

基于四线性分解的双基地 MIMO 雷达的角度和多普勒频率联合估计

李建峰, 张小飞*

南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016

摘要: 研究双基地多输入多输出(Multiple-input Multiple-output, MIMO)雷达中的角度和多普勒频率联合估计问题, 提出了一种基于四线性分解(Quadrilinear Decomposition)的离开角(Direction of Departure, DOD)、波达角(Direction of Arrival, DOA)和多普勒频率的联合估计算法。通过对接收端匹配滤波器的输出进行延迟操作, 得到符合四线性模型的数据, 根据四线性交替最小二乘(Quadrilinear Alternating Least Squares, QALS)进行迭代, 得到方向矩阵和多普勒频率矩阵的估计, 进而得到角度和频率的估计。该算法无需谱峰搜索, 无需知道反射系数, 可实现角度和频率的自动配对, 且能用于非均匀阵, 该算法的角度估计性能优于多维 ESPRIT 方法和三线性交替最小二乘(Trilinear Alternating Least Squares, TALS)方法。论文分析了所提算法复杂度, 并推导了克拉美-罗界(Cramer-Rao bound, CRB)。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词: MIMO 雷达; 四线性分解; 联合估计; 多普勒频率; 最小二乘

中图分类号: V243.2 **文献标识码:** A

多输入多输出(Multiple-input Multiple-output, MIMO)雷达用多个天线同时发射信号, 用多个天线接收反射回的信号, 跟传统相控阵雷达相比, 有很多优点^[1-4]。相比单个发射天线, MIMO 雷达拥有更多的自由度, 可以克服衰落效应, 增强参数识别能力, 提高空间分辨率和目标侦测性能^[5-8]。目前 MIMO 雷达中已经有很多离开角(Direction of Departure, DOD)和波达角(Direction of Arrival, DOA)估计算法, 包括借助旋转不变技术的信号参数估计(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)方法^[9]、Capon 方法^[10]、多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)

方法^[11]、平行因子(Parallel Factor, PF)算法^[12]以及自适应平行因子方法^[13]等。以上算法都可实现对目标 DOD 和 DOA 的联合估计, 但未考虑多普勒频率联合估计。文献[14]利用接收阵列和发射阵列阵元之间的空间相位差及时域延迟之间的时间相位差, 提取旋转不变因子, 实现了目标的 DOD、DOA 和多普勒频率的联合估计, 但其要求阵列是均匀线阵; 文献[15]中提出一种基于 PARAFAC 三线性交替最小二乘(Trilinear Alternating Least Squares, TALS)的 DOD、DOA 和多普勒频率的联合估计算法, 适用于非均匀阵, 且无需时域延迟, 但其需要已知反射系数, 不符合实际应用。

收稿日期: 2011-08-30; 退修日期: 2012-02-05; 录用日期: 2012-04-18; 网络出版时间: 2012-05-20 14:58

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120520.1458.020.html

基金项目: 国家自然科学基金(60801052); 航空科学基金(2009ZC52036); 南京航空航天大学科研基金(NS2012010); 南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金

* 通讯作者. Tel.: 025-84896490 E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn

引用格式: Li J F, Zhang X F. Joint estimation of angle and Doppler frequency in bistatic MIMO radar based on quadrilinear decomposition. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(8): 1474-1482. 李建峰, 张小飞. 基于四线性分解的双基地 MIMO 雷达的角度和多普勒频率联合估计. *航空学报*, 2012, 33(8): 1474-1482.

本文中,利用同样的数据模型,构造出具有四线性模型的接收数据,并据此进行四线性交替最小二乘(Quadrilinear Alternating Least Squares, QALS),得到方向矩阵和多普勒频率矩阵的估计,进而得到角度和频率的估计。该算法是迭代算法,不需要特征值分解或奇异值分解,无需谱峰搜索,不需要参数配对,可实现角度和频率的自动配对,且适用于非均匀阵列,算法的角度估计性能优于多维 ESPRIT 方法^[14]和 TALS 方法^[15]。

1 双基地 MIMO 雷达时空数据模型

双基地 MIMO 雷达中,研究发射阵列为 M 元的线阵,其分布于 y 轴,以第 1 阵元为参考阵元,第 m 阵元与其之间的距离设为 $d_m^M (m = 2, 3, \dots, M)$;接收阵列为 N 元的线阵,也分布于 y 轴,第 n 阵元和第 1 阵元的距离设为 $d_n^N (n = 2, 3, \dots, N)$ 。假设有 K 个不相关的目标,发射阵列发射不同的正交编码脉冲信号,在第 $t(t = 1, 2, \dots, J)$ 个脉冲下,接收端匹配滤波器的输出为

$$x(t) = [a_r(\phi_1) \otimes a_i(\theta_1) \quad a_r(\phi_2) \otimes a_i(\theta_2) \quad \dots \quad a_r(\phi_K) \otimes a_i(\theta_K)]b(t) + n(t) \quad (1)$$

