

# 钢丝绳隔振器的非线性动力学模型<sup>1)</sup>

班书昊<sup>2)</sup> 李晓艳 蒋学东 胡爱萍

(常州大学机械工程学院, 常州 213016)

**摘要** 基于非线性钢丝绳隔振器的静态力学特性, 引入了频率软化系数, 建立了非线性动力学隔振模型. 基于该模型研究了钢丝绳隔振器对冲击激励与随机激励的动态响应, 对结果进行了讨论. 理论分析与数值模拟表明: 引入频率软化系数的隔振模型比传统的线性动力学模型具有更好的隔振效果, 更加符合实际情况.

**关键词** 钢丝绳隔振器, 非线性, 冲击, 随机振动, 隔振

中图分类号: O328, O322 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2012)01-066-04

## NONLINEAR DYNAMIC MODEL ON STEEL-WIRE ISOLATOR<sup>1)</sup>

BAN Shuhao<sup>2)</sup> LI Xiaoyan JIANG Xuedong HU Aiping

(College of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

**Abstract** A nonlinear dynamic model for the isolation system of steel-wire isolators is constructed with the introduction of a softened frequency coefficient based on static mechanical properties for steel-wire isolators. The dynamic responses to impulse and random vibrations of this system are investigated with the nonlinear dynamic model. The simulated results are discussed. The theoretical analyses and simulated results show that the nonlinear dynamic model with the softened frequency coefficient has a better isolation effect compared to the linear Hookean spring model.

**Key words** steel-wire isolator, nonlinear, impulse, random vibration, isolation

美国于 20 世纪 70 年代末研制成功的钢丝绳隔振器, 作为新一代干摩擦性抗冲元件, 具有大变形软化、宽频隔振、高阻尼比等特点, 具有良好的隔振性能, 而且耐腐蚀, 耐高温和低温, 已经在航空、航天、车辆、舰船等众多领域得到了广泛的应用<sup>[1-5]</sup>. 实验上, 国内外学者对钢丝绳隔振系统进行了大量试验研究<sup>[6-10]</sup>, 获得了钢丝绳相关的试验参数; 理论上, 由于它具有突出的结构非线性、几何非线性、材料非线性等因素, 以及明显的迟滞效应<sup>[11-12]</sup>, 因此, 对其非线性隔振的理论分析存在着较大的困难.

理论上, 描述钢丝绳系统控制微分方程的非线性项<sup>[13-14]</sup>可以由质量、阻尼和弹簧的任何一项引入, 甚至可以同时引入两项或三项非线性项. 著名的 Duffing 方程<sup>[15]</sup>假设了弹簧非线性, 引入了弱非线性, 但忽略了阻尼非线性. Duffing 方程的求解可

采用 Lindstedt 摄动方法<sup>[16]</sup>或迭代法<sup>[17]</sup>; Van der Pol 方程<sup>[18]</sup>假设阻尼是弱非线性, 忽略弹簧的非线性. Van der Pol 方程通常采用相平面<sup>[19]</sup>和极限环<sup>[20]</sup>的方法进行分析.

本文同时考虑阻尼非线性和弹簧非线性, 引入了刚度软化系数, 建立了非线性动力学模型, 采用 MATLAB 软件对该模型下的冲击响应与随机响应进行了数值模拟, 并与实验结果进行了对比. 结果表明, 本文给出的关于钢丝绳的非线性模型比较正确, 为钢丝绳隔振器在工程中的应用提供了理论依据.

## 1 研究方法

### 1.1 钢丝绳隔振器的静力特性

钢丝绳隔振器的基本结构如图 1 所示, 它是由一根多股不锈钢丝绳穿绕在上下两块夹板上再固定

2011-03-23 收到第 1 稿, 2011-05-23 收到修改稿.

1) 常州大学青年人才基金 (JQ201001), 江苏省青蓝工程 (QLG1102003) 和科技基础设施建设计划 (BM2010167) 资助项目.

