

多重分形理论的大盘股和中小盘股差异性分析

汪冬华¹ 索园园¹ 李欣然²

(1. 华东理工大学商学院; 2. 上海财经大学统计与管理学院)

摘要: 采用 2007 年 1 月 15 日~2011 年 7 月 29 日间的中证 100 指数和中证 500 指数分别代表我国大盘股和中小盘股的走势,采集 2 种指数 1 分钟的高频数据生成指数收益率序列,利用统计方法和多重分形-降趋脉动分析(MF-DFA)方法,比较研究 2 种指数整体的统计特性和多重分形特性;并基于每个交易日数据的多重分形分析,构造新的风险度量指标 MFV,用以比较大盘股和中小盘股的风险。结果表明:① 2 种指数整体分布呈现尖峰胖尾分布,中间部分均服从双指数分布,尾部极端收益率服从幂率分布;② 中证 500 指数整体的谱宽度较大;③ 中证 500 指数的日 MFV 有 70%左右大于中证 100。由这些不同均可得到大盘股的风险小于中小盘股这一结论,也弥补了传统风险测度指标在金融市场复杂系统中的不足。

关键词: 多重分形-降趋脉动分析; 大盘股; 小盘股; 波动率; 风险度量

中图分类号: C93;F832.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-884X(2012)07-1025-07

A Study on Differences between Large-cap-stock and Small-cap-stock Based on Multifractal Theory

WANG Donghua¹ SUO Yuanyuan¹ LI Xinran²

(1. East China University of Science and Technology, Shanghai, China;

2. Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai, China)

Abstract: In this paper, we study the overall statistical properties and multifractal characteristics of CSI 100 index and SCI 500 index which represent large-cap-stock and small-cap-stock respectively using statistical methods and multifractal detrending fluctuation analysis (MF-DFA) based on the 1 minute high frequency data from January 15, 2007 to April 18, 2008. A new market risk measure based on two main parameters of multifractal spectrum is constructed to compare the volatility and risk of SCI 100 index with SCI 500 index. The results show that the distribution of the two indexes have peak fat-tail as a whole, exponential form in the center and power-law tails, however, SCI 500 index poses fatter tail, stronger multifractal, and the new risk measure(MFV) implies SCI 500 has more risk, which makes up the inadequacies of traditional risk measures in the complex nonlinear financial system.

Key words: MF-DFA; large-cap-stock; small-cap-stock; volatility; risk measurement

1970 年 FARMER^[1] 提出有效市场假说,这是金融市场研究的一个重要概念,其核心思想是,任何时刻的证券价格都能完全反映出所有可获得的信息。在金融市场满足此假说和金融资产的收益率服从正态分布的基础之上,学术界和实务界通常用方差或者标准差来衡量金融资产风险,然而,近年来大量的实证研究发

现,收益率序列服从“尖峰厚尾分布”^[2]且波动率具有长程记忆性^[3],同时发现股市的异常现象无法用有效市场模型来解释,如长期反转效应^[4]、一月效应^[5]或月度效应^[6]。

为了能更好地解释金融市场中的现象,EDGAR^[7] 首次提出“分形市场假说”。GHASHGHAIE 等^[8] 最早将多重分形方法应

用于外汇市场,发现美元和德国马克外汇价格波动的矩函数具有非线性的标度律。MANDELROT^[9]利用多重分形去刻画金融市场波动性的复杂度。对于多重分形特性的研究方法包括移动标度分析法^[10]、配分函数法^[11]、多重分形-降趋脉动分析(MF-DFA)法^[12]、多重分形降趋移动分析法^[13]等。多重分形被广泛应用于金融时间序列的分析,LIU等^[14]发现,标准普尔500指数波动率的累积分布符合幂率的渐进行为。SUN等^[15]利用多重分形的数盒子法说明香港恒生指数具有多重分形的性质,并提出多重分形分析能够对股市的上涨和下跌做出预测。WEI等^[16]研究上海证券综合指数(SSEC)的5分钟高频数据,依据多重分形的重要参数,先后构造了新的衡量时间序列波动率指标。