式中: $\theta_k, \phi_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 分别为第 k 个目标对应于发射阵列的 DOD 和对应于接收阵列的 DOA; $b(t) = [b_1(t) \quad b_2(t) \quad \dots \quad b_K(t)]^T \in \mathbf{C}^{K \times 1}$, $b_k(t) = \beta_k e^{j2\pi f_k t / f_r}$, f_k 为多普勒频移, f_r 为脉冲重复频率, β_k 为反射幅度,假设 β_k 在一次脉冲处理之间保持不变; $n(t)$ 是 $MN \times 1$ 的高斯噪声向量,均值为 0,协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$; $a_r(\phi_k) \otimes a_i(\theta_k)$ 为对应于第 k 个目标的发射方向矢量和接收方向矢量的 Kronecker 积,其中

$$a_r(\phi_k) = [1 \quad \exp(-j2\pi d_2^N / \lambda \sin \phi_k) \quad \dots \quad \exp(-j2\pi d_N^N / \lambda \sin \phi_k)]^T \quad (2a)$$

$$a_i(\theta_k) = [1 \quad \exp(-j2\pi d_2^M / \lambda \sin \theta_k) \quad \dots \quad \exp(-j2\pi d_M^M / \lambda \sin \theta_k)]^T \quad (2b)$$

式中: λ 为波长。

定义 $\mathbf{A} = [a_r(\phi_1) \otimes a_i(\theta_1) \quad a_r(\phi_2) \otimes a_i(\theta_2) \quad \dots \quad a_r(\phi_K) \otimes a_i(\theta_K)]$, 则 $x(t) = \mathbf{A}b(t) + n(t)$ 。考虑对接收数据进行延迟,如图 1 所示,假设在延迟内, $a_r(\phi_k), a_i(\theta_k)$ 及反射幅度保持不变,则接收数据为

$$x_p(t) = \mathbf{A}b(t + p\tau) + n(t + p\tau) =$$

$$\mathbf{A}\Phi_p b(t) + n_p(t) \quad (3)$$

式中: $\Phi_p = \text{diag}(e^{j2\pi p\tau f_1 / f_r}, e^{j2\pi p\tau f_2 / f_r}, \dots, e^{j2\pi p\tau f_K / f_r})$; $n_p(t) = n(t + p\tau)$; $p = 1, 2, \dots, P, P$ 为延迟级数。

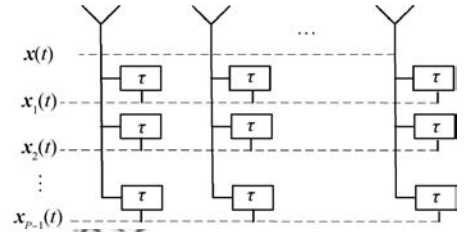


图 1 多个延迟的接收信号

Fig. 1 Received signal with multiple delays

假设有 J 个脉冲,将 J 个脉冲下的输出、噪声以及它们的延迟写为矩阵形式:

$$\mathbf{X}_0 = [x(1) \quad x(2) \quad \dots \quad x(J)]$$

$$\mathbf{N}_0 = [n(1) \quad n(2) \quad \dots \quad n(J)]$$

$$\mathbf{X}_1 = [x_1(1) \quad x_1(2) \quad \dots \quad x_1(J)]$$

$$\mathbf{N}_1 = [n_1(1) \quad n_1(2) \quad \dots \quad n_1(J)]$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_{p-1} = [x_{p-1}(1) \quad x_{p-1}(2) \quad \dots \quad x_{p-1}(J)]$$

$$\mathbf{N}_{p-1} = [n_{p-1}(1) \quad n_{p-1}(2) \quad \dots \quad n_{p-1}(J)]$$

$$(4)$$

则有

$$\mathbf{X}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 D_1(\mathbf{A}_r) D_{p+1}(\Phi) \\ \mathbf{A}_1 D_2(\mathbf{A}_r) D_{p+1}(\Phi) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_1 D_N(\mathbf{A}_r) D_{p+1}(\Phi) \end{bmatrix} \mathbf{B} + \mathbf{N}_p \quad (5)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi\tau f_1 / f_r} & e^{j2\pi\tau f_2 / f_r} & \dots & e^{j2\pi\tau f_K / f_r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j2\pi(P-1)\tau f_1 / f_r} & e^{j2\pi(P-1)\tau f_2 / f_r} & \dots & e^{j2\pi(P-1)\tau f_K / f_r} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $D_n(\cdot)$ 为取矩阵第 n 行构成的一对角矩阵; $\mathbf{A}_1 = [a_i(\theta_1) \quad a_i(\theta_2) \quad \dots \quad a_i(\theta_K)] \in \mathbf{C}^{M \times K}$ 为发射方向矩阵; $\mathbf{A}_r = [a_r(\phi_1) \quad a_r(\phi_2) \quad \dots \quad a_r(\phi_K)] \in \mathbf{C}^{N \times K}$ 为接收方向矩阵; $\mathbf{B} = [b(1) \quad b(2) \quad \dots \quad b(J)]$ 。式(5)可以看成是四线性模型的某一方向的切片形式。

输出数据为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{P-1} \end{bmatrix} = (\mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{A}_t) \mathbf{B} + \mathbf{N}_x \quad (7)$$

式中: \odot 表示 Khatri-Rao 积; $\mathbf{N}_x = [\mathbf{N}_0^T \quad \mathbf{N}_1^T \quad \cdots \quad \mathbf{N}_{P-1}^T]^T$ 。

