基于局部线性逼近的利率期限结构动态 NS 模型

文兴易[1,2] 黎 实[2]
(1.中国人民银行成都分行；2.西南财经大学统计学院)

摘要：采用统计学中新近发展的局部线性逼近方法对利率期限结构动态 NS 模型进行改进，提出了基于局部线性逼近的动态 NS 模型；并实证比较了改进后的模型与原模型的样本内拟合效果和样本外预测能力。结果表明，改进后的模型无论是样本内拟合效果，还是样本外预测能力都明显优于原模型。

关键词：局部线性逼近；国债利率期限结构；动态 NS 模型
中图分类号：C93 **文献标识码**：A **文章编号**：1672-884X(2012)07-0975-04

The Dynamic Term Structure NS Model Based on Local Linear Approximation

WEN Xingyi[1,2] LI Shi[2]
(1. Chengdu Branch the People's Bank of China, Chengdu, China;
2. Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu, China)

Abstract: Using the local linear approximation method, this article improves the dynamic NS model and raises the dynamic NS model based on the local linear approximation. Through collecting and analyzing data from China's market, the authors compare the improved model with the original one in the sample fitting effect and prediction ability. The results show that the new model is much better in the sample fitting and prediction effect.

Key words: local linear approximation; term structure of interest rates; dynamic NS model

国债利率期限结构也是零息票债券的到期收益率曲线，刻画了国债即期利率与到期期限之间的关系，在金融资产定价、债券套利保值和风险管理中有着非常重要的意义。

传统的利率期限结构动态估计模型主要有 2 类：①建立在市场跨期均衡条件上的均衡模型，例如 VASICEK 模型[1]、CIR 模型[2]等；②是建立在市场上所有金融资产必须满足无套利假设条件上的无套利模型，主要有 HJM 模型[3]、HO-LEE 模型[4]等。这 2 类模型虽然能够对历史利率期限结构的动态变化进行较好的刻画，但是对未来利率期限结构的预测效果却不尽如人意。DAI 等[5]认为，传统动态模型缺乏预测能力；DUFFEE[6]认为，仿射类模型预测效果很差，甚至不如随机游走模型。

为此，DIEBOID 等[7]提出了一类全新的动态估计模型：基于剥离息票法的动态 NS 模型(简称 BDNS 模型)。该模型在 NS 静态模型的基础上，将参数设定为时变参数，并设计两步估计法，巧妙地将剥离息票模型和动态 NS 模型结合起来，构建"水平"、"斜率"和"曲率"3 个动态因子，有效地提高了模型的预测能力。继后，BDNS 模型得以广泛的认同和应用：DIEBOID 等[7]用该模型分析了利率期限结构和宏观经济变量的相互影响关系；康书隆等[8]分析了利率期限结构的风险特征和其内含信息；余文龙等[9]对国债的管理策略进行了研究等。

在 BDNS 模型的两步估计中第 1 步利用的剥离息票模型，在估计过程中存在着严重的不足：首先，剥离息票模型实质是采用线性插值方法估计利率水平，因此隐含相邻期限的利率水平之间满足线性关系的假设。这样的假设不仅过于简单，难以对复杂利率曲线进行刻画，保证估计精度；而且与实际也不相符合。其次，剥离息票法在估计之前必须设定一个最小期限的最小利率水平，不同的设定会对估计结果和拟合精度造成影响；然而，目前对如何设定的问题尚未有统一的方法，均为随意设定，这势必会影响

收稿日期：2012-05-20
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71071130)；西南财经大学"211 工程"三期统计学重点学科建设资助项目

估计效果。

有鉴于此,本文利用统计学新近发展的局部线性逼近模型对 BDNS 模型中第一步剥离息票估计进行改进,提出基于局部线性逼近的动态 NS 模型(简称 LDNS 模型),以期达到提高模型的样本内估计效果和样本外预测能力的目的。