我国股市是新兴的市场,有着与发达国家成熟市场相同的特征,但是由于体制的特殊性和法律等各方面的不健全,导致我国股市有着自己特殊的性质,如波动性更大,投机性强,有效性差等,而其中股市的大盘股表现较中小盘股稳定。本研究选取中证100指数和中证500指数分别代表中国股市的大盘股和中小盘股,从3个方面分析大盘股和中小盘股的差异:①整体的基本统计特性和分布;②采用MF-DFA方法对2种指数进行整体多重分形分析;

③将所有数据以每个交易日为单位进行分组,构造新的风险度量指标对2种指数做进一步分析。

1 数据与基本统计特性

1.1 数据处理

本研究选取时间跨度为2007年1月15日~2011年7月29日的中证100指数(000903)和中证500指数(000905)分别反映沪深证券市场中最具市场影响力的一批大市值公司和中小市值公司的整体状况,取样的数据是每1分钟采集一次的高频指数数据(262 080个数据),定义指数对数收益率为

$$r(t) = \ln I(t) - \ln I(t - \Delta t), \quad (1)$$

式中, $I(t)$ 表示 t 时刻指数价格; Δt 表示收益率时间间隔。

1.2 基本统计性质

中证100和中证500指数1分钟对数收益率的时间图以及基本统计特性见图1和表1。从图1可见,这2种指数收益率的波动幅度有着明显的差别,中证500指数在金融危机期间,即2007年中期~2009年末具有较大的集聚效应且波动相对较大,由此可知中证500指数,也即中小盘股,对投资者而言风险更大。

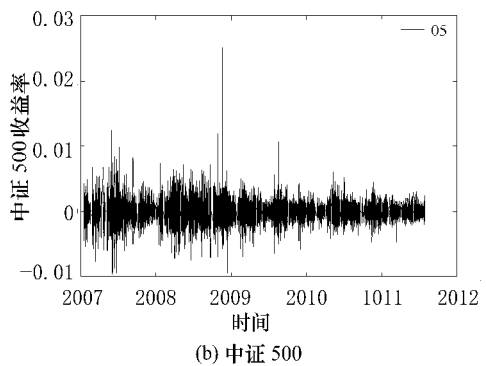
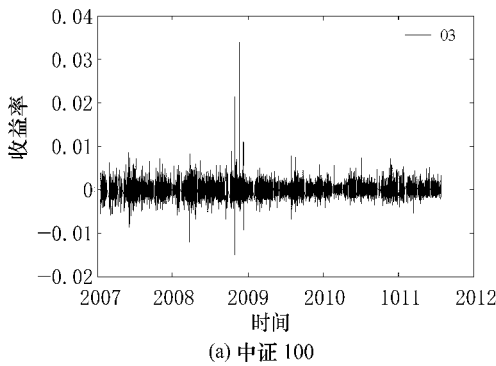


图1 中证100和中证500指数的收益率

表1 中证100和中证500指数1分钟对数收益率的基本统计性质

参数	中证100指数	中证500指数
min	-0.014 9	-0.009 5
max	0.034 0	0.025 1
mean	$4.764 1 \times 10^{-6}$	$9.170 6e \times 10^{-6}$
方差	$5.413 6 \times 10^{-7}$	$6.170 6 \times 10^{-7}$
偏度	0.724 3	0.109 7
峰度	30.704 2	14.189 3
J-B	79 209***	91 453***

说明:***代表在1%水平下显著;J-B为Jarque-Bera统计量。

表1给出中证100和中证500指数收益率数据的一些基本统计性质,从中可得知前者的总体波动(方差)弱于后者,但是都不服从有效市场假说中的正态分布假定,J-B检验非常显著。2种指数的峰值相对较高,分别为30.704 2和14.189 3,远高于正态分布的峰值3,这说明2种指数的对数收益率序列具有尖峰厚尾的特征。

1.3 指数整体分布特性

(1)整体经验概率分布 研究发现,无论是

成熟的资本市场还是新兴的资本市场,其对数收益率序列都展现出较为显著的“尖峰厚尾”的特征。图 2 给出了中证 100 和中证 500 指数收益率的经验概率分布图。可见 2 种指数的对收益率序列具有明显的尖峰厚尾的特征。