2 基于 PARAFAC 四线性分解的联合估计算法

2.1 平行因子四线性模型的形成

将式(7)中的 $N \times P$ 个切片积累成 $M \times N \times P \times J$ 的四维数据矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$, 则该四维矩阵的元素有以下形式:

$$\begin{aligned} x_{n,m,p,j} &= \sum_{k=1}^K b_{k,j} \psi_{p,k} a_{m,k}^t a_{n,k}^r + n_{n,m,p,j} \\ (n &= 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M; \\ p &= 1, 2, \dots, P; j = 1, 2, \dots, J) \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $a_{m,k}^t$ 为 \mathbf{A}_t 矩阵中第 (m, k) 个元素; $a_{n,k}^r$ 为 \mathbf{A}_r 矩阵中第 (n, k) 个元素; $\psi_{p,k}$ 为矩阵 $\mathbf{\Phi}$ 中第 (p, k) 个元素; $b_{k,j}$ 为 \mathbf{B} 中第 (k, j) 个元素; $n_{n,m,p,j}$ 形成了四维噪声数据矩阵 $\bar{\mathbf{N}}$ 。式(8)称为四线性模型, 其他 3 种切片形式为

$$\mathbf{Y}_{m,n} = \mathbf{B}^T \mathbf{D}_n (\mathbf{A}_r) \mathbf{D}_m (\mathbf{A}_t) \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{N}_{m,n} \quad (9)$$

$$\mathbf{Z}_{j,n} = \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_j (\mathbf{B}^T) \mathbf{D}_n (\mathbf{A}_r) \mathbf{A}_t^T + \mathbf{N}_{j,n} \quad (10)$$

$$\mathbf{U}_{p,j} = \mathbf{A}_t \mathbf{D}_p (\mathbf{\Phi}) \mathbf{D}_j (\mathbf{B}^T) \mathbf{A}_r^T + \mathbf{N}_{p,j} \quad (11)$$

式中: m, n, j, p 的取值同式(8)。根据式(7), 将式(9)、式(10)和式(11)表示成 $NM \times P$ 的矩阵 \mathbf{Y} 、 $NJP \times M$ 的矩阵 \mathbf{Z} 和 $MJP \times N$ 的矩阵 \mathbf{U} , 则有

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{B}^T) \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{N}_y \quad (12)$$

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A}_r \odot \mathbf{B}^T \odot \mathbf{\Phi}) \mathbf{A}_t^T + \mathbf{N}_z \quad (13)$$

$$\mathbf{U} = (\mathbf{B}^T \odot \mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}_t) \mathbf{A}_r^T + \mathbf{N}_u \quad (14)$$

2.2 平行因子四线性模型的分解

先说明平行因子四线性分解的唯一性。

定义 1^[16] 对于给定的矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{I \times F}$, 当且仅当 \mathbf{A} 包含至少 r 个但不包含 $r+1$ 个线性独立的列时, \mathbf{A} 的秩为 $r_A = \text{rank}(\mathbf{A}) = r$ 。如果矩阵 \mathbf{A} 的任意 k 列独立, 则 \mathbf{A} 的 k 秩 $k_A = k$, 矩阵 k 秩比矩阵秩的要求更为严格, 且 $k_A \leq r_A$ 。当矩阵 \mathbf{A} 列满秩时, $k_A = r_A$ 。

定理 1^[16] \mathbf{X} 的定义如式(8), 如果矩阵 \mathbf{A}_r 、

\mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$ 和 \mathbf{B}^T 的 k 秩满足式(15)的条件, 则 \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$ 和 \mathbf{B}^T 对于列交换和(复数)尺度变换是唯一的, 即 \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$ 和 \mathbf{B}^T 可唯一确定。

$$k_{A_r} + k_{A_t} + k_{\Phi} + k_{B^T} \geq 2K + 3 \quad (15)$$

式中: \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$ 都是列满秩的矩阵, 即 $k_{A_t} = k_{A_r} = K$, $k_{\Phi} = \min(P, K)$, $k_{B^T} = \min(J, K)$, 考虑多信源多快拍情况, 即 $K \geq 2$, $J \geq 2$, $k_{A_r} + k_{A_t} + k_{\Phi} + k_{B^T} \geq 2K + 3$, 满足定理 1, $\bar{\mathbf{X}}$ 的 k 秩分解具有唯一性。一般来说, $J \geq K$, $P \geq K$, 如果 $J < K$ 且 $P < K$, 则 $k_{B^T} = J$, $k_{\Phi} = P$, 只要 $J + P \geq 3$ 就满足定理 1, 即该算法在小样本, 少延迟下也能较好工作。

本文采用 QALS 算法对上述平行因子模型进行拟合。迭代过程中的代价函数为

$$\min_{\mathbf{A}_r, \mathbf{A}_t, \mathbf{B}, \mathbf{\Phi}} \|\mathbf{X} - (\mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{A}_t) \mathbf{B}\|_F \quad (16)$$

给定 \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$, 则 \mathbf{B} 的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{B}} = [(\mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{A}_t)]^+ \mathbf{X} \quad (17)$$

同样利用式(12), 给定 \mathbf{B} 、 \mathbf{A}_t 和 \mathbf{A}_r , 则 $\mathbf{\Phi}$ 的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{\Phi}}^T = [(\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{B}^T)]^+ \mathbf{Y} \quad (18)$$

同样利用式(13), 给定 \mathbf{A}_r 、 $\mathbf{\Phi}$ 和 \mathbf{B} , 则 \mathbf{A}_t 的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{A}}_t^T = [\mathbf{A}_r \odot \mathbf{B}^T \odot \mathbf{\Phi}]^+ \mathbf{Z} \quad (19)$$

同样利用式(14), 给定 \mathbf{B} 、 \mathbf{A}_t 和 $\mathbf{\Phi}$, 则 \mathbf{A}_r 的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{A}}_r^T = [\mathbf{B}^T \odot \mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}_t]^+ \mathbf{U} \quad (20)$$