2) 班书昊, 1978 年生, 男, 2004 年获清华大学硕士学位, 主要从事动力学的振动控制研究. E-mail: banshuhao@tsinghua.org.cn

而成，它的刚度与阻尼取决于钢丝绳的直径、股数、圈数以及缠绕方式和尺寸。可以通过一系列静力试验准确获得钢丝绳隔振器的相关数据。试验设备是由一套计算机数字控制的伺服液压试验台，试验原理如图 2 所示。通过 3 个方向（垂向、横向和纵向）的试验，可得到如图 3 所示的静态载荷-变形曲线。从图 3 可以看出，静态载荷-变形曲线在压缩状态下，垂向呈软化特性，X 和 Y 方向呈硬非线性特性，并且近似满足线性段刚度之比  $k_x : k_y : k_z = 1 : 1 : 3$ 。试验结果表明，钢丝绳隔振器的静态稳定性十分好，经多次长时间最大压缩变形后无明显机械损伤。

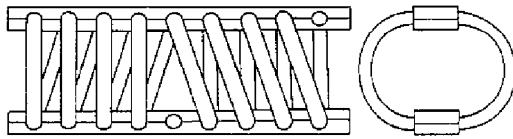


图 1 钢丝绳隔振器结构示意图

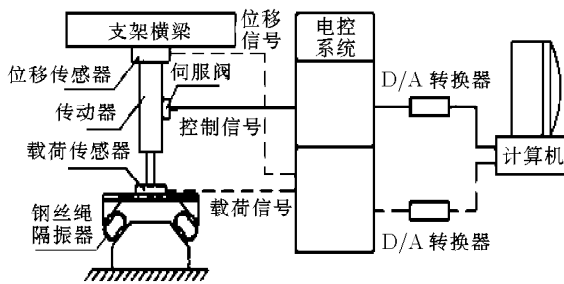


图 2 加载实验原理图

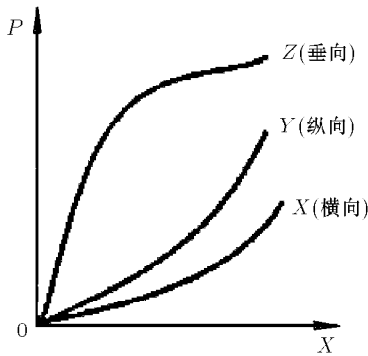


图 3 静载荷-变形曲线

### 1.2 钢丝绳隔振器的动态特性

通常安装钢丝绳隔振器的系统可以简化为单自由度的质量-弹簧-阻尼模型，在忽略非线性因素时，即认为钢丝绳的刚度和阻尼保持相对不变，系统可以用下列微分方程来描述

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

式中， $m$ 、 $k$  和  $c$  分别为设备的质量、钢丝绳的刚度和阻尼系数， $f(t)$  为系统的激励信号。

引入参数  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  与  $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ ，则方程 (1) 可简化为

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f(t) \quad (2)$$

对于理想线性弹簧， $\omega_n$  为常数，是系统的固有频率。对于钢丝绳隔振器，由于它的刚度与变形有关，因此需要重新定义  $\omega_0$ 。假定钢丝绳隔振器的额定载荷为  $F$ ，对应的静态试验变形为  $x_0$ ，取  $k_0 = F/x_0$  为系统的额定刚度。故

$$\omega_0 = \sqrt{k_0/m} \quad (3)$$

当隔振器工作时，应该在平衡位置（额定载荷对应的静变形）附近伸长或缩短。只要变形足够小，则可将  $\omega_n$  在额定变形  $x_0$  ( $x_0$  对应着系统的  $\omega_0$ ) 处进行泰勒展开

$$\omega_n(x) = \omega_0 + \left. \frac{\partial\omega_n}{\partial x} \right|_{x=x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2\omega_n}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^2 + \dots \quad (4)$$

尽管钢丝绳具有压缩刚度软化特征，然而在额定变形  $x_0$  的小邻域内仍可认为额定频率  $\omega_0$  取极大值（这是因为钢丝绳在压缩变形时，压缩刚度软化，在拉伸变形时蠕变特性导致拉伸刚度小于压缩刚度），故  $\left. \frac{\partial\omega_n}{\partial x} \right|_{x=x_0} = 0$ ，且  $\frac{\partial^2\omega_n}{\partial x^2} < 0$ 。取额定载荷下的静变形  $x_0$  为坐标原点，代入式 (2) 可得系统的运动微分方程

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0(1 - \kappa x^2)\dot{x} + \omega_0^2(1 - \kappa^2 x^2)^2x = f(t) \quad (5)$$

其中， $\kappa = -\frac{\partial^2\omega_n}{\partial x^2} \frac{1}{2\omega_0}$ ，称为钢丝绳隔振器的频率软化系数，实验测得式 (5) 定义的  $\kappa$  通常在  $0.001 \sim 0.005 \text{ mm}^{-2}$ ，在大脉冲冲击试验时，频率软化系数取大值，一般取小值。