1 局部线性逼近模型

局部线性逼近估计是现代统计学中新近发展的一类非参数估计方法。最初是由 STONE[10]、CLEVELAND[11] 提出的,随后经 FAN[12]、FAN 等[13] 的发展和完善,现今在金融、统计、物理等多个领域有着广泛的应用。采用局部线性逼近方法估计利率期限结构的基本思路是假设利率水平 r_t 与期限 t 之间存在函数关系 $r_t = f(t)$,通过对函数 $f(t)$ 的估计达到估计利率期限结构的目的。具体步骤如下:

步骤 1　直接估计期限小于 1 年可观察点的利率水平　为了方便叙述,本文将当天交易国债的到期时间称为可观察点。对到期时间小于 1 年的交易国债,由于未来现金流只有到期之后的还本付息,所以可以视为零息票国债。如果假定国债的交易价格为 P_i,利息支付为 C_i,到期后的现金支付为 M_i,到期时间分别为 t_i。在连续复利条件下,根据零息票债券的到期收益率公式:$P_i=(M_i+C_i)\mathrm{e}^{-r_{t_i}t_i}$,可以计算出到期时间为 t_i 的利率水平 r_{t_i},进而估计出所有期限小于 1 年的可观测点的利率集合 $\{r_{t_i}\}_{i=1}^{n_1}$①。

步骤 2　采用局部线性逼近估计小于 1 年的利率期限结构　假设 t_0 为任意小于 1 年的期限,将函数 $f(t)$ 在 t_0 很小的邻域 h 内利用泰勒规则展开:

$$f(t) = f(t_0) + f'(t_0)(t - t_0) + u,\quad t \in t_0 \pm h,\tag{1}$$

式中,u 为残差项,h 称为窗宽②。由此在步骤 1 中估计可观察点的利率水平可以表示为

$$r_{t_i} = f(t_i) = f(t_0) + f'(t_0)(t_i - x_0) + u_i,\quad t_i \in t_0 \pm h。\tag{2}$$

如果令 $\beta_0 = f(t_0)$ 且 $\beta_1 = f'(t_0)$,则式(2)可表示为

$$r_{t_i} = \beta_0 + \beta_1(t_i - t_0) + u_i,\quad t_i \in x_0 \pm h。$$

定义权函数 $K_h(t) = \frac{1}{h}K\left(\frac{t}{h}\right)$,其中函数 $K(t)$ 是核函数③,利用加权最小二乘法的思想,通过使得残差加权平方和达到最小

$$\min_{\beta_0,\beta_1}\sum_{i=1}^{n}\left[r_{t_i} - \sum_{k=0}^{1}\beta_k(t_i - t_0)^k\right]^2 K_h(t_i - t_0),$$

由此估计出参数 β_0,即 $f(t_0)$。由 t_0 的任意性,采用该方法就可以估计出小于 1 年的利率期限结构。

步骤 3　估计期限为 1～2 年的可观测点的利率水平　对当天交易的到期时间在 1～2 年附息国债,由于未来现金流除了到期之后的还本付息,期间还有一次利息支付。在这里,可以将其视为一系列不同票面价格和到期时间的零息票债券的组合。其中 t_{1i} 时刻的利息支付可视为票面价格为 C_i、到期时间为 t_{1i} 的零息票国债。t_{2i} 时刻的还本付息视为票面价格为 $M_i + C_i$、到期时间为 t_{2i} 的零息票国债。由于零息票国债组合同附息国债具有相同的现金流,由一价定律,它们具有相同的交易价格,于是存在等式关系:$P_i = C_i\mathrm{e}^{-r_{t_{1i}}t_{1i}} + (M_i + C_i)\mathrm{e}^{-r_{t_{2i}}t_{2i}}$。由于 $t_{1i} \leqslant 1$,所以 $r_{t_{1i}}$ 已经在步骤 1 中通过局部线性逼近方法估计出来,因此在等式中只有 $r_{t_{2i}}$ 是未知的,于是可以估计出到期时间为 t_{2i} 的利率水平 $r_{t_{2i}}$,进而估计出所有期限在 1～2 年的可观测点的利率集合 $\{r_{t_i}\}_{i=1}^{n_2}$④。