利用上述方法, 每次更新一个矩阵, 本次更新的矩阵立刻参与下一个矩阵的求解, 直至算法收敛。估计出的 $\hat{\mathbf{A}}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_1 + \mathbf{N}_t$, $\hat{\mathbf{A}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_2 + \mathbf{N}_r$, $\hat{\mathbf{\Phi}} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_3 + \mathbf{N}_{\Phi}$, $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_4 + \mathbf{N}_B$, 其中 $\mathbf{\Pi}$ 是交换矩阵, $\mathbf{\Delta}$ 为尺度模糊矩阵, 满足 $\mathbf{\Delta}_1 \mathbf{\Delta}_2 \mathbf{\Delta}_3 \mathbf{\Delta}_4 = \mathbf{I}$, \mathbf{N}_t 、 \mathbf{N}_r 、 \mathbf{N}_{Φ} 和 \mathbf{N}_B 分别指所估计的误差矩阵, 它们含有目标的角度和多普勒频率信息。根据 PARAFAC 模型的唯一性定理可知, \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 $\mathbf{\Phi}$ 矩阵的估计值均有相同的列交换矩阵, 自然实现了角度和多普勒频率的配对。

2.3 多普勒频率和角度估计

上述算法结束后, 得到时延矩阵 $\mathbf{\Phi}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{\Phi}}$, 设矩阵 $\hat{\mathbf{\Phi}}$ 的第 k 列为 $\hat{\mathbf{g}}(f_k)$ 。对其取相角可以得到:

$$\hat{\mathbf{h}} = \text{angle}(\hat{\mathbf{g}}(f_k)) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2\pi\tau f_k/f_r & \cdots & 2\pi(P-1)\tau f_k/f_r \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

式中: $\text{angle}(\cdot)$ 表示取元素的相角运算, 令

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2\pi\tau/f_r \\ 1 & 2\pi \cdot 2\tau/f_r \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 2\pi(P-1)\tau/f_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} b_0 \\ f_k \end{bmatrix}$$

则

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{b}_1 = \hat{\mathbf{h}} \quad (22)$$

f_k 的最小二乘结果为

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{f}_k \end{bmatrix} = (\mathbf{P}_1^T \mathbf{P}_1)^{-1} \mathbf{P}_1^T \hat{\mathbf{h}} \quad (23)$$

根据式(21)~式(23), 可依次得到 K 个多普勒频率的估计。

同样可得到方向估计矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_r$, $\hat{\mathbf{A}}_t$, 它们的第 k 列为 $\hat{\mathbf{a}}_r(\phi_k)$ 和 $\hat{\mathbf{a}}_t(\theta_k)$, 对它们取相位角得到:

$$\hat{\mathbf{g}}_1 = -\text{angle}(\hat{\mathbf{a}}_r(\phi_k)) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2\pi d_2^N/\lambda \sin \phi_k & \cdots & 2\pi d_N^N/\lambda \sin \phi_k \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{g}}_2 = -\text{angle}(\hat{\mathbf{a}}_t(\theta_k)) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2\pi d_2^M/\lambda \sin \theta_k & \cdots & 2\pi d_M^M/\lambda \sin \theta_k \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

令

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2\pi d_2^N/\lambda \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_r = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2\pi d_N^N/\lambda \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2\pi d_2^M/\lambda \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_t = \begin{bmatrix} c_3 \\ c_4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2\pi d_M^M/\lambda \end{bmatrix}$$

则

$$\mathbf{P}_2 \mathbf{c}_r = \hat{\mathbf{g}}_1 \quad (26a)$$

$$\mathbf{P}_3 \mathbf{c}_t = \hat{\mathbf{g}}_2 \quad (26b)$$

\mathbf{c}_r 、 \mathbf{c}_t 的最小二乘解为

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_0 \\ \hat{c}_1 \end{bmatrix} = (\mathbf{P}_2^T \mathbf{P}_2)^{-1} \mathbf{P}_2^T \hat{\mathbf{g}}_1 \quad (27a)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_3 \\ \hat{c}_4 \end{bmatrix} = (\mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3)^{-1} \mathbf{P}_3^T \hat{\mathbf{g}}_2 \quad (27b)$$

则 DOA 和 DOD 的估计为

$$\hat{\phi}_k = \arcsin \hat{c}_1 \quad (28a)$$

$$\hat{\theta}_k = \arcsin \hat{c}_4 \quad (28b)$$

下面给出基于四线性分解的角度和频率联合估计算法流程:

1) 根据延迟的接收数据, 将 $N \times P$ 个切片积累成 $M \times N \times P \times J$ 的四维数据矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$ 。

2) 根据四维数据的对称性, 写成其他 3 种切片形式(式(12)~式(14))。

3) 根据 \mathbf{A}_r 、 \mathbf{A}_t 、 Φ 和 \mathbf{B} 的随机初值, 再根据式(16)~式(20), 进行迭代更新, 直到算法收敛。

4) 结合式(23)和式(27), 利用最小二乘法, 求出多普勒频率、DOD 和 DOA 的估计。

2.4 复杂度及克拉美-罗界(CRB)

本文算法的复杂度主要取决于迭代次数, 为 $O\{n[K^2(PMN+MNJ+PJN+MJP+M+N+J+P)+4MNKJP+4K^3]+2K(M+N+P)\}$, 其中 n 为迭代次数; 多维 ESPRIT 的复杂度为 $O\{M^2N^2P^2J+M^3N^3P^3+3K^3+K^2(6MPN-2MN-2MP-2NP)+K(4MNP-2MP-2NP+2)\}$; TALS 方法的复杂度为 $O\{m[K^2(PMN+MNJ+PJ+MN+J+P)+3MNKJP+3K^3]+2K(MN+P)\}$, 其中 m 为迭代次数。在快速收敛的情况下, TALS 算法的复杂度最低, 本文算法次之, 多维 ESPRIT 最高。