如果令  $\xi = 0$ ， $\alpha = -2\kappa^2\omega_0^2$ ，忽略高阶项  $\omega_0^2\kappa^4x^5$ ，则式 (5) 可转化为著名的 Duffing 方程

$$\ddot{x} + \omega_0^2x + \alpha x^3 = 0 \quad (6)$$

如果令  $\kappa = 1$ ， $\beta = -2\xi\omega_0$ ，且忽略弹簧非线性，则式 (5) 可近似为 Van der Pol 方程

$$\ddot{x} - \beta(1 - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (7)$$

因此，从钢丝绳系统的控制微分方程方面来说，Duffing 方程与 Van der Pol 方程都可以看成是式 (5) 的特例。

### 2 结果与讨论

本文研究了安装钢丝绳隔振器后移动硬盘的动态响应特征, 其中  $m = 50\text{ g}$ ,  $k_0 = 450\text{ N/m}$ ,  $\xi = 0.12$ ,  $\kappa = 0.001\text{ mm}^{-2}$ .

#### 2.1 钢丝绳隔振器的冲击响应

图 4 给出了脉冲时间宽度为 11 ms, 幅值为  $A = 30\text{ g}$  的半正弦脉冲位移响应曲线. 由图知, 实验测得的位移曲线的峰值略大于数值模拟结果, 这是因为真实的钢丝绳具有较大的刚度软化系数. 如果采用理想线性弹簧 ( $\kappa = 0$ ) 来模拟位移响应, 其结果与实验具有较大的差异, 尤其是最大动变形 (位移峰值). 图 4 显示, 最大位移响应约为 20 mm, 应发生在脉冲作用之后 30 ms、位移响应在 100 ms 后才显著降低, 这刚好说明了钢丝绳隔振器具有非线性软化特征.

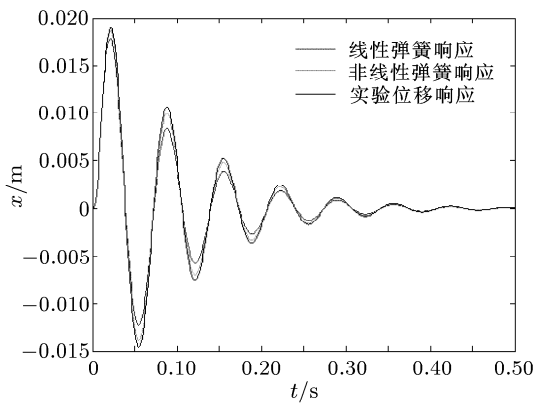
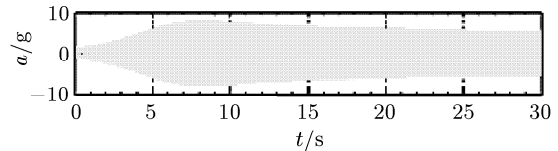


图 4 钢丝绳隔振器对半正弦脉冲的位移响应曲线

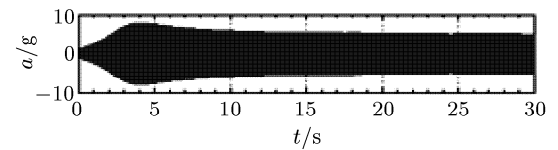
#### 2.2 钢丝绳隔振器的随机响应

图 5 给出了钢丝绳隔振器系统的正弦扫描响应曲线, 其中图 5(a) 和 5(b) 分别为加速度响应曲线的实验结果和数值模拟 (MATLAB 软件) 结果; 图 5(c) 和 5(d) 分别为位移响应曲线的实验结果和数值模拟结果. 其中, 系统的额定固有频率  $\omega_0 = 15\text{ Hz}$ , 正弦扫描频率范围为 5~50 Hz, 扫描加速度为 5 g, 扫描时间为 1 min. 对于加速度响应曲线, 实验结果截取了 30 s, 数值模拟结果截取了 60 s, 二者共同表明, 正弦扫描存在加速度放大现象, 这是因为扫频率是一个范围, 包含了系统的额定固有频率导致了共振发生. 图 5(a) 中共振时系统的响应加速度为 7.78 g, 共振放大因子为 1.56; 图 5(b) 中共振时系统的响应加速度为 7.77 g, 与实验结果 7.78 g 很接近, 这表明本文给出的钢丝绳非线性模型是正确的. 随着扫描频率的提高, 系统的动变形显著降低, 加速度响应

