

点载荷作用下密集颗粒物质的 传力特性分析¹⁾

毕忠伟 孙其诚²⁾ 刘建国 金 峰

(清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘要 利用颗粒离散元商业软件 PFC3D, 模拟了在 $2\text{ m} \times 1\text{ m} \times 0.01\text{ m}$ 容器中直径分别为 0.01 m , 0.008 m 和 0.006 m 的颗粒各 1×10^4 个, 受重力作用下的静态密集堆积; 以此为初始条件, 在表层随机选择 7 个颗粒分别施加 $5.2 \times 10^{-2}\text{ N}$ (100 倍最大颗粒重量) 的点载荷, 进行应力传播特点研究. 结果表明: 力的传递在局部范围内呈现很强的各向异性; 应力涨落随着距离的增加呈指数下降; 在大于 5 倍最大颗粒粒径时, 其分布可以使用弹性力学理论来计算. 探讨了摩擦系数 $\mu = 0, 0.2, 1$ 对应力传递的影响, 随着摩擦系数的增加, 各向异性范围减小.

关键词 颗粒物质, 应力传播, 多尺度结构, 点载荷

中图分类号: O469 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2011)01-010-07

THE QUASISTATIC RESPONSE OF A GRANULAR MATTER TO A LOCALIZED LOADING¹⁾

BI Zhongwei SUN Qicheng²⁾ LIU Jianguo JIN Feng

(State Key Laboratory for Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A localized small force provides a unique non invasive probe based on both the structure of the force chain network and the response of granular matter. In this work, quasistatic packings of 30 000 spherical particles confined within a $2\text{ m} \times 1\text{ m} \times 0.01\text{ m}$ container are simulated by using discrete element method. The sizes of particles are 0.01 m , 0.008 m and 0.006 m , respectively, and the number of particles of each size is 10 000. A localized force is exerted on one of the top layer particles with a small magnitude of $5.2 \times 10^{-2}\text{ N}$, which is 100 times of the weight of the largest particle with the size of 0.01 m in order to ensure that the granular material keeps still. The results show strong heterogeneous pathways of force propagation and the fluctuations of force are evident. With the increase of the distance from the exerted particle, the force fluctuations are reduced. The calculated stress values agree with the Flamant solutions of stress as the distance is more than 5 times the size of the largest particle. The effect of surface friction of particles is discussed. The preliminary results indicate that a larger friction coefficient leads to more uniform stress distributions.

Key words granular matter, stress propagation, multiscale structure, localized loading

引 言

颗粒物质是大量离散的固体颗粒相互作用而组成的复杂体系, 广泛存在于自然界中, 比如堆石体、

堰塞体和碎屑流等, 其中的沙砾、碎石等在重力作用下紧密堆积, 属于密集颗粒体系. 近百年以来, 人们对此开展了大量工作, 形成了行之有效的唯象理论体系, 解决了很多工程问题. 最近 20 年来, 从基

2010-03-22 收到第 1 稿, 2010-11-30 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展计划 (2010CB731504), 国家自然科学基金 (50904036), 中国博士后科学基金 (20090450421) 和清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室自主项目 (2010-TC-1) 资助项目.

2) E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn

本物理层面，对颗粒物质体系平衡和运动规律及其应用的研究逐渐成为力学的一个新分支——颗粒物质力学。它从颗粒物质的多尺度结构及其运动规律出发，运用弹塑性力学、流体力学、热力学和统计物理等学科的成就，通过分析研究和数值计算，阐明颗粒物质的宏观性质，并对颗粒物质的宏观现象及其运动规律做出微观解释^[1]。

在密集体系中，颗粒间接触力起主导作用，且接触力沿着链状路径（即力链）结构传递，形成颗粒 → 力链网络 → 体系的多尺度结构。其中，力链网络形成了颗粒固体的骨架，是确定其力学性质，如稳定性、弹性和应力传递的重要因素^[2-3]。根据宏观运动状态，密集体系进一步分为颗粒流体（granular fluid）和颗粒固体（granular solid），对应本质不同的力链网络演变规律。比如颗粒固体的剪应力 $\tau \sim \gamma$ ， γ 为应变，此时力链网络持续存在，其应变可能为 $\sim \gamma$ ；颗粒流体中的剪应力 $\tau \sim \gamma'$ ， γ' 为剪切速率，此时力链网络发生频繁优化重构，其频率可能为 $\sim \gamma'$ 。