定义 $\Omega \triangleq (\Phi \odot \mathbf{A}_r \odot \mathbf{A}_t)$, 根据文献[17], 可以得出双基地 MIMO 雷达中的 CRB 为

$$\text{CRB} = \frac{\sigma^2}{2J} \{\text{Re}[\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_{\Omega} \mathbf{D} \oplus \hat{\mathbf{P}}_w^T]\}^{-1} \quad (29)$$

式中: $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{a}_1}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{a}_K}{\partial \theta_K} & \frac{\partial \mathbf{a}_1}{\partial \phi_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{a}_K}{\partial \phi_K} \end{bmatrix}$,

$\frac{\partial \mathbf{a}_1}{\partial f_1} \cdots \frac{\partial \mathbf{a}_K}{\partial f_K}$, \mathbf{a}_k 为 Ω 的第 k 列; \oplus 代表

Hadamard 积; $\hat{\mathbf{P}}_w = [\hat{\mathbf{P}}_{s1}^T \quad \hat{\mathbf{P}}_{s1}^T \quad \hat{\mathbf{P}}_{s1}^T]^T$, $\hat{\mathbf{P}}_{s1} =$

$[\hat{\mathbf{P}}_s \quad \hat{\mathbf{P}}_s \quad \hat{\mathbf{P}}_s]$, $\hat{\mathbf{P}}_s = \frac{1}{J} \sum_{t=1}^J \mathbf{b}(t) \mathbf{b}^H(t)$; $\mathbf{\Pi}_{\Omega} \perp =$

$\mathbf{I}_{MNP} - \Omega(\Omega^H \Omega)^{-1} \Omega^H$ 。

3 仿真结果

定义根均方误差(Root Mean Square Error, RMSE)为

$$\text{RMSE}_a =$$

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} [(\hat{\phi}_{k,l} - \phi_k)^2 + (\hat{\theta}_{k,l} - \theta_k)^2]} \quad (30a)$$

(30a)

$$\text{RMSE}_f = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} [(\hat{f}_{k,l} - f_k)^2]} \quad (30b)$$

式中: $\hat{\theta}_{k,l}$ 为 DOD 角度 θ_k 第 1 次蒙特卡罗实验的估计值; $\hat{\phi}_{k,l}$ 为 DOA 角度 ϕ_k 第 1 次蒙特卡罗实验的估计值; $\hat{f}_{k,l}$ 为多普勒频率 f_k 第 1 次蒙特卡罗实验的估计值。仿真中, 假设有 $K=3$ 个目标, 其角度和多普勒频率为: $(\theta_1, \phi_1, f_1) = (10^\circ, 15^\circ, 100 \text{ Hz})$, $(\theta_2, \phi_2, f_2) = (20^\circ, 25^\circ, 2550 \text{ Hz})$, $(\theta_3, \phi_3, f_3) = (30^\circ, 35^\circ, 4500 \text{ Hz})$, 脉冲重复频率为 $f_r = 10 \text{ kHz}$, 延迟级数 $P = 5$, 为方便与多维 ESPRIT 方法比较, 假设阵元均匀分布, 间隔半波长。

图 2 和图 3 给出了在 $M=8, N=6, J=100$, 信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 分别为 5 dB 和 15 dB 的情况下, 本文算法的角度和多普勒频率估计性能。从图 2 和图 3 中可以看出, 目标角度和多普勒频率都可以被较准确地估计出来。

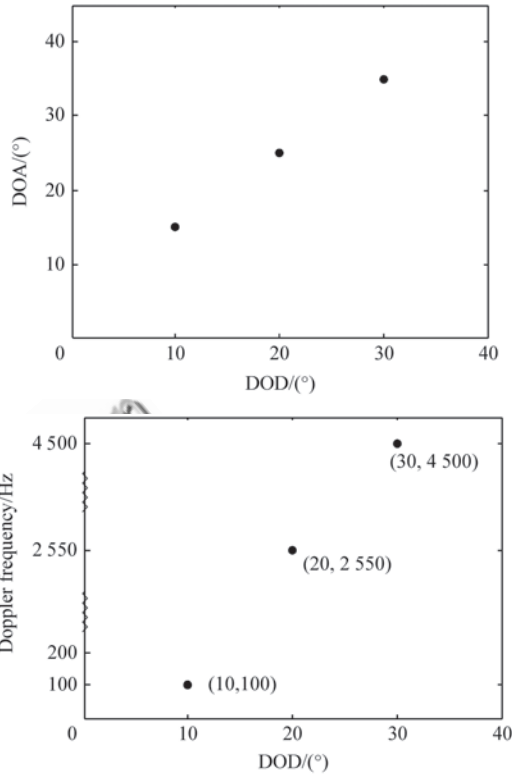


图 3 SNR=15 dB 时算法的估计性能

Fig. 3 Estimation performance of the algorithm (SNR = 15 dB)