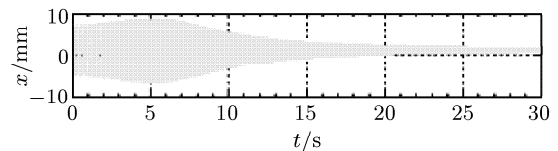
变化不明显, 图 5(a) 和 5(b) 皆约为 3 g. 实验测得共振时的最大动变形为 8.9 mm, MATLAB 模拟得到 9.0 mm, 略大于实验结果 (二者相对误差只有 1.1%), 这说明本文给出的模型中刚度偏软或者阻尼偏小造成的. 总之, 引入频率软化系数的数学模型在描述正弦扫描实验具有很高的准确性.



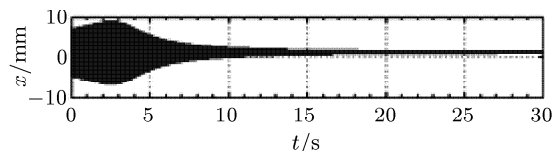
(a) 正弦扫描加速度响应曲线的实验结果



(b) 正弦扫描加速度响应曲线的 MATLAB 数值模拟结果



(c) 正弦扫描位移响应曲线的实验结果



(d) 正弦扫描位移响应曲线的 MATLAB 数值模拟结果

图 5 钢丝绳隔振器正弦扫描响应曲线

### 3 结 论

钢丝绳隔振器在承受半正弦脉冲激励时, 由于其内在的刚度软化特征导致动态变形较大, 需要历经 8 个脉冲时间宽度才能显著衰减; 加速度响应经过 2 个脉冲时间宽度就显著变小, 具有良好的隔振效果, 这是普通隔振器无法具有的优点.

钢丝绳隔振器对正弦扫描 (随机隔振的模拟实验) 的响应具有共振放大特性, 放大因子受到自身阻尼的限制, 同时由于它的刚度变软特征, 导致共振带很宽 (4s). 在响应过程中, 系统的固有频率随着变形的大小而变化, 越过共振带 (10s) 加速度与位移响应显著降低.

通过引入频率软化系数建立的非线性数学模

型, 能够更加真实地反映系统的模态特征, 借助 Matlab 软件可以准确地预测装有钢丝绳隔振器系统的最大动变形, 最大响应加速度。同时还可以指导钢丝绳隔振器的生产, 更好地给出其有效高度。