颗粒的基本特征是离散性和接触时能量发生耗散，这使得颗粒物质表现出远比普通固体和流体丰富的现象。首先，颗粒间发生点接触或微小面接触，小的外应力扰动就可以打破颗粒平衡，使得颗粒发生滑动或转动（或者两者同时发生），导致力链网络在局部演变；其次，能量沿着力链迅速衰减（基本按照距离的 e 指数衰减^[4]）。这些特征就使得颗粒体系易于塑性形变，甚至破坏（可能是单一的、贯穿性的局部化破坏面，也可能是由若干小破坏面组成分布式破坏），并且这一塑性变形或破坏仅发生在局部有限范围内，亦即发生在力链尺度上，此时连续性、均匀性和各向同性等假设显然不再适用。因此，从颗粒体系多尺度结构入手，特别是分析力链网络结构演变特征，可能对颗粒物质的力学响应予以机理上的理解。

对于力链网络结构对应力传递影响的研究，比较成功的是在颗粒体系表面施加点载荷时的传播规律研究。Da Silva 和 Rajchenbach^[5-6] 进行的光弹实验表明无序排列的颗粒堆受集中载荷作用时，其应力区域为一条抛物线型的边界，这一结果不同于连续介质弹性理论的结果。Bouchaud 等^[7] 采用 Boltzmann 公式分析了点载荷在颗粒物质中的传播特点。Silbert^[8] 通过对三维模型中心颗粒受摄动力作用的研究，探讨了无序度对颗粒传力特性的影响，并与弹性力学中的 Boussinesq 公式进行了对比。Goldenberg 和 Goldhirsch 也对这方面工作进行了大

量的研究^[9]，2008 年他们又对相应的研究进行了扩展讨论^[10]。他们对弹塑性模型、 q 模型以及 OSL (oriented stress linearity) 模型给出的应力传播形式进行了对比，指出三者的差别可由点载荷下方深 h 处的应力响应格林函数表示出来。弹塑性模型的应力响应函数是一个半高宽随着深度 h 线性增加的钟形曲线，应力的峰值位于顶部施力点的正下方； q 模型的应力响应函数也是一个简单的单峰分布，但是峰的半高宽正比于深度 $h^{1/2}$ ；OSL 模型得到颗粒体系底面的应力分布在二维时是一个对称的双峰（三维时是一个环带），在施力点的正下方为应力极小点。三者的分析结果似乎相互矛盾，实际上这些描述都是正确的，只是它们适用于不同尺度的颗粒体系，问题的本质在于颗粒力链的存在及其对应力传递方式的影响，每条力链在局域范围内对力的传递是各向异性的，那么颗粒数目较少的系统会偏离宏观的弹性特性，表现出强的涨落；颗粒数目足够大时，体系仍然表现出弹性特性。较大的颗粒表面摩擦系数以及系统无序度，力链形态表现出各向同性，因而增大颗粒系统的弹性适用区域。

颗粒离散元方法（discrete element method, DEM）是研究颗粒体系力链结构的有力工具，它不从显式满足连续介质力学定义的 3 个基本守恒方程出发，而是回归到组成体系的基本单位——离散颗粒，颗粒的运动可用牛顿第二定律描述，颗粒在空间的集合成该体系的力学、热学、物理和化学状态的分布及演化规律。由于摒弃了连续介质这一假设（连续介质实质上是一种抽象），离散元法能够方便地呈现局部非均匀性，准确处理局部结构细微变形等，将其分别应用于局部破坏区和宏观弹性变形区，能够准确、高效率地处理颗粒体系的复杂力学问题^[11]。

本文采用美国 Itasca 公司的颗粒离散元软件 PFC3D 数值模拟了颗粒物质受点载荷情况下的力学响应，基于接触力基本沿着力链方向传递的现象启发，分析了点载荷下径向应力的分布及其涨落与点载荷作用点距离的衰减关系，与点载荷的径向应力理论数值进行了对比，探讨了颗粒物质在小尺度和大尺度范围的传力特性。

1 模拟参数设置

选用直径分别为 0.01 m、0.008 m 和 0.006 m 的 3 种球形颗粒，每种粒径的颗粒各有 1×10^4 个，它们密集堆积在如图 1 所示的 Hele-shaw 准三维立方盒子中， $L = 2 \text{ m}$ ， $H = 1 \text{ m}$ ， $W = 0.01 \text{ m}$ 。颗粒的物性参数包括

密度 $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$, 摩擦系数 $\mu = 0.2$, 法向和切向刚度系数均为 $1 \times 10^8 \text{ N/m}$, 边界的法向和切向刚度系数均为 $1 \times 10^{10} \text{ N/m}$. 颗粒间的黏连作用忽略不计, 法向和切向接触力采用 Hertz 理论计算.