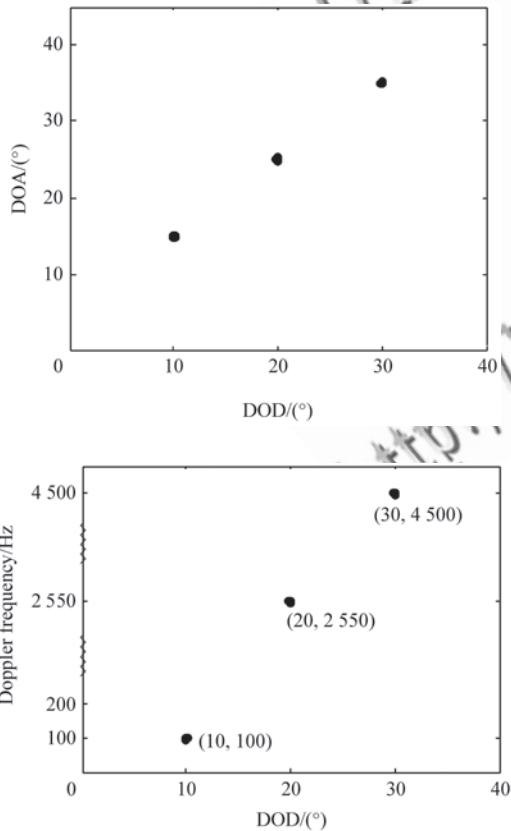
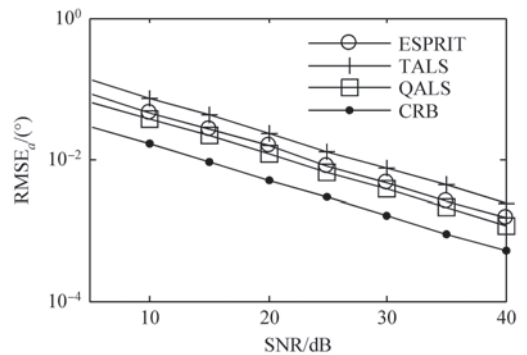


图 2 SNR=5 dB 时算法的估计性能

Fig. 2 Estimation performance of the algorithm (SNR = 5 dB)

图 4 和图 5 则是 $M=8, N=6, J=100$ 和 $M=6, N=6, J=10$ 的情况下, 本文算法与多维 ESPRIT 算法^[14]、TALS 算法^[15] 以及 CRB 的比较。可以看到, 本文算法角度估计性能最优; 频率估计性能和 TALS 几乎一样, 均略优于多维 ESPRIT。

图 6 和图 7 给出了 $J=20$, 发射和接收天线数不同的情况下, 本文算法的估计性能。可以看出, 随发射和接收天线数增加, 估计性能提升。天线数增加, 分集增益增强, 性能得到提升。



(a) Angle estimation

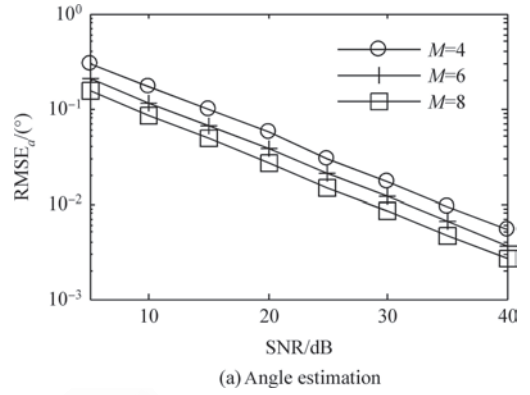
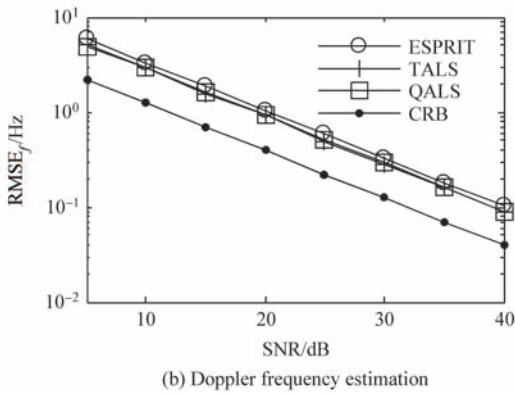
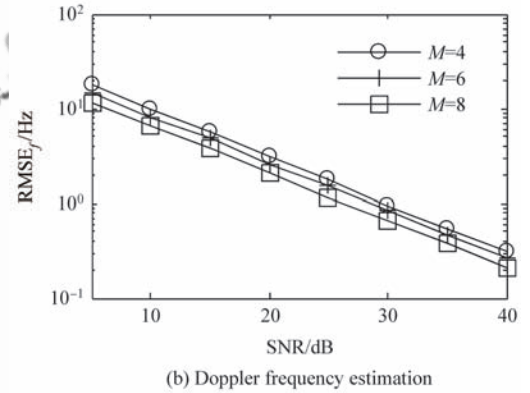
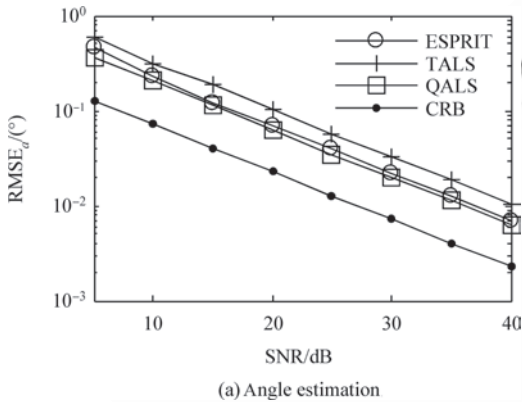


图 4 算法性能比较 ($M=8, N=6, J=100, K=3$)

Fig. 4 Performance comparison ($M=8, N=6, J=100, K=3$)