### 参 考 文 献

- 1 胡振锡, 毛家祥, 蒋金南等. SJ-1 型钢丝绳隔振器的非线性特性及其应用. 振动与冲击, 1988, 7(3): 67-72 (Hu Zhenyang, Mao Jiexiang, Jiang Jinnan, et al. Nonlinear characteristics and application of SJ-1 steel wire isolators. *Journal of Vibration and Shock*, 1988, 7(3): 67-72 (in Chinese))
- 2 束立红, 周炜, 吕志强等. 钢丝绳隔振器在大型机械设备的振动冲击隔振设计中的应用. 振动与冲击, 2006, 8(4): 78-81 (Shu Lihong, Zhou Wei, Lü Zhiqiang, et al. Stainless steel wire-rope isolator used in vibration and impact isolation design for large machine equipment. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, 8(4): 78-81 (in Chinese))
- 3 万叶青, 杨平, 张伟欣. 钢丝绳隔振器驾驶室减振性能研究. 拖拉机与农用运输车, 2006, 33(3): 22-24 (Wan Yeqing, Yang Ping, Zhang Weixin. Dynamic analysis on the operator's seat with steel wire isolator. *Tractor & Farm Transporter*, 2006, 33(3): 22-24 (in Chinese))
- 4 向红, 吴若梅. 钢丝绳隔振器在运输包装中的应用研究. 湖南大学学报 (自然科学版), 2002, 29(3): 65-67 (Xiang Hong, Wu Ruomei. Study of application of wire cable vibration isolator in fields of transport packaging. *Journal of Hunan University (Natural Sciences Edition)*, 2002, 29(3): 65-67 (in Chinese))
- 5 朱海潮, 何琳, 霍睿等. 用钢丝绳隔振器进行船舶主机隔振. 航海工程, 2002, (4): 12-15
- 6 郭张霞, 潘玉田, 裴畅贵. 钢丝绳隔振器的元件及其特性. 机械管理开发, 2005, 2: 7-9 (Guo Zhangxia, Pan Yutian, Pei Changgui. Components and characteristics of wire-rope vibration isolator. *Mechanical Management and Development*, 2005, 2: 7-9 (in Chinese))
- 7 熊世树, 唐家祥. 钢丝绳隔振器三向性能试验研究. 华中理工大学学报, 1998, 26(2): 77-79 (Xiong Shishu, Tang Jiexiang. Experimental studies on three-dimensional performances of vibration isolator for steel wire rope. *J Huazhong Univ of Sci & Tech*, 1998, 26(2): 77-79 (in Chinese))
- 8 王勇, 黄映云. 锤击法测评小型钢丝绳隔振器冲击特性. 船舶工程, 2007, 29(4): 79-82 (Wang Yong, Huang Yingyun. Measuring the shock characteristic of small wire-rope vibration isolators by hammering. *Ship Engineering*, 2007, 29(4): 79-82 (in Chinese))
- 9 黄映云, 秦俊明, 吴善跃等. 钢丝绳隔振器冲击特性试验研究. 海军工程大学学报, 2007, 19(1): 23-26 (Huang Yingyun, Qin Junming, Wu Shanyue, et al. Experimental investigation on shock characteristic of wire rope isolator. *Journal of Naval University of Engineering*, 2007, 19(1): 23-26 (in Chinese))
- 10 万叶青, 范立民, 齐煜. 钢丝绳隔振器非线性特性分析. 振动与冲击, 2007, 26(7): 46 - 50 (Wan Yeqing, Fan Limin, Qi Yu. Nonlinear characteristics analysis for steel wire isolators. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(7): 46-50 (in Chinese))
- 11 张予. 钢丝绳隔振器的迟滞动力特性分析. 华东交通大学学报, 2004, 21(2): 38-40 (Zhang Yu. Analysis of hysteretic dynamical characteristics about cable wire shock absorber. *Journal of East China Jiaotong University*, 2004, 21(2): 38-40 (in Chinese))
- 12 周桐, 刘青林. 钢丝绳隔振系统简化模型分析. 振动与冲击, 2007, 26(9): 55-60 (Zhou Tong, Liu Qinglin. Simplified model analysis of wire-rope vibration isolator. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(9): 55-60 (in Chinese))
- 13 Ly BL. A note on the free vibration of a nonlinear oscillator. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, 68: 307-309
- 14 Blaquiere A. Nonlinear System Analysis. New York: Academic Press, 1966
- 15 Pesterev AV, Bergman LA. An improved series expansion of solution to the moving oscillator problem. *J Vibration and Acoustics*, 2000, 122: 54-61
- 16 Lee V. Revisiting the moving mass problem: onset of separation between the mass and beam. *J Vibration and Acoustics*, 1996, 118: 516-521
- 17 Pesterev AV, Bergman LA. Response of a nonconservative continuous system to a moving concentrated load. *J Appl Mech*, 1998, 65: 436-444
- 18 Hayashi C. Nonlinear Oscillations in Physical Systems. New York: McGraw-Hill, 1964
- 19 Butenin NV. Elements of the Nonlinear Oscillations. New York: Blaisdell Publishing, 1965
- 20 Stoker JJ. Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems. New York: Interscience Publishers, 1950

(责任编辑: 刘俊丽)

(上接第 19 页)

- Guoqiang, Zhou Zaosheng, Zheng Quanping. Study status quo and development of aggregated effect of multiple earth penetrator bursts detonated simultaneously. *Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2002, 3(3): 45-49 (in Chinese))
- 16 李继承, 陈小伟. 尖锥头长杆弹侵彻的界面击溃分析. 力学学报, 2011, 43(1): 63-70 (Li Jicheng, Chen Xiaowei. Theoretical analysis on the interface defeat of a conical-nosed projectile penetration. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(1): 63-70 (in Chinese))
  - 17 何丽灵, 陈小伟. 高速侵彻混凝土弹体的形状演化模拟. 力学学报, 2011, 43(4): 707-715 (He Liling, Chen Xiaowei. Simulation of variation of projectile nose during high-speed penetration into concrete. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(4): 707-715 (in Chinese))
  - 18 Baker WE. 江科译. 空中爆炸. 北京: 原子能出版社, 1982

(责任编辑: 刘俊丽)