步骤 4　估计期限为 1～2 年的利率期限结构　对 1～2 年中任意期限的利率水平,利用步骤 3 中估计的可观测点利率集合,按照步骤 2 中局部线性逼近的估计方法,就能估计出 1～2 年中任意期限的利率水平。

依此类推,对任意期限只需要依次重复步骤 3 和步骤 4,通过迭代的思路都可以准确地估计出来,这就是局部线性逼近模型。将局部线性逼近模型替代 BDNS 模型中第 1 步剥离息票模型估计关键期限的利率水平,然后再利用动态 NS 模型构建动态因子,即为本文提出的 LDNS 模型。

2 实证分析与比较

下面将实证分析和比较 LDNS 模型与 BDNS 模型在样本期内的拟合效果和样本期外的预测能力。

2.1 样本和数据

本文选取 2004 年 1 月～2011 年 2 月共 86 个月上海证券交易所的附息国债特征数据和交易月度数据进行实证研究。数据来源于上海证券交易所网站、和讯网和国泰安数据库。本文将采用 Matlab 2009 和 Eviews 5.1 软件对以上

① n_1 表示到期时间小于 1 年的交易国债个数。

② 由于篇幅限制,窗宽的相关介绍可参见文献[13]。

③ 由于篇幅限制,关于核函数的定义和选择方法可参见文献[13]。本文选取 Epanechnikov 核函数,即 $K(x) = 0.75(1 - x)^2$ 对收益率曲线进行估计。

④ n_2 表示到期时间大于 1 年且小于 2 年的债券个数。

数据进行编程和分析。

需要说明的是在月度数据的选取上，本文按照 DIEBOLD 等[7]的样本选取方法，选取每月最后一个交易日的国债交易数据作为该月国债交易月度数据。另外，由于 2002 年 3 月 25 日以后，国债交易价格是以扣除累计利息的净价法表示，本文在使用国债价格数据时，会加上累计利息，采用国债的全价。

2.2　样本内拟合效果比较

为了比较 BDNS 模型和 LDNS 模型在样本期内对利率期限结构的拟合效果，首先分别采用 2 种模型拟合的每月的利率期限结构，然后按照公式 $\hat{P}=\sum_{k=1}^{T}C_i\mathrm{e}^{-r_{t_{ki}}t_{ki}}+M_i\mathrm{e}^{-r_{t_{Ti}}t_{Ti}}$，重新对当月交易国债交易价格进行估计。通过比较实际交易价格 P_i 与估计价格 $\hat{P}_i$ 的差异，计算平均绝对误差 $MAE=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(P_i-\hat{P}_i)^2$ 来比较模型对样本期内利率期限结构拟合效果。MAE 越小则说明该模型拟合的利率期限结构与实际越吻合，拟合效果越好。结果见表 1 和图 1。

表 1　样本内拟合 MAE 结果统计

模型	均值	方差	最大值	最小值	中位数
SDNS 模型	6.764 793	17.000 690	27.063 93	1.743 418	5.503 342
LDNS 模型	2.131 558	3.852 437	10.281 43	0.207 211	1.403 262

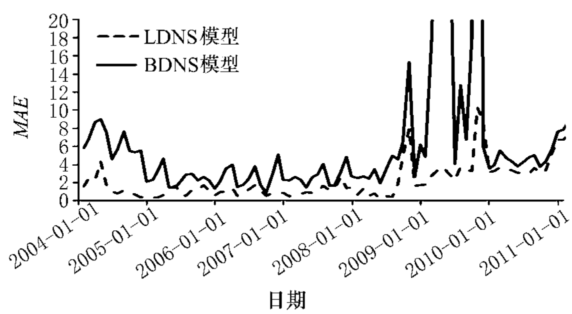

图 1　MAE 随时间变化图

从表 1 中可以看出，LDNS 模型拟合 MAE 值的所有统计指标比 BNDS 模型都小。特别是从图 1 可以更清楚地看出，在样本期内的各个时期里，BNDS 模型的 MAE 均要大于 LDNS 模型，并且 BNDS 模型的稳定性较差，在拟合过程中有时会出现较大的波动，导致 MAE 变得非常大。这主要是因为 BNDS 模型中第 1 步采用剥离息票模型静态估计时波动性较大；同时说明改进后的 LDNS 模型在样本期内的拟合效果要明显优于 BNDS 模型，且估计效果更加稳定。