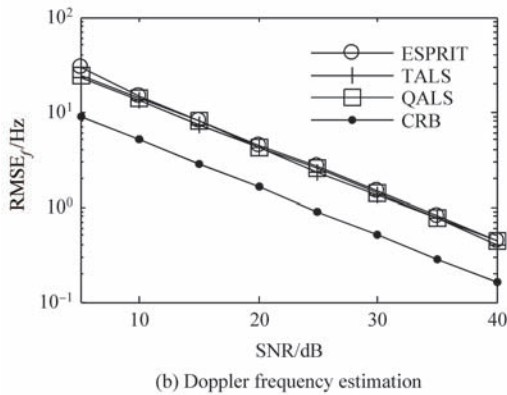


(a) Angle estimation

(b) Doppler frequency estimation

图 6 不同发射天线数下算法的估计性能 ($N=6$)

Fig. 6 Estimation performance with different values of $M(N=6)$



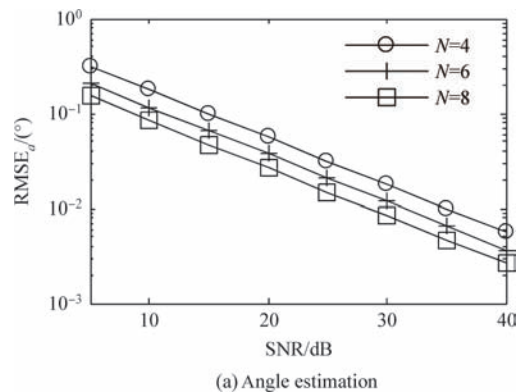
(b) Doppler frequency estimation

图 5 算法性能比较 ($M=6, N=6, J=10, K=3$)

Fig. 5 Performance comparison ($M=6, N=6, J=10, K=3$)

图 8 则是 $M=6, N=6$, 快拍数不同的情况下, 本文算法的估计性能。从图 8 中可以看出, 快拍数增加, 估计性能有提升, 而且可以看到, 算法在低快拍下 ($J=5$), 也能准确估计角度和多普勒频率。

图 9 则是在非均匀阵下, $M=8, N=6, J=100, SNR=5$ dB, 本文算法的估计性能。从图 9 中可以看出, 目标角度和多普勒频率都可以被较准确地估计出来。



(a) Angle estimation

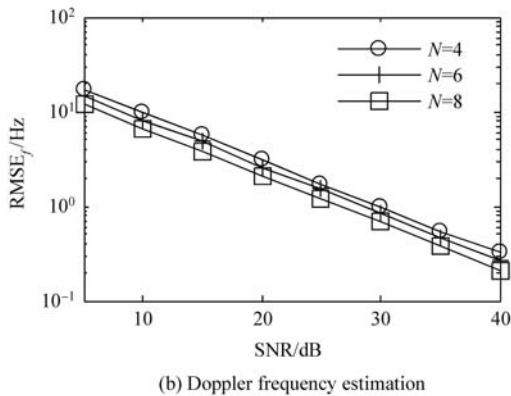
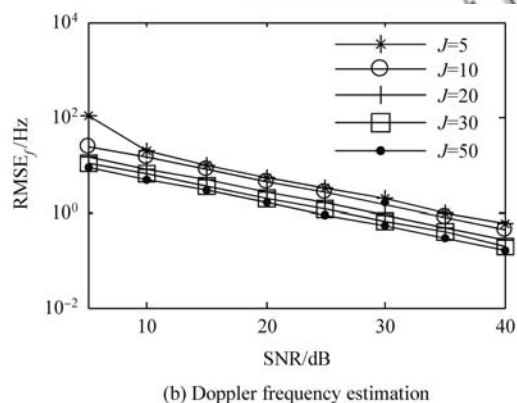
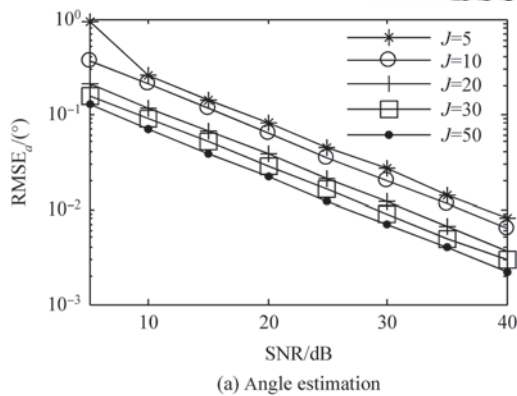
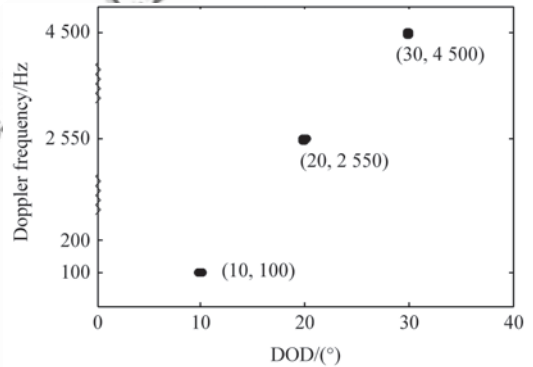
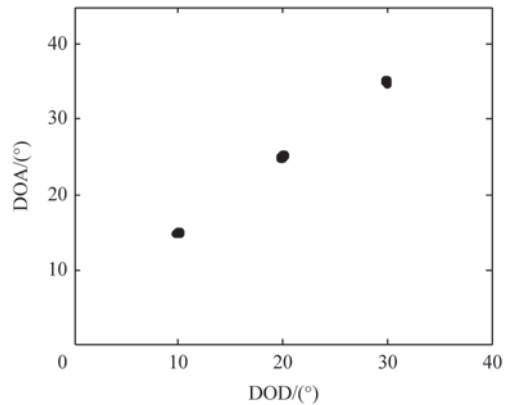
图 7 不同接收天线数下算法的估计性能 ($M=6$)Fig. 7 Estimation performance with different values of N ($M=6$)