Hertz 接触理论假设: 相互接触的颗粒表面光滑且均质, 与颗粒表面相比接触面很小, 在接触面上仅发生弹性形变, 且接触力垂直于该接触面. 其作用力的大小可由两个粒子之间的相对距离来描述. 如果两个粒子之间发生接触, 即满足公式

$$\delta_n = (R_i + R_j) - D_{ij} > 0 \quad (1)$$

其中, D_{ij} 为颗粒 i, j 质心之间的距离.

当满足式 (1) 时, 两颗粒产生接触力 F_{ji}^c . 该接触力可以分解为垂直于接触面上的法向力与平行于接触面上的切向力. 法向力表示为

$$F^n = K_n \delta_n \quad (2)$$

K_n 为法向弹性常数.

对于切向力, 当颗粒刚开始接触时, 切向力为 0, 随着颗粒沿着接触表面相对滑移, 产生了切向力, 因此切向力可以通过增量的形式表达

$$F^t = -K_s \Delta \delta_s \quad (3)$$

K_s 为切向弹性常数. $\Delta \delta_s$ 为接触过程中的切向位移. 当切向力大于滑动摩擦力时, 颗粒就会滑动.

定义好颗粒的接触力后, 让颗粒在自重作用下堆积, 由于采用动态松弛法进行求解, 因此将颗粒自重下平衡的准静态问题引入阻尼转化为动力学问题.

通过对颗粒是否发生接触进行判断, 从而赋予颗粒相应的阻尼系数, 当颗粒之间完全脱离, 即不存在相互接触时, 阻尼系数为 0, 当颗粒之间发生接触时, 阻尼系数为 0.7, 加快平衡速度. 在颗粒体系表面的某一颗粒上施加点载荷 P , 如图 1 所示.

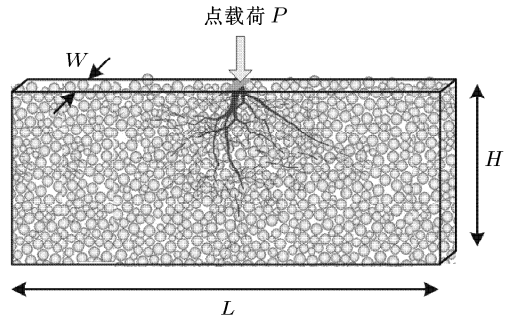
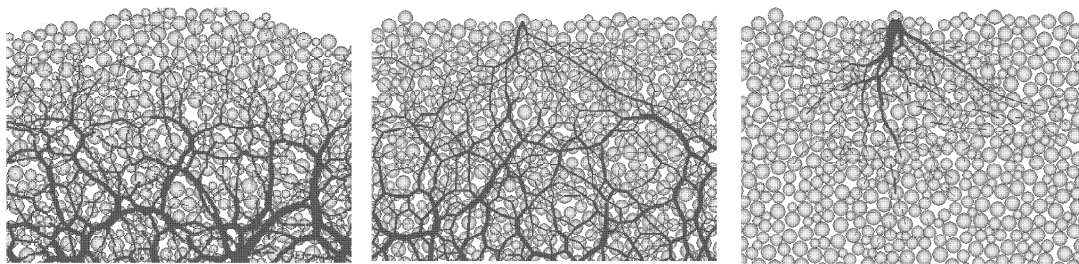


图 1 静态颗粒体系及点载荷加载示意图

图 2 是加载点附近力链分布情况, 其中 $\mu = 0.2$. 通过多次模拟, 确定 $P = 5.2 \times 10^{-2} \text{ N}$ (100 倍最大颗粒重量), 该力必须很小, 以至于不造成颗粒体系的塑性变形 (结构发生重组). 图 2(a) 是未加载, 可以看出自重作用下力的传播具有很强的随机性, 颗粒内部的受力非常不均匀. 部分颗粒承受较大的力, 当这些颗粒接触相互串联后, 构成了准直线形强力链. 由于颗粒重量的累加, 强力链随着深度增加而增多. 若干强力链间互相链接形成网络, 产生了非常明显的拱效应. 拱效应的存在, 说明颗粒能在受力后进行自我优化调整, 导致颗粒体系在某些部分的承载能力较大, 因此导致在内部存在空隙, 其中的颗粒承受非常弱的力.