2.3　样本外预测能力比较

按照 DIEBOLD 等[7]的研究思路，选取 2004 年 1 月～2008 年 12 月共 60 个月的国债交易数据作为首次估计区间，2008 年 1 月～2011 年 2 月作为预测比较区间，采用滚动迭代的方法检验：首先利用首次预测区间的数据信息去预测区间外（2008 年 12 月之后）Δ 期的利率期限结构；然后将估计区间整体向后移动一个时间单位，此时 2004 年 2 月～2009 年 1 月共 60 个月的国债交易数据作为第二次估计区间，预测区间外（2009 年 1 月之后）Δ 期的利率期限结构。以此类推，每次将估计区间逐一向后移动 1 个时间单位，同时预测期也随之向后移动，直到最后预测期为 2011 年 2 月。

需要说明的是，当预测步长 $\Delta=1$ 时，上述过程简化为直接预测下 1 个月的利率期限结构。当 $\Delta>1$ 时，则需要采用迭代的方法预测：首先利用估计区间的数据信息预测下 1 个月的利率期限结构；然后将预测结果视为已知信息，连同估计区间的数据信息一起再估计下 1 个月的利率期限结构。通过如此迭代直到预测出 Δ 期的利率期限结构。

为了比较不同模型的预测效果，与样本期内拟合效果的比较相类似，利用预测的未来利率期限结构对交易债券进行重新定价。通过计算估计价格和实际交易价格之间的平均绝对误差来说明不同模型的预测能力。另外，在实证比较过程中，让预测步长 Δ 分别取 1 个月、3 个月、6 个月和 12 个月，来说明模型对不同预测步长的预测能力，结果见表 2。

表 2　样本外预测 MAE 结果统计

预测步长	模型	均值	方差	最大值	最小值	中位数
1 个月	LDNS 模型	3.742	1.734	5.988	2.103	3.579
	BDNS 模型	5.937	6.563	17.366	2.796	5.518
3 个月	LDNS 模型	4.142	2.715	7.598	1.726	3.737
	BDNS 模型	5.546	2.475	9.103	2.679	5.540
6 个月	LDNS 模型	4.384	2.322	7.369	2.011	3.916
	BDNS 模型	5.611	2.089	8.377	3.006	5.457
12 个月	LDNS 模型	4.684	0.608	6.199	3.597	4.498
	BDNS 模型	5.381	0.755	7.066	4.228	5.196

从表 2 可以看出，随着预测步长 Δ 的增大，预测期距估计区间的时间距离越长，估计区间样本数据所包含预测期的信息会逐渐减少，因此 2 种模型预测均方根误差的均值也会逐渐变大，估计效果也逐渐接近。但是在每个固定步长的预测上，LDNS 模型预测未来利率期限结构的 MAE 的各种统计量均要小于 BDNS 模型。从图 2 中也可以更加清晰地看到，对各种预测步长，在每次预测中，LDNS 模型预测的利率期限结构的 MAE 曲线均在 BDNS 模型之下，