图 8 不同快拍数下算法的估计性能

Fig. 8 Estimation performance with different values of J 图 9 非均匀阵时算法的估计性能 ($\text{SNR}=5 \text{ dB}$)Fig. 9 Estimation performance under non-uniform arrays ($\text{SNR}=5 \text{ dB}$)

4 结论

- 1) 本文给出的算法是迭代算法,不需要特征值分解或奇异值分解,无需谱峰搜索。
- 2) 不需要参数配对,可实现角度和频率的自动配对。
- 3) 无需知道反射系数,且适用于非均匀阵列。
- 4) 算法的角度估计性能也优于多维 ESPRIT 方法和 TALS 方法。

参 考 文 献

- [1] Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. MIMO radar: an idea whose time has come. Proceedings of IEEE Radar Conference. 2004; 71-78.
- [2] Li J, Stoica P. MIMO radar—diversity means superiority. Proceedings of 14th Adaptive Sensor Array Processing Workshop (ASAP '06). 2006; 1-6.
- [3] Li X R, Zhang Z, Mao W X, et al. A study of frequency diversity MIMO radar beamforming. IEEE 10th International Conference (ICSP2010). 2010; 352-356.

- [4] Sharma R. Analysis of MIMO radar ambiguity functions and implications on clear region. IEEE Radar Conference, 2010; 544-548.
- [5] Li J, Liao G, Griffiths H. Bistatic MIMO radar space-time adaptive processing. 2011 IEEE International Radar Conference, 2011; 498-502.
- [6] Wu X H, Kishk A A, Glisson A W. MIMO-OFDM radar for direction estimation. IET Radar, Sonar & Navigation, 2010, 4(1): 28-36.
- [7] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(12): 968-971.
- [8] Li J, Liao G, Ma K, et al. Waveform decorrelation for multitarget localization in bistatic MIMO radar systems. 2010 IEEE International Radar Conference, 2010; 21-24.
- [9] Chen J L, Gu H, Su W M. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar. Electronics Letters, 2008, 44(24): 1422-1423.
- [10] Yan H, Li J, Liao G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2008; 1-8.
- [11] Gao X, Zhang X, Feng G, et al. On the MUSIC-derived approaches of angle estimation for bistatic MIMO radar. Proceedings of International Conference on Wireless Networks and Information Systems, 2009; 343-346.
- [12] Zhang X, Xu Z, Xu L, et al. Trilinear decomposition-based transmit angle and receive angle estimation for multiple-input multiple-output radar. IET Radar, Sonar & Navigation, 2011, 5(6): 626-631.
- [13] Nion D, Sidiropoulos N D. Adaptive algorithms to track the PARAFAC decomposition of a third-order tensor. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(6): 2299-2310.
- [14] Liu S, Zhang G, Liu W B. Multi-dimensional parameter joint estimation of bistatic MIMO radars based on temporal-spatial structure. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(6): 1196-1203. (in Chinese)
刘帅, 张弓, 刘文波. 基于时空结构的双基 MIMO 雷达多维参数估计. 航空学报, 2010, 31(6): 1196-1203.
- [15] Zhang J Y, Zheng Z D, Li X B. An algorithm for DOD-DOA and Doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar. Journal of Electronics and Information Technology, 2010, 32(8): 1843-1848. (in Chinese)
张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.
- [16] Liu X, Sidiropoulos N D. Cramer-Rao lower bounds for low-rank decomposition of multidimensional arrays. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(9): 2074-2086.
- [17] Stoica P, Nehorai A. Performance study of conditional and unconditional direction-of-arrival estimation. IEEE Transactions on Signal Processing, 1990, 38(10): 1783-1795.

作者简介:

李建峰 男, 博士研究生。主要研究方向: 阵列信号处理, 雷达信号处理。

Tel: 025-84896490

E-mail: lijianfengtin@126.com

张小飞 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 通信信号处理, 阵列信号处理, 雷达信号处理。

Tel: 025-84896490

E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn

Joint Estimation of Angle and Doppler Frequency in Bistatic MIMO Radar Based on Quadrilinear Decomposition

LI Jianfeng, ZHANG Xiaofei *

College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

Abstract: This paper studies the joint estimation of angle and Doppler frequency in a bistatic multiple-input multiple-output (MIMO) radar, and proposes a joint angle and Doppler frequency estimation algorithm using quadrilinear decomposition. It reconstructed the delayed received-data to develop a quadrilinear data model. Using quadrilinear alternating least squares (QALS), it obtained an estimation of the direction matrix and the Doppler frequency matrix, and further the estimated angles and frequency via the least squares. The proposed algorithm requires no peak searching, does not need a priori knowledge of the reflection coefficients, and it can realize automatically paired angles and Doppler frequency. Furthermore, it is suitable for non-uniform arrays, and the angle estimation performance is better than that of multi-dimensional ESPRIT and trilinear alternating least squares (TALS). The paper analyzes the complexity of the algorithm, and derives the Cramer-Rao bound (CRB). Simulation compares the proposed algorithm with other algorithms, and verifies its validity.

Key words: MIMO radar; quadrilinear decomposition; joint estimation; Doppler frequency; least squares

Received: 2011-08-30; **Revised:** 2012-02-05; **Accepted:** 2012-04-18; **Published online:** 2012-05-20 14:58

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120520.1458.020.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (60801052); Aeronautical Science Foundation of China (2009ZC52036); Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Research Funding (NZ2012010); Graduate Innovative Base Open Funding of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics

* **Corresponding author.** Tel.: 025-84896490 E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn