

平板边界层中展向波包型扰动引起的转捩

李佳, 罗纪生*

天津大学 机械工程学院, 天津 300072

摘要: 过去在平板边界层转捩及湍流的研究中, 主要考虑的扰动在展向是均匀分布的, 这样有利于研究, 但在实际问题中扰动形式是多样的, 边界层可能是三维的, 扰动在展向是不均匀的。对于以往研究的扰动来说, 三维平板边界层中的展向非均匀扰动是比较复杂的扰动形式, 更接近自然转捩, 因此研究这种扰动引起的转捩和湍流具有重要的实际意义。基于此, 针对平板边界层, 控制方程为无量纲化的 Navier-Stokes 扰动方程, 时间上采用三阶精度的差分格式, 空间上展向采用伪谱方法, 流向和法向采用高阶精度差分格式, 应用数值模拟的方法研究了小幅值和有限幅值展向波包两种情况。通过数值模拟和线性稳定性理论分析小幅值波包的演化, 得到了小幅值波包的演化符合线性稳定性理论(LST); 分析了有限幅值的展向波包型扰动引起的转捩和湍流, 描述了物理空间和谱空间中波包型扰动的演化特征; 同时针对不同展向位置进行分析, 结果表明不同展向位置的转捩位置不同, 但转捩过程和特征是类似的。

关键词: 边界层; 波包; 转捩; 湍流; 数值模拟

中图分类号: V211; O357.4 **文献标识码:** A

在以往的平板边界层转捩的研究中, 为了明确起见, 计算域入口处加入的扰动通常为一个或者几个 Tollmien-Schlichting 波^[1-6]。但在自然界中, 扰动的形式是复杂的, 边界层前缘感受到的扰动不只包含单一模态, 而是具有广泛谱的波包型扰动。为了研究这种更接近自然扰动引起的转捩, 1975 年 Gaster 和 Grant^[7] 首先通过实验详细研究了波包的形成和线性演化过程, 使用热线探针测量技术, 通过小孔加入持续的声波脉冲形成波包型扰动, 得到了波包从最初的椭圆形演化到弓形以及波包演化初期峰值集中在中心附近, 演化到下游发展为两个峰值。1991 年 Cohen 等^[8] 使用实验的方法研究了层流边界层中局部扰动引起的小幅值波包演化到湍流的整个阶段, 这是对 Gaster 和 Grant 实验^[7] 的拓展, 研究了波包的法向和展向结构以及转捩的 3 个阶段:

第 1 个阶段波包可以看成是若干个二维、三维波的叠加, 最大能量集中在最大增长率的二维波上; 第 2 个阶段能量从二维波转移到频率一半的斜波上, 波包的幅值从自由流的 0.5% 增长到 5%; 第 3 个阶段是湍斑的形成阶段, 扰动幅值的增长达到自由流的 27%。1993 年 Cohen^[9] 使用线性理论模型研究了层流边界层波包的初期演化, 预测了波包的成分中各模态波的幅值增长, 比较了线性理论模型和 CBH (Cohen, Breuer, Haritonidis) 从测量数据中计算得到的各种模态波的增长, 结果是一致的。1997 年 Breuer 等^[10] 使用实验的方法研究了波包的演化, 重点研究了波包演化的后期阶段即强非线性阶段和湍流的开始。在强非线性阶段, 扰动演化成条纹结构; 最后的 breakdown 阶段是任意相位高频振动的出现。1999 年 Medeiros 和 Gaster^[11] 通过实验研究了波

收稿日期: 2011-10-10; 退修日期: 2011-11-28; 录用日期: 2011-12-18; 网络出版时间: 2012-01-13 10:21

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120113.1021.004.html

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2009CB724103)

* 通讯作者. Tel.: 022-27407025 E-mail: jsluo@tju.edu.cn

引用格式: Li J, Luo J S. Transition induced by spanwise wave packet disturbance in a flat plate boundary layer. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(8): 1364-1374. 李佳, 罗纪生. 平板边界层中展向波包型扰动引起的转捩. 航空学报, 2012, 33(8): 1364-1374.

包非线性演化中相位的影响,结论为输入的相位依赖于激发的幅值,相位是波包调制演化中的重要参数,转捩位置依赖于噪声序列的相位组合。2010年 Yeo 等^[12]直接数值模拟了布拉休斯边界层的波包演化,研究的波包是在流向和展向两个方向进行了限制,生动形象地显示了波包演化的过程,并和线性稳定性理论(LST)作了比较。本文基于前人的工作,以平板边界层为研究对象,利用三维扰动方程,对计算域入口的展向波包型扰动进行了直接数值模拟(DNS),研究了扰动的演化,转捩的发生及湍流的形成。

1 计算域和基本流

计算采用直角坐标系,研究三维平板边界层,设流体沿平板流动的方向为 x 、法向为 y 、展向为 z ,3个方向对应的速度分别为 u 、 v 和 w 。计算域如图1所示。