(a) 自重 (b) 自重 + 点载荷 (c) 点载荷

图 2 颗粒体系局部的力链图 ($\mu = 0.2$). 力链的粗细与接触力大小成正比,

图 (c)(点载荷最大值为 $5.2 \times 10^{-2} \text{ N}$) 中的粗细与 (a), (b) 力大小的比例不相同

由图 2(a) 看到, 自由下落堆积形成的颗粒体系表面不平整, 本文将表面浅层颗粒删除, 得到较为平整的表面, 然后重新运行使得体系达到平衡, 最后对颗粒施加载荷. 从图 2(b) 可以看出, 由于载荷

较小, 在存在重力情况下的力链图中, 点载荷产生的力链并不明显. 由于研究重点是考察颗粒体系在受点载荷作用后内部力的传递过程, 因此在后面计算中的应力分布和力链演化均为减去颗粒体系自重

后的情况，如图 2(c) 所示，此时能够清楚看到颗粒体系内的传力情况，为研究提供了方便。

2 点载荷在体系中的传递

人们通过光弹实验和数值模拟发现，颗粒体系对于不同的摩擦系数 μ 和载荷 P ，表现出不同的响应，而 μ 直接影响颗粒的滑动和转动，对力链结构

的形态及其演变影响更为显著，因此本文主要分析在 P 相同而 μ 不同的情况下，力在颗粒体系中的传递规律。

2.1 $\mu = 0.2$ 时的应力分布

在颗粒体系表层，以中点颗粒为基准，向左右两边等间隔各取 3 个颗粒，共进行 7 个点的加载数值模拟，图 3 为其中 3 个点的传递过程。

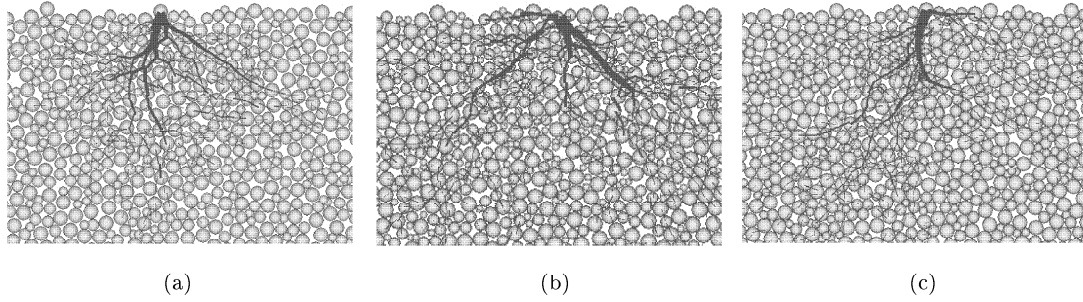


图 3 颗粒体系传力图 (点载荷最大值为 $5.2 \times 10^{-2} \text{N}$)

由图 3 可以看出，由于颗粒之间发生接触，接触方向各不相同，相应的每个方向上传递的应力分量也是各不相同的，因此导致在局部范围内，颗粒表现出了明显的各向异性，在图上表现出明显的分叉现象。同时，颗粒体系受点载荷作用后，强力链更加突出，而且在局部范围内具有很强的方向性，说明力的传递是不平均的，即在力的传播过程中存在强力链和力链网络。

过去很多的学者基于 q 模型，计算不同水平层上竖直方向的应力来探讨颗粒的力学性质。但是在模拟中发现，每一个颗粒的传力方向和大小都受周围颗粒和颗粒接触的影响，传力方向都是以颗粒质心为圆心，通过接触呈放射状向外传播，而不总是垂直向下的。因此，理想的计算情况应该是以每一个颗粒为原点建立一个极坐标系进行力的传播分

析^[12]。但是这样做无疑会加大计算工作量，特别当颗粒数量很大时，更是不切实际。本文以表层加载颗粒为圆心，建立极坐标系，在不同半径处分别布置测量球，共布置 20 层。通过测量球获得径向平均应力，进而绘制出颗粒物质的传力规律。测量球的径向应力 σ_{ij} 计算公式为

$$\sigma_{ij} = - \left(\frac{1-n}{\sum_{N_p} V^{(p)}} \right) \sum_{N_p} \sum_{N_c} |x_i^{(c)} - x_i^{(p)}| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (3)$$