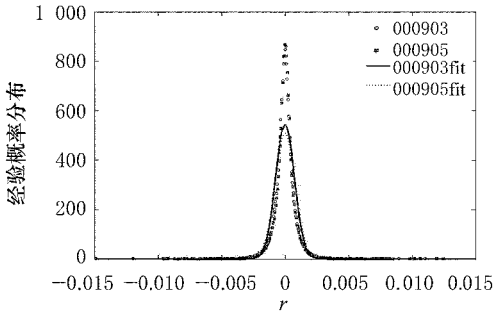
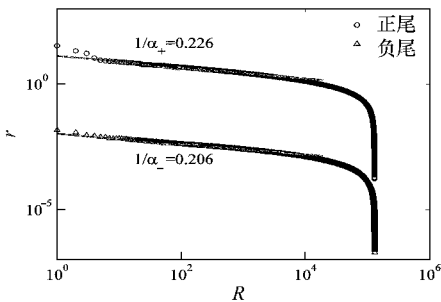


图 2 中证 100 和中证 500 收益率的经验概率分布

(2)中部概率分布 无论是国外成熟市场中的股票如纽约证券交易所、纳斯达克证券交易所股票^[17],还是新兴的中国市场股票^[18]的收益率序列的中部都服从指数分布,而尾部收益率序列却不包含在中部的拟合函数中^[19]。不仅股票收益率具有这样的性质,指数收益率同样具有。研究发现,中证 100 指数和中证 500 指数对数收益率的经验概率密度函数的中间部分服从双指数分布

$$f(r) \sim \exp[-k_{\pm i} |r|], \quad i = 000903, 000905 \quad (2)$$

图 3 是 2 种指数的对数收益率的中部概率分布图。在区间 $(-0.005, 0)$ 和 $(0, 0.005)$, 分别对中证 100 和中证 500 指数进行双指数分布函数拟合。为了使得图形更容易比较,将中证 100 指数图的纵轴乘以 100。不难看出,在这一区间 2 种指数收益率均服从双指数分布。对于中证 100 指数,斜率分别为 $k_{-000903} = 1\ 803.7$ 和 $k_{+000903} = 1\ 615.0$; 中证 500 指数的斜率分别为 $k_{-000905} = 1\ 550.8$ 和 $k_{+000905} = 1\ 563.7$, 2 种指数



(a) 中证 100

收益率的双指数分布呈现出不对称性^[18]。由图 3 可见,尾部的数据不能很好地被拟合。

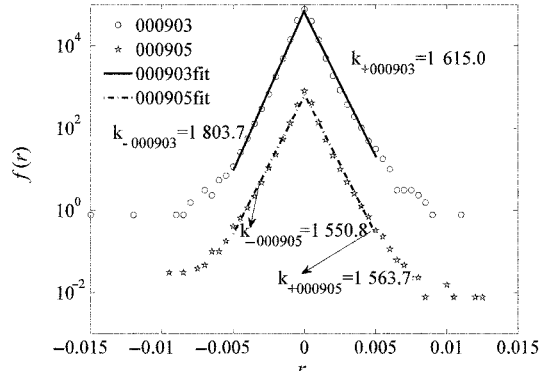


图 3 中证 100 和中证 500 对数收益率经验概率密度函数的双对数图

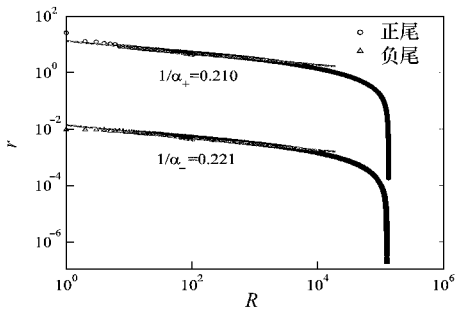
(3)尾部概率分布 为了更好地刻画尾部极端收益率的一些隐含性质,采用文献^[20]的分阶排序法来予以描述。考虑所有的对数收益率序列 $r(j), j = 1, 2, \dots, n$, 其真实概率密度为 $f(r)$, 互补概率分布为 $C(x) = \int_x^\infty f(y)dy$ 。将这 n 个观察值从大到小排序, 得到

$$r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_R \geq \dots \geq r_n,$$