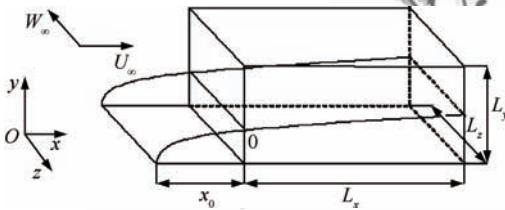


图1 计算域示意图

Fig.1 Schematic of computation field

图中: L_x 、 L_y 和 L_z 分别为 x 、 y 和 z 方向的计算域长度; x_0 为计算域入口距平板前缘的距离; U_∞ 和 W_∞ 分别为流向和展向自由来流的速度。

设自由来流速度 U_∞ 和 W_∞ 为不变量,并且自由流动速度不依赖于 z 。虽然流动在3个坐标上的速度分量都不为零,但都只是 x 、 y 的函数,因此,三维流动可以看成是二维流动在展向的延展^[13]。根据边界层条件,基本流所满足的方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \\ U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1)$$

其边界条件是:当 $y = 0$ 时, $U = V = W = 0$; 当 $y \rightarrow \infty$ 时, $U = U_\infty$ 、 $W = W_\infty$ 。可以由式(1)的前两个方程求得 U 和 V , 根据式(1)的第3个方程有

$$W = \frac{W_\infty}{U_\infty} U \quad (2)$$

式中: U 、 V 和 W 分别为 x 、 y 和 z 方向的基本流大小; ν 为运动学黏性系数。

2 扰动方法及数值方法

从 Navier-Stokes 方程出发,使用 U_∞ 为特征速度,计算域入口处的边界层排移厚度 δ_0 为特征长度对 Navier-Stokes 方程进行无量纲化得到无量纲方程。定义雷诺数 $Re = U_\infty \delta_0 / \nu$, 将瞬时速度、瞬时压力分解为基本流和扰动之和,用 u 、 v 、 w 和 p 表示扰动速度和压力,将瞬时量代入 Navier-Stokes 方程,减去基本流所满足的方程就可以得到扰动所满足的方程,即为扰动方程。

计算时在 z 方向采用伪谱方法,扰动展开为 Fourier 级数:

$$(u, v, w, p) = \sum_{m=-M}^M (u_m, v_m, w_m, p_m) e^{i\beta_m z} \quad (3)$$

式中: $\beta_m = m\beta_0$, 其中 β_0 为展向的基本波数; M 为展向截断误差的项数; u_m 、 v_m 、 w_m 和 p_m 为谱空间的分量。

对扰动方程进行 Fourier 变换,得到谱空间中的扰动方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_m}{\partial x} + \frac{\partial v_m}{\partial y} + i\beta_m w_m = 0 \\ \frac{\partial u_m}{\partial t} + U \frac{\partial u_m}{\partial x} + V \frac{\partial u_m}{\partial y} + i\beta_m W u_m + u_m U_x + v_m U_y + (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})_m = -\frac{\partial p_m}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_m}{\partial y^2} - \beta_m^2 u_m \right) \\ \frac{\partial v_m}{\partial t} + U \frac{\partial v_m}{\partial x} + V \frac{\partial v_m}{\partial y} + i\beta_m W v_m + u_m V_x + v_m V_y + (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{v})_m = -\frac{\partial p_m}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_m}{\partial y^2} - \beta_m^2 v_m \right) \\ \frac{\partial w_m}{\partial t} + U \frac{\partial w_m}{\partial x} + V \frac{\partial w_m}{\partial y} + i\beta_m W w_m + u_m W_x + v_m W_y + (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{w})_m = -i\beta_m p_m + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_m}{\partial y^2} - \beta_m^2 w_m \right) \end{cases} \quad (4)$$

式中: U_x 、 U_y 、 V_x 、 V_y 、 W_x 和 W_y 分别为基本流对应坐标的导数; $\mathbf{u} = [u \ v \ w]$ 。计算域的出口采用嵌边函数法^[14],以达到减小扰动反射的目的。

时间上采用 Karniadakis 等^[15]建议的三步法
© 航空学报编辑部 <http://hkxb.buaa.edu.cn>

三阶精度的差分格式。相应的对流项也采用三步法。因此控制方程可以写为

$$\begin{aligned} & \frac{[\mathbf{u}'_m - \sum_{k=0}^2 \sigma_k \mathbf{u}_m^{n-k}]}{\Delta t} = - \sum_{k=0}^2 \zeta_k \mathbf{F}_m^{n-k} \\ & \left\{ \begin{aligned} \mathbf{V}_m^2 \mathbf{p}_m^{n+1} &= \frac{\mathbf{V}_m \cdot \mathbf{u}'_m}{\Delta t} \\ \mathbf{u}''_m &= \mathbf{u}'_m - \Delta t \mathbf{V}_m \mathbf{p}_m^{n+1} \\ \frac{\gamma_0 \mathbf{u}_m^{n+1} - \mathbf{u}''_m}{\Delta t} &= \frac{1}{Re} \mathbf{V}_m^2 \mathbf{u}_m^{n+1} + \lambda (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_m^{n+1}) \end{aligned} \right. \quad (5) \end{aligned}$$