其中， n 为测量球内的孔隙率； $V^{(p)}$ 为颗粒 p 的体积； $x_i^{(c)}$ 为颗粒接触的坐标； $x_i^{(p)}$ 为颗粒质心的坐标； $n_i^{(c,p)}$ 为质心指向接触点的单位法向量； $F_j^{(c)}$ 为接触力。在本文中，采用的测量圆半径为最大颗粒粒径。图 4 为对应于图 3 颗粒体系传力的应力分布图，本文只画出前 5 层的应力分布。

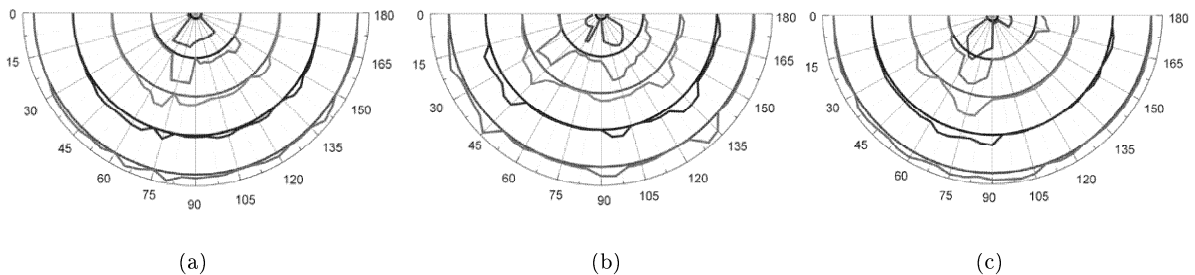


图 4 极坐标下，颗粒体系内部应力分布

由图 4 可以看出, 当上层颗粒被施加竖直向下的载荷时, 力向下部的颗粒传播, 由于这些颗粒是任意接触的, 因此力向下面两个颗粒的传播方向角 (与水平方向成的夹角) 不相同, 这与规则排列情况下的传播方向存在明显差异. 但是力的传递在局部范围内仍然表现出明显的双峰结构, 峰顶的宽度等于点载荷作用颗粒的直径. 而双峰之间的宽度受到上下层颗粒接触方向的控制. 而且在力的传播过程中, 虽然表现出在某个方向上的应力大于另外一个传播方向 (图 4(a)), 但是在 7 个点载荷的模拟过程中, 大致偏左或偏右的整体概率是相同的 (图 4(c)), 而且也出现了等值 (相差不超过 20%) 的双峰 (图 4(b)), 这说明颗粒结构对应力传播的影响是等概率的. 同时可以看出, 在第 4 层或者第 5 层颗粒范围内, 应力传播的峰值仅仅局限在一定角度方向内, 且涨落非常大, 因此在 5 倍测量圆直径范围内 (亦即最大颗粒粒径) 使用弹性力学计算得到的应力与实际颗粒体系的应力存在很大的误差, 在这个区域范围内应建立新的颗粒力学理论来解释. 在第 4,5 层以下, 颗粒体系内的应力波动减小, 应力的传播方向变得与施加载荷方向相同, 在极坐标图中表现为峰值点逐渐向 90° 方向转移 (也就是作用点的正下方). 这个与土力学中大量的工程实测是相吻合的. 在第 5 层后的范围内没有看见明显的强力链存在, 说明在远离作用点处, 力的传播是趋向于各向同性的.

2.2 应力统计规律

由图 3, 图 4 可以看出, 在局部范围内, 颗粒的受力极不均匀, 虽然在模拟过程中可以获得每个颗粒的受力状态, 但是研究单个颗粒的力没有任何价值, 更关心的是颗粒体系整体所表现出的力学特性, 即工程中关心的宏观状态. 对此进行了统计分析. 图 5 是所有加载情况下, 不同距离处径向应力与平均值的方差 δ . 可以看出, δ 随着深度成 e 指数形式下降.

