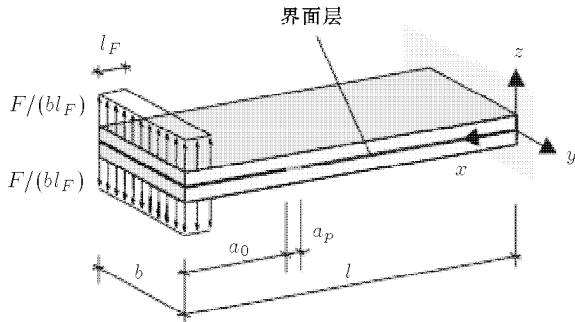


图2 双悬臂梁试验件

层合板的厚度 $h_1 = 1.5\text{mm}$.层合板的铺层顺序:(0/0/0/0/0)s,单层的编号为IM7/8552;厚为 0.125mm ,单层的材料常数见表2.试件的临界能量释放率: $G_{Ic} = 0.27\text{N/mm}$, $G_{IIc} = 0.687\text{N/mm}^{[1]}$.位移指 $x = 202\text{mm}$ 处裂纹张开后的距离.

表1 DCB的几何参数(mm)

l	b	l_F	a_0	a_p
210	20	16	40	5

表2 IM7/8552的材料常数(MPa)

E_1	E_2	G_{12}	G_{23}	ν_{12}
144000	7700	5900	5900	0.3

上述试件中 $h_1 = a/30$,可用式(11)及式(13)进行初步分析.由于DCB上作用的是均布载荷,因此裂纹的实际长度取为 $L = (a - 0.5l_F)$,经计算得 $F_b = 56.52\text{N}$.

图3中的阴影部分是上述双悬臂梁试件的实验值,单调增加的虚线的是欧拉梁的载荷-位移曲线,单调递减的虚线是由式(13)得到的临界载荷与裂纹张开位移间的曲线.黑实线则是文献[1]通过数值模拟得到的载荷-位移曲线.图3表明,当裂纹顶端的张开位移较小时,式(13)与实验值之间吻合得比较好.式(13)是在 $(h_2 k^2 \mu^2)/(hE_1 E_2)$ 远小于1的条件下求得的,当变形较小时,通过该式所得到的临界载荷将是一个上限.又因为式(13)没有考虑结构大变形的影响,所以当裂纹顶端的张开位移较大时,

其结果要小于实验值.由此可知,文献[1]的计算结果与理论解完全吻合是不太正确的.

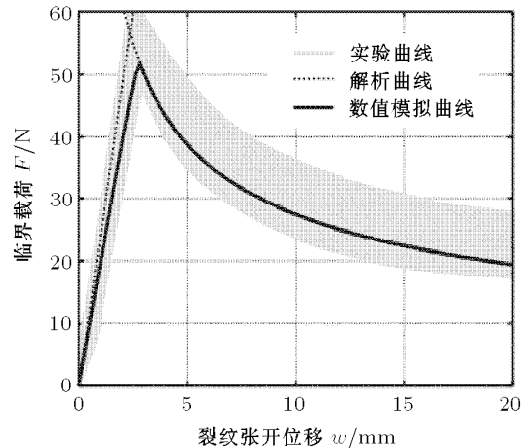


图3 DCB试验的载荷-位移曲线^[1]

5 结论

(1) 在分层或裂纹的扩展问题中,线弹性等效的广义界面层模型是可行的.其成功的将断裂力学与一般的失效问题联系起来.

(2) 当界面层的结构刚度较大主要是指界面层的厚度非常小时,结构的力学行为仅与界面层的临界能量释放率有关,与界面层的具体参数无关.

参考文献

- 1 Wagner W, Balzani C. Simulation of delamination in stringer stiffened fiber-reinforced composite shells. *Computers and Structures*, 2008, 86(9): 930~939
- 2 白瑞祥. 含损伤复合材料夹层板和加筋板的损伤扩展与破坏研究. [博士论文]. 大连: 大连理工大学, 2002 (Bai Ruixiang. Damage propagation and failure analysis of damaged composite sandwich & stiffened Plates. [Ph D Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2002 (in Chinese))
- 3 Zou Z, Reid SR, Li S. A continuum damage model for delaminations in laminated composites. *Mechanics and Physics of Solids*, 2003, 51: 333~356
- 4 Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Appl Mech*, 1980, 47: 329~334
- 5 单辉祖. 材料力学(I). 北京: 高等教育出版社, 1999 (Shan Huizhu. Mechanics of Materials (I). Beijing: Higher Education Press, 1999 (in Chinese))
- 6 张行. 断裂与损伤力学. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005 (Zhang Xing. Fracture and Damage Mechanics. Beijing: Buaa Press, 2005 (in Chinese))

(责任编辑: 周冬冬)