式中, R 为阶。于是, $nC(r_R)$ 是不小于 r_R 的观察值的数量, 即 $nC(r_R) = R$ 。如若收益率序列 $r(j), j = 1, 2, \dots, n$ 具有幂率尾分布, 则可以得到

$$r_R \sim R^{-1/\alpha}. \quad (3)$$

由图 4a 可见, 正收益率、负收益率的尾部均近似服从幂率分布, 其正、负尾部指数分别为 $1/\alpha_+ = 0.226$ 和 $1/\alpha_- = 0.206$; 图 4b 是中证 500 指数的尾部分阶排序双对数图形, 可见其尾部同样近似服从幂率分布, 其正、负尾部指数分别为 $1/\alpha_+ = 0.210$ 和 $1/\alpha_- = 0.221$ 。



(b) 中证 500

图 4 中证 100a 和中证 500b 的分阶排序序列和阶数 R 的双对数图

2 多重分形特性

2.1 MF-DFA 算法

以 MF-DFA 法^[12]研究金融市场时间序列的多重分形特性,所要考察的时间序列为 $\{r(t), t=1, 2, \dots, N\}$,具体方法包含以下步骤:

步骤 1 构造新的时间序列

$$y(j) = \sum_{t=1}^j [r(t) - \langle r \rangle], \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

式中, $\langle r \rangle$ 为样本均值。

步骤 2 将时间序列 $y(j)$ 分成 m 个不重叠的子序列,每个子序列具有相同的长度 s ,使得 $N = ms$,若无法等分,则可以从两端重复计算,以消去边界效应。

$$Y(k, j) = \{y(j) : (k-1)s + 1 \leq j \leq ks\}, \\ k = 1, 2, \dots, 2m. \quad (5)$$

步骤 3 对每个子序列使用最小二平方回归法计算趋势函数 $\tilde{y}(k)$,在拟合的过程中使用的是线性函数。在第 k 个子序列降趋后得到剩余序列的方差为

$$[F(k, s)]^2 = \frac{1}{s} \sum_{j=(k-1)s+1}^{ks} [Y(k, j) - \tilde{y}(j)]^2, \\ k = 1, 2, \dots, 2m \quad (6)$$

步骤 4 定义 q 阶波动函数为

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2m} \sum_{j=(k-1)s+1}^{ks} [F(k, s)]^q \right\}^{\frac{1}{q}}. \quad (7)$$

在此 q 能取任何非零的实数,当 $q=0$ 时由洛必达法则得

$$\ln[F_0(s)] = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \ln[F(k, s)]. \quad (8)$$

步骤 5 计算不同 s 所对应的波动 $F_q(s)$,对于时间序列,波动函数 $F_q(s)$ 和时间间隔 s 之间能够得到如下标度关系

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}, \quad (9)$$

式中, $h(q)$ 为非线性函数,当 $q=2$ 时, $h(2) = H$ (霍斯特指数),所以 $h(q)$ 被称为广义霍斯特指数。

步骤 6 由多重分形的标准化形式、多重分形的标度指数 $\tau(q)$ 能够刻画多重分形的特性,即

$$\tau(q) = qh(q) - D_f, \quad (10)$$

式中, D_f 为多重分形度量下几何支撑的分形维度。对于时间序列, $D_f = 1$ 。如果 $\tau(q)$ 是 q 的一个非线性函数,则此时间序列具有多重分形的性质。通过勒让德变换,可以得到奇异性强度函数 $\alpha(q)$ 和多重分形谱函数 $f(q)$

$$\begin{cases} \alpha(q) = d\tau(q)/dq; \\ f(q) = q\alpha - \tau q. \end{cases} \quad (11)$$

2.2 实证分析

利用 MF-DFA 方法分别对中证 100 和中证 500 的对数收益率进行分析。根据式(6), s 的取值范围为 $6 \sim N/6$ (N 为时间序列的长度), q 的变化为 $-4 \sim 4$,可以得到 2 种指数收益率序列的广义霍斯特指数,见表 2。

表 2 中证 100 和中证 500 指数对数收益率的广义霍斯特指数

阶数(q)	中证 100 指数	中证 500 指数
-4	0.655 9	0.707 8
-3	0.633 4	0.682 8
-2	0.611 8	0.655 2
-1	0.590 4	0.626 7
0	0.568 9	0.598 5
1	0.547 9	0.572 6
2	0.527 2	0.549 8
3	0.505 1	0.528 7
4	0.478 2	0.507 9