在误差较大的局部范围内, 由于存在不同的峰值, 颗粒材料几何结构的各向异性更加明显, 表明了点载荷加剧了材料几何的各向异性. 而随着力的传递, 各个峰值减小, 表明颗粒体系几何结构的各向异性减弱. 因此, 在使用弹塑性理论描述颗粒物质的力学特性时, 只能是在大范围内进行描述, 也证实了细观尺度里面的力与宏观尺度里面的应力是相对应的, 为了精细描述颗粒物质的力学性质, 必须首先在局部范围内建立新的局部化颗粒力学理论

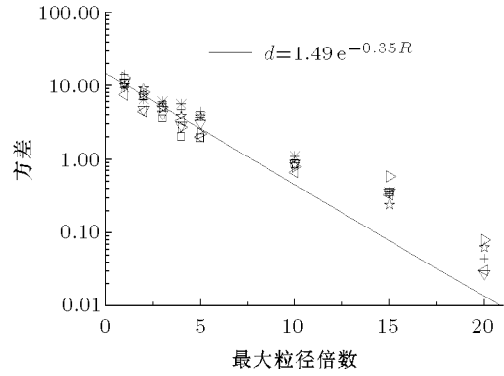


图 5 径向应力方差图

进行描述, 然后进行均匀化.

弹性力学中计算半无限体问题时, 一般都以 Boussinesq 解和 Flamant 解为根据, 但两者又有不同. Boussinesq 解关注点载荷 P 作用于半无限弹性体表面时的问题, Flamant 解关注半无限体表面上作用单位长直线的集中载荷. 本文通过在颗粒体系中某个颗粒施加载荷 P , 是通过颗粒的粒径来实现载荷的施加过程, 因此符合 Flamant 解中单位长度的集中载荷的表述, 为此将利用 Flamant 解与模拟值进行对比. 径向应力的 Flamant 公式为

$$\sigma_{\rho} = -\frac{2P}{\rho} \cos \varphi \tag{4}$$

式中, ρ 为半径, P 为载荷, φ 为载荷与垂直方向的夹角.

半径为 0.05 m 时应力的模拟值与理论值的对比情况如图 6 所示.

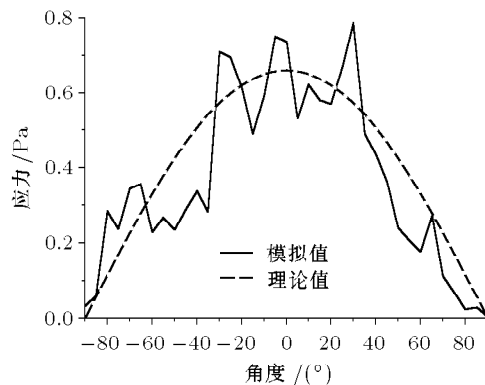


图 6 0.05 m 处应力的模拟值与理论值对比图

图 6 中横坐标为测量点与竖直方向的夹角, 纵坐标为该点的应力值. 虚线为 Flamant 解, 实线为模拟值. 可以看到, 模拟值涨落较大, 这主要是由于计算时带来的误差 (如接触的归属问题) 和应力测量圆内有限数量的颗粒接触所造成的. 但是模拟曲线的规

律与理论值一致，都表现为中间点应力较大，两边的应力值较小，趋近于 0。而且通过平均值可知，理论应力平均值为 0.365 Pa，模拟应力平均值在 0.41 Pa，最大误差不超过 15%。

由此可以得出，在颗粒体系内，存在明显的尺寸效应。这个现象符合弹塑性力学中的圣维南原理：分布于弹性体上一小块面积（或体积）内的载荷所引起物体中的应力，在离载荷作用区稍远的地方，基本上只同载荷的合力和合力矩有关；载荷的具体分布只影响载荷作用区附近的应力分布。通过对不同 μ 情况下模拟的应力平均值与 Flamant 解的方差（图 7），图 7 是一个半对数坐标图。可以看出，在半径较小时，无论有无摩擦，颗粒体系的离散性都非常大，但是在远离一定范围后，可以明显的看出，随着 μ 的增大，误差迅速递减， $\mu = 1, 0.2$ 时，颗粒体系在 0.05 m 处已经趋近于收敛状态。

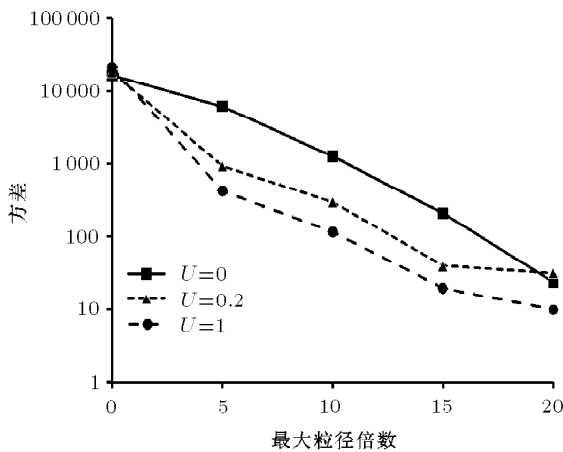
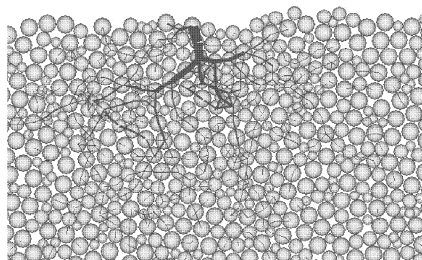


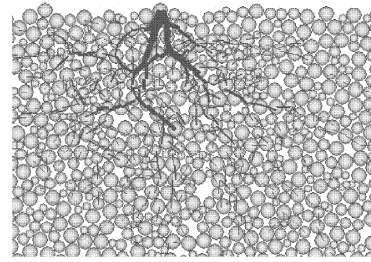
图 7 不同 μ 的径向应力方差

为了考察摩擦系数对颗粒体系中力的传播规律，针对 $\mu = 0$ 和 $\mu = 1.0$ 两种极限情况进行了数值模拟，其他条件保持不变，如图 8 所示。

从图 8 可以看出，摩擦系数 μ 对颗粒体系的应力传播具有十分明显的影响。在自重平衡后的颗粒体系中改变 μ ，颗粒的排列稍微不同于 $\mu = 0.2$ 的颗



(a) $\mu = 0$



(b) $\mu = 1.0$

图 8 不同摩擦情况下的传力图 (最大值为 5.2×10^{-2})

粒体系。表现为 $\mu = 0$ 的颗粒体系中颗粒排列比较松散，而 $\mu = 1$ 的颗粒体系中，颗粒排列更加紧密，颗粒体系的孔隙率减小。反映了随着 μ 的增加，颗粒体系向更加密集的体系发展，更接近于连续体，同时抵抗外力的能力也随着 μ 的增加而逐渐增强了。

还可以看出，颗粒体系中力的传播过程与 $\mu = 0.2$ 的情况下的传播还是存在一些差别。首先表现在受同样大小的载荷后， $\mu = 0$ 的强力链条数明显少于 $\mu = 1$ 的强力链条数， $\mu = 1$ 的颗粒体系表现出各项异性的局部范围小于无摩擦情况下的范围。 $\mu = 1$ 时，颗粒体系内的力在很小范围内就趋近于均匀分布，在极坐标系下，应力值的波动主要集中在前 3 圈测量球附近。相当于由于表面摩擦的存在，颗粒之间的接触力增大，使得力链与接触网络的抵抗外力的能力加强。同时明显地看到，力链的粗线变化很快趋于均匀化，说明随着 μ 的增大，颗粒体系向弹性体转变；同时局部范围内强力链的条数大于 $\mu = 0$ 的情况，表明该处的颗粒能承受比 $\mu = 0$ 的情况下更大的力，说明摩擦的主要作用表现为阻止颗粒产生滑移和滚动。同时可以看到，随着 μ 的增加，颗粒体系内力的传播，力链传播的方向性不明显，在作用点下面，没有明显的双峰（或者单峰较大）现象，而且，越往下力链的方向越与载荷的作用方向相同。这也说明在进行数值模拟时，必须慎重选择颗粒的 μ ，要尽可能使得数值模拟的 μ 与颗粒实际的 μ 相近。只有正确选择参数，才能使得颗粒整体表现出的宏观现象与实验相吻合。

从图 7 可以看出不同 μ 时， μ 越大，误差下降的梯度也越大，这也证明了 μ 越大，颗粒所表现出的传力特性与弹性体越相似。

3 结 论

颗粒物质是离散颗粒组成的非平衡态体系，认识颗粒 \rightarrow 力链网络 \rightarrow 体系的多尺度结构，是理解颗

粒体系宏观现象的可能途径,因此本文采用 PFC3D,从点载荷入手探知内部结构与宏观力学响应之间的关系,揭示了力的传递存在明显的非均匀性,局部范围内呈现很强的各向异性;力的涨落非常明显,随着距离的增加,涨落呈指数下降;基本上在大于5倍最大颗粒粒径(亦即0.05m)时,模拟值与理论值相吻合,应力的分布可以使用弹性力学理论来计算.探讨了摩擦系数 $\mu = 0, 0.2, 1$ 对应力传递的影响,当 $\mu = 0$ 时,各向异性范围较大,随着摩擦系数的增加,各向异性范围减小.

目前,人们对颗粒体系进行理论分析时,从细观结构分析宏观变形局部化的工作显然不够,原因在于细观过程的动态力学响应参数及其与之对应的细观结构演化缺少检测的方法和手段,导致很难将宏观与细观有机结合起来进行分析,致使对许多重要问题很难深入研究,比如哪些细结构及其演化对剪切带的形成、发展直到最后破坏起关键作用等.连续介质力学对此难于进行有效的和机理性的分析,需要系统开展颗粒物质力学的跨尺度研究,需要在不同结构层次上对动态变形过程中,所发生的细观结构及其演化规律进行系统研究,进而为理论研究提供足够的细观结构方面的信息和清晰的物理图像.新兴的颗粒物质力学正是遵循这一目标开展颗粒物质宏观现象的细观研究.

参 考 文 献

1 孙其诚,王光谦. 颗粒物质力学导论. 北京: 科学出版社, 2009 (Sun Qicheng, Wang Guangqian. An Introduction to the Mechanics of Granular Matter. Beijing: Science Press, 2009 (in Chinese))

- 2 Liu SH, Yao YP, Sun QC, et al. Microscopic study on stress-strain relation of granular materials. *Chinese Sci Bull*, 2009, 54(23): 4349-4357
- 3 孙其诚, 金峰, 王光谦. 密集颗粒物质的多尺度结构. 力学与实践, 2010, 32(1): 10-15 (Sun Qicheng, Jin Feng, Wang Guangqian. The multiscale structure of dense granular matter. *Mechanics in Engineering*, 2010, 32(1): 10-15 (in Chinese))
- 4 Lacombe F, Zapperi S, Herrmann HJ. Force fluctuation in a driven elastic chain. *Phys Rev B*, 2000, 63, 104104
- 5 Noblin X, Huillard G, Rajchenbach J. Photoelastic study of acoustic wave propagation in grain packings. In: Nakagawa M, Luding S, Eds. Proceedings of the 6th International Conference on the Micromechanics of Granular Media: Powders and Grains. American Institute of Physics, 2009. 439-442
- 6 Da Silva M, Rajchenbach J. Stress transmission through a model system of cohesionless elastic grains. *Nature*, 2000, 406: 708-710
- 7 Bouchaud JP, Claudin P, Levine D. et al. Force chain splitting in granular materials: A mechanism for large-scale pseudo-elastic behavior. *Euro Phys J E*, 2001, 4: 451-457
- 8 Silbert LE. Stress response inside perturbed particle assemblies. *Granular Matter*, 2010, 12 (1): 135-142
- 9 Goldenberg C, Goldhirsch I. Force chains, microelasticity and macroelasticity. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 084302
- 10 Goldenberg C, Goldhirsch I. Effects of friction and disorder on the quasistatic response of granular solids to a localized force. *Phys Rev E*, 2008, 77: 041303
- 11 徐泳, 孙其诚, 张凌等. 颗粒离散元法研究进展. 力学进展, 2003, 23(2): 251-260 (Xu Yong, Sun Qicheng, Zhang Ling. Advances in discrete element methods for particulate materials. *Advances in Mechanics*, 2003, 23(2): 251-260 (in Chinese))
- 12 Tighe BP, Socolar JE. Nonlinear elastic stress response in granular packings. *Phys Rev E*, 2008, 77(3): 031303

(责任编辑: 刘俊丽)

(上接第106页)

是很费时间的.所以说,准备好一个整齐的草稿本,是进入大学,准备培养较强的计算能力的第一步.第二就是,最好计算的每一步都检查无误了再进行下一步.这要比计算到最后一步再从头检查要省时间.时间长了,就是养成计算每一步都检查一下的习惯.这样出错的机会就可以降低很多.

也许你会认为,这很费事.其实一旦你养成习惯,就会发现,这其实是一种非常省时间和精力和精力的办法.学习的东西变得复杂了,需要认真校核和检查.在现代工业和软件工程

中,生产过程中设专门质量检查的部门,一部复杂的机器,要分成若干部件来检测,复杂的软件不仅要进行分块调试还要有专门的测试人员.大量数据的传输,为了避免错误,需要在原有信息码之外附加纠错码.可见对待任何复杂系统来说,附加一定的检查和纠正错误的劳动和资源是必不可少的.这些其实就是以上在学习中减少运算错误两个环节的发展.所以如果在学习的过程中,养成很少出错的习惯,在工作中,要使一个复杂系统正常运转,也会应付自如了.