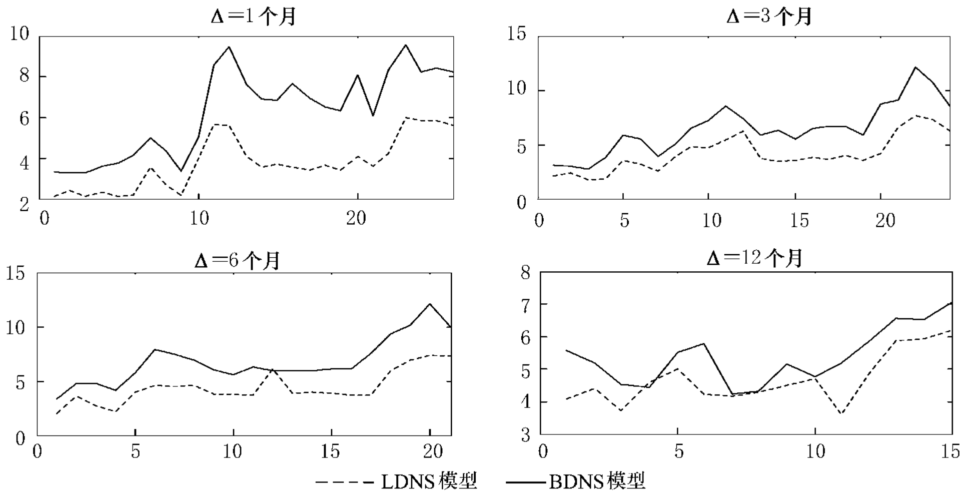

图 2　*MAE* 随时间变化图

也就是说在各种情况下都表明 LDNS 模型的预测效果均要优与 BDNS 模型。

3　结语

本文基于统计学中新近发展的局部线性逼近的非参数估计方法对 DIEBOLD 等[7]提出的 BDNS 模型进行改进，提出了 LDNS 模型；并实证分析和比较了改进后的模型与原模型的样本内拟合效果和样本外预测能力。结果显示，改进后的 LDNS 模型无论在样本内拟合还是在样本外预测方面，其估计效果都优于 BDNS 模型。在某种意义上，笔者以为该方法为利率期限结构的动态研究提供了一种新的方法。

当然，虽然 LDNS 模型在拟合和预测能力上有其不可否认的长处，但笔者以为，该模型只是对 BDNS 模型中的第 1 步进行了改进，进一步的研究工作尚可扩展到对第 2 步估计的改进上，以期达到更好的拟合和预测效果。

参 考 文 献

[1] VASICEK O. An Equilibrium Characterization of the Term Structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 5(2):177～188.

[2] COX J C, INGERSOLL J E, ROSS S A. An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices [J]. Econometrica, 1985, 53(2): 363～384.

[3] HEATH D, JARROW R, MORTON A. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology[J]. Econometrica, 1992, 60(1): 77～105.

[4] HO T S Y, LEE S B. Term Structure Movements and Pricing of Interest Rate Claims[J]. Journal of Finance, 1986, 41(5):1 011～1 029.

[5] DAI Q, SINGLETON K. Specification Analysis of Affine Term Structure Models[J]. Journal of Finance, 2000, 55(5):1 943～1 978.

[6] DUFFEE G R. Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models[J]. Journal of Finance, 2002, 57(1): 405～443.

[7] DIEBOID F, RUDEBUSCH G D, ARUOBA S. The Macro Economy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach[J]. Journal of Econometrics, 2006, 131(1～2): 309～338.

[8] 康书隆，王志强. 中国国债利率期限结构的风险特征及其内含信息研究[J]. 世界经济，2010, 69(7): 121～142.

[9] 余文龙，王兴安. 基于动态 Nelson-Siegel 模型的国债管理策略分析[J]. 经济学（季刊），2010, 9(4): 1 403～1 425.

[10] STONE C J. Consistent Nonparametric Regression [J]. Ann. Statist, 1977, 5(4): 595～645.

[11] CLEVELAND W S. Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots[J]. J. Amer. Statist. Assoc, 1979, 74(368): 829～836.

[12] FAN J Q. Local Linear Regression Smoothers and Their Minimax Efficiency[J]. Annals of Statistics, 1993, 21(1): 196～216.

[13] FAN J Q, GIJBELS I. Local Polynomial Modeling and Its Application[M]. Sharpe: Chapman&Hall, 1996:13～157.

（编辑　刘继宁）

通讯作者：文兴易（1983～）男，重庆万州人。西南财经大学（成都市 611130）统计学院博士研究生，中国人民银行成都分行员工。研究方向为数量经济学。E-mail: bonowen@foxmail.com