图 5 为中证 100 和中证 500 指数收益率的多重分形广义霍斯特指数图。从表 2 和图 5 可见:①当阶数 q 从 -4 增加到 4 时,中证 100 指数对数收益率的广义霍斯特指数从 0.655 9 递减到 0.478 2,中证 500 指数的对数收益率的广义霍斯特指数从 0.707 8 递减到 0.507 9,明显都不为一定值常数,所以很难用单一分形模型予以描述。②对于同阶的广义霍斯特指数,中证 500 明显较大,且广义霍斯特指数的波动幅度(即 $\Delta h = \max(h) - \min(h)$)较大,多重分形特征较强,其风险程度也较大。③只有当阶数 q 靠近 4 时才出现 $h(q) < 0.5$,即收益率的大幅波动占主导地位,表现出持久性;总体表现是小幅波动被放大,且中证 500 的持久性更强。

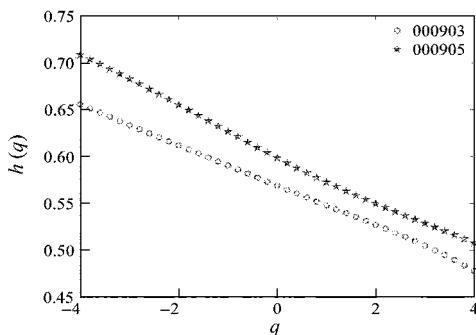


图 5 中证 100 和中证 500 的广义霍斯特指数图

图 6a 展示了 2 种指数对数收益率的多重分形特征标度函数 $\tau(q)$ 和阶数 q 是非线性关系,而且表现为单调递增的上凸函数,再一次证明具有多重分形的特性;图 6b 给出了多重分形

奇异谱函数 $f(\alpha)$ 和奇异性强度 α 之间的函数关系,

中证 100 的谱宽度为

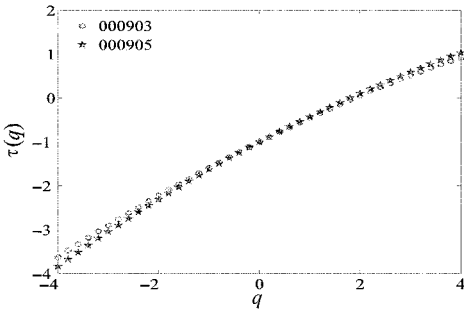
$$\Delta\alpha_{903} = \{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}\}_{903} = 0.7185 - 0.4045 = 0.3140;$$

中证 500 的谱宽度为

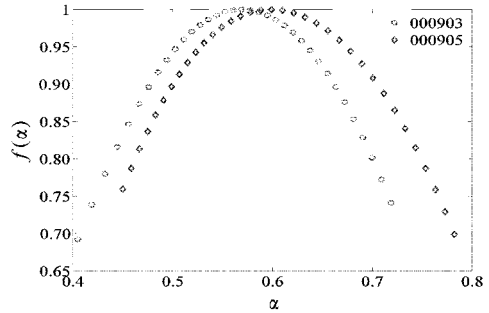
$$\Delta\alpha_{905} = \{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}\}_{905} = 0.7819 - 0.4497 = 0.3322.$$

由此可以得出中证 500 指数对数收益率的多重

分形强度明显强于中证 100 指数, 中证 500 指数波动性大, 这对投资者来说风险性大。由以上分析可见, 使用 MF-DFA 方法所得到的重要参数可以很好地刻画中国股市中的风险程度。为了进一步说明我国大盘股和中小盘股的风险差异性, 后文将时间段分割成交易日, 对每一个交易日进行多重分形分析。



(a) 标度指数函数



(b) 奇异普函数

图 6 2 种指数对数收益率的多重分形特性标度指数函数和奇异普函数图

3 风险度量及其模型

3.1 数据说明

由于使用 MF-DFA 方法来研究金融时间序列需要大量的数据, 将所有 1 分钟高频数据以交易日为单位进行分组, 中证 100 和中证 500 都得到 1 092 组数据, 故每组的指数收益率序列是由每个交易日的 1 分钟的指数收益率数据组成。以每个交易日的 1 分钟指数收益率序列进行 MF-DFA, 并在此基础上构造新的风险度量指标, 从单个交易日的的时间间隔内来衡量大盘股和中小盘股的风险差异性。

3.2 新的风险度量指标构建及实证分析

为了更好地衡量金融市场的风险水平, 文献[21]利用 MF-DFA 方法得到的广义霍斯特指数, 构造出广义霍斯特指数变化幅度 ΔH 及其方差来比较股市中重大事件发生前后的金融风险。WEI 等[16]依据多重分形在分析上证指数 5 分钟高频数据的基础上构造出 MFV 模型用来预测波动率。文献[22]在文献[16]基础上做了一点改进并提出了 MV 模型。本研究将在上述研究的基础上, 结合霍斯特指数和多重分形的重要参数奇异性强度构造新的风险度量指标, 以衡量金融市场风险。

在此, 为了分析每个交易日数据的多重分形特性, 重新定义 1 分钟高频数据的收益率:

$$r_{t+1,w} = \ln I_{t+1,w} - \ln I_{t,w},$$

$$t = 1, 2, \dots, N_w - 1; w = 1, 2, \dots, 1092, \quad (12)$$

式中, $r_{t,w}$ 表示第 w 个交易日时刻 t 的收益率; $I_{t,w}$ 表示第 w 个交易日时刻 t 的指数价格; N_w 表示第 w 个交易日指数价格数据的个数。

日实现波动率[16]:

$$RV(w) = \sum_{t=1}^{N_w} [r_{t,w} - E(r_{t,w})]^2, \quad t = 1, 2, \dots, N_w; w = 1, 2, \dots, 1092 \quad (13)$$

式中, $E(r_{t,w})$ 为第 w 个交易日每分钟内每分钟指数收益率的期望值。

定义第 w 个交易日多重分形波动 (MFV) 为

$$MFV_w = \beta \Delta h_w + \gamma \Delta \alpha_w, \quad (14)$$

式中, $\beta = \frac{E(RV)}{E(\Delta h)}$; $\gamma = \frac{E(RV)}{E(\Delta \alpha)}$; Δh_w 和 $\Delta \alpha_w$ 为第 w 个交易日的广义霍斯特指数幅度和奇异谱宽度。

图 7a 和图 7b 分别给出了 2 种指数收益率每个交易日的广义霍斯特指数变化幅度 ΔH 以及多重分形奇异谱宽度 $\Delta \alpha$ 与交易日之间的关系图, 它们的总体变化趋势一致。由文献[22]可知, 谱宽度 $\Delta \alpha$ 越大, 多重分形特性越强, 收益率的波动性越大, 即风险也越大。由此不难得出中证 500 指数的波动性较大, 即中小盘股的风险较大。

利用 MFV 模型得出 2 种指数在 2007 年 1

月 15 日~2011 年 7 月 29 日期间 1 092 个交易日的日已实现波动率和日多重分形波动率与每个交易日之间的关系(见图 8),能够清晰地看

出 2 种指数之间波动的差异性以及中证 500 的波动性更大,风险更大,进而可以得到中小盘股的投资风险较大。

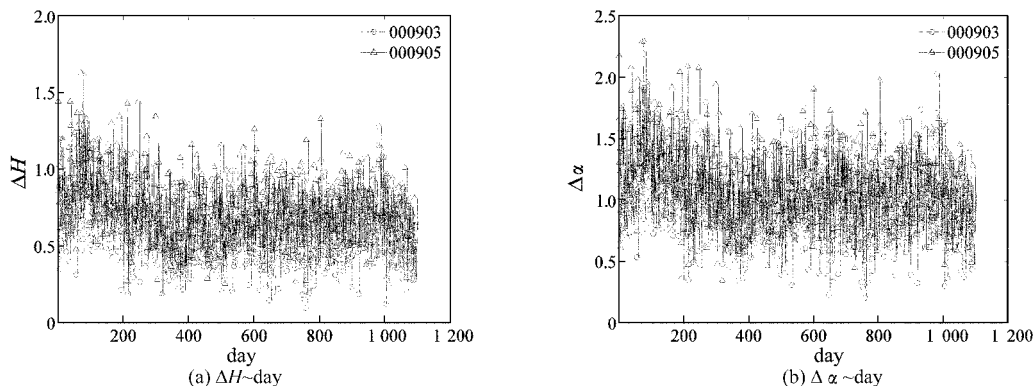


图 7 2 种指数收益率 1 092 个交易日的 $\Delta H \sim \text{day}$ 和 $\Delta \alpha \sim \text{day}$ 图

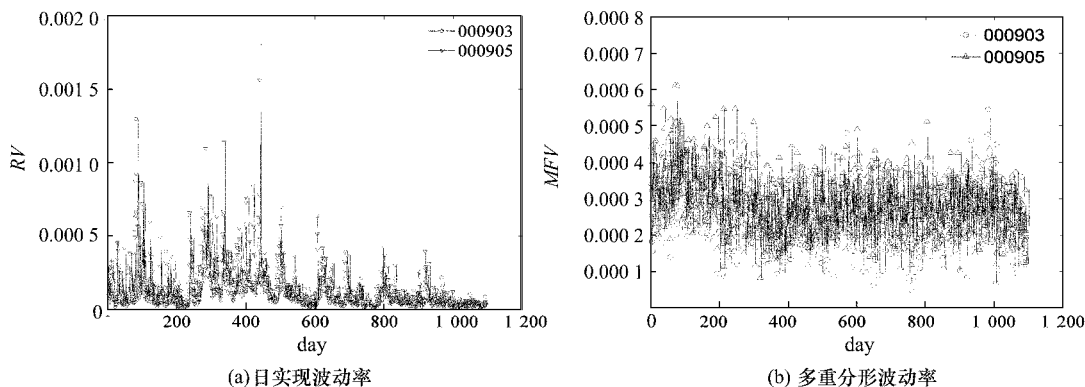


图 8 2007 年 1 月 15 日~2011 年 7 月 29 日实现波动率和多重分形波动率图

表 3 给出了以每个交易日为时间间隔,2 种指数的几种重要参数之间相对比较的具体数据,其中基于分形市场理论的多重分形重要参数 ΔH 、 $\Delta \alpha$ 和本研究构造的新的衡量金融市场时间序列的波动率指标 MFV 都能够很好地刻画 2 种指数实际的风险水平,主要原因是:①利用霍斯特指数可以刻画风险在时间上的记忆性;②多重分形奇异性强度可较好地刻画风险的大小。另外,而基于有效市场理论的实现波动率 RV 透露出局限性,中证 500 指数的实现波动率在数值上大于中证 100 指数的仅有 52.66%,但是中证 500 比中证 100 的风险大,这说明实现波动率 RV 在刻画风险方面是无效的。由于有效市场理论要求市场特性是线性

的、孤立的系统,并且是均衡的,而分形市场理论的市场特征是非线性、开放的、允许非均衡。有效市场只是分形市场理论的一个特例。

4 结语

本研究采用中证 100 指数和中证 500 指数分别代表我国股市的大盘股和中小盘股,以指数的 1 分钟高频数据为研究基础,从 3 个方面说明它们的差异性:①整体的统计性质和概率分布(包括整体经验概率分布、中部概率分布和尾部概率分布)的参数不同;②在整体的多重分形分析中,广义霍斯特指数和多重分形谱函数不同;③由 2 种指数每个交易日的数据分析结果,构造出新的风险度量指标,进一步说明 2 种指数之间的差异性,且能够说明相对于大盘股而言,中小盘股的风险较大。

有效市场假说理论假定市场对于信息的反应具有线性因果关系,而当市场具有较强的非线性结构特性时,如果仍然使用建立在有效市

表 3 2 种指数重要参数比较

参数	比例/%	参数	比例/%
ΔH	78.57	RV	52.66
$\Delta \alpha$	77.11	MFV	69.60

场假说基础之上的风险度量指标如 β 值、方差、 VaR 指标等就很有可能达不到预期的效果,甚至与之相反。为了弥补传统风险测度指标在复杂的金融系统中的不足,本研究提出一种新的风险测度指标用以度量复杂系统下金融市场风险,下一阶段将对金融风险指标做进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] FARMER E F. Efficient Stock Markets: A Review of Theory and Empirical Work [J]. *Journal of Finance*, 1970, 25(2):383~423.
- [2] MANTEGNA R N, STANLEY H E. Scaling Behavior in the Dynamics of an Economic Index[J]. *Nature*, 1995, 376 (6 535):46~49.
- [3] ARNÉODO A, MUZY J F, SORNETTE D. “Direct” Causal Cascade in the Stockmarket[J]. *European Physical Journal B*, 1998, 2(2):277~282.
- [4] WERNER F M, BONDT D, THALER R. Does the Stock Market Overreact? [J]. *Journal of Finance*, 1985, 40 (3):793~805.
- [5] GULTEKIN M N, GULTEKIN N B. Stock Market Seasonality: International Evidence[J]. *Journal of Financial Economics*, 1983, 12(4):469~481.
- [6] KOHERS T, PATEL J B. A New Time-of-the-month Anomaly in Stock Index Returns[J]. *Applied Economic Letters*, 1999, 6(2):115~120.
- [7] EDGAR E P. A Chaotic Attractor for the S&P500 [J]. *Financial Analysts Journal*, 1991, 47(2):55~81.
- [8] GHASHGHAIE S, BREYMAN W, PEINKE J, et al. Turbulent Cascades in Foreign Exchange Markets [J]. *Nature*, 1996, 381(6 585):767~770.
- [9] MANDELBROT B B. A Multifractal Walk Down Wall Street[J]. *Scientific American*, 1999, 280(2):70~73.
- [10] JIANG Z Q, GUO L, ZHOU W X. Endogenous and Exogenous Dynamics in the Fluctuations of Capital Fluxes: An Empirical Analysis of the Chinese Stock Market [J]. *European Physical Journal B*, 2007, 57(2):347~355.
- [11] 周炜星. 上证指数高频数据的多重分形错觉[J]. *管理科学学报*, 2010, 13(3):81~86.
- [12] KANTELHARDT J W, ZACHIEGNER S A, KO-
SCIELNY-BUNDE E, et al. Multiracial Descended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series [J]. *Physical A*, 2002, 316(1~4):87~114.
- [13] GU G F, ZHOU W X. Detrending Moving Average Algorithm for Multifractals[J]. *Physical Review E*, 2010, 82 (1):011136.
- [14] LIU Y H, GOPIKRISHNAN P, CIZEAU P, et al. Statistical Properties of the Volatility of Price Fluctuations [J]. *Physical Review E*, 1999, 60 (2):1 390~1 400.
- [15] SUN X, CHEN H P, YUAN Y Z, et al. Predictability of Multifractal Analysis of Hang Seng Stock Index in Hong Kong[J]. *Physical A*, 2001, 301(1~4):473~482.
- [16] WEI Y, WANG P. Forecasting Volatility of SSEC in Chinese Stock Market Using Multifractal Analysis [J]. *Physical A*, 2008, 387(7):1 587~1 592.
- [17] LILLO F, MANTEGNA R N. Ensemble Properties of Securities Traded in the NASDAQ Market[J]. *Physical A*, 2001, 299(1~2):161~167.
- [18] GU G F, ZHOU W X. Statistical Properties of Daily Ensemble Variables in the Chinese Stock Markets [J]. *Physical A*, 2006, 383(2):497~506.
- [19] SORNETTE D. Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial System[M]. Princeton: Princeton University Press, 2003.
- [20] 周炜星. 金融物理学导论[M]. 上海:上海财经大学出版社, 2007.
- [21] YUAN Y, ZHUANG X T, JIN X. Measuring Multifractality of Stock Price Fluctuation Using Multifractal Detrended Fluctuation Analysis [J]. *Physical A*, 2009, 388(11):2 189~2 197.
- [22] CHEN H T, WU C F. Forecasting Volatility in Shanghai and Shenzhen Markets Based on Multifractal Analysis[J]. *Physical A*, 2011, 390(16):2 926~2 935.

(编辑 丘斯迈)

通讯作者: 汪冬华(1973~), 男, 安徽黟县人。华东理工大学(上海市 200237)商学院副教授, 博士。研究方向为金融风险管理与金融市场。E-mail: dhwang@ecust.edu.cn