式中: \mathbf{F}_m^{n-k} 为对流项; \mathbf{u}'_m 和 \mathbf{u}''_m 为中间变量; $\mathbf{V}_m = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, im\beta_0 \right)$; $\mathbf{V}_m^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - m^2 \beta_0^2 \right)$; $\mathbf{u}_e = [u_e \quad v_e \quad w_e]$ 为预先指定的嵌边区出流条件, 取 $\mathbf{u}_e = \mathbf{0}$; σ_k, ζ_k 和 γ_0 为常系数, 其具体数值如表 1 所示。

表 1 时间混合格式的系数

Table 1 Coefficients of mixed time scheme

Step	γ_0	σ_0	σ_1	σ_2	ζ_0	ζ_1	ζ_2
1	1	1	0	0	1	0	0
2	3/2	2	-1/2	0	2	-1	0
3	11/6	3	-3/2	1/3	3	-3	1

对流项中的速度导数采用傅德薰和马延文^[16]建议的五阶迎风紧致有限差分格式, 在临近边界点上采用三阶精度的紧致有限差分格式, 在边界点上采用二阶精度的单边差分格式。

压力项中的流向二阶导数采用等间距四阶精度的对称紧致有限差分格式, 法向采用非等间距的二阶导数三阶精度的紧致有限差分格式。

散度和梯度在内部点采用六阶精度的对称紧致有限差分格式, 临近边界点处采用四阶对称紧致有限差分格式, 边界上采用三阶精度的紧致有限差分格式。

求解的黏性项方程为

$$\frac{\gamma_0 \mathbf{u}_m^{n+1} - \mathbf{u}''_m}{\Delta t} = \frac{1}{Re} \mathbf{V}_m^2 \mathbf{u}_m^{n+1} + \lambda (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_m^{n+1}) \quad (6)$$

可以分为两步进行求解:

$$\begin{cases} \left(1 - C \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \boldsymbol{\psi}_i = \mathbf{g}_i \\ \left(1 - C \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \mathbf{u}_m^{n+1} = \boldsymbol{\psi}_j \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{g}_i = \mathbf{u}''_m / [(\gamma_0 + \lambda(x, t) \Delta t) (1 + AB)]$;

$\boldsymbol{\psi}_j = \left(1 - C \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \mathbf{u}_m^{n+1}$ 为中间变量; $A = m^2 \beta_0^2$;

$B = \frac{\Delta t}{Re(\gamma_0 + \lambda(x, t) \Delta t)}$; $C = \frac{B}{1 + AB}$ 。可以分两步求解的原因在于 C 很小。

为了保证边界层内有足够的点, 法向采用变间距网格分布, 其形式为

$$y_j = \frac{L_y R_j}{1 + C_b (1 - R_j^2)} \quad (8)$$

式中: $R_j = (j - 1) / (j_n - 1)$, j_n 为法向网格数;

$C_b = [\sqrt{1 + 8(y_{j_n} - y_{j_{n-1}}) / (y_2 - y_1)} - 3] / 4$ 。

边界条件: 扰动速度在上、下边界条件为零, 入口边界条件是给定的扰动, 出口边界条件是采用嵌边法。扰动压力采用法线方向导数为零的边界条件, 即 $\partial p_m / \partial n = 0$ 。

3 计算结果及分析

3.1 小幅值波包扰动的计算结果

考虑基本流有展向速度, 并设自由来流展向速度 $W_\infty = 0.3U_\infty$, 计算域入口处的扰动形式为高斯分布调制后的 Tollmien-Schlichting 波, 具体形式为

$$\mathbf{u} = ak [\hat{\mathbf{u}}(y) e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} + z^*] \quad (9)$$

式中: a 为扰动的振幅; α 和 β 分别为流向和展向的波数; ω 为频率; $\hat{\mathbf{u}}(y)$ 为对应于特征值 α, β 和 ω 的特征函数; $k = e^{-b(z - \frac{L_z}{2})^2}$ 为幅值调制函数, b 为改变调制函数宽窄的常数; z^* 为共轭。

为了用流动稳定性对计算方法进行验证, 在流场入口加一个小扰动, 用边界层排移厚度 δ_0 为特征长度定义的雷诺数 $Re = 1017.9$, 展向波数 $\beta = 0.06$, 频率 $\omega = 0.065$, 根据稳定性分析得到流向复波数 $\alpha = (0.1801010, -0.0034893)$, 取扰动幅值 $a = 0.0001$, 幅值调制函数中的 $b = 0.00007$ 。为了与稳定性的结果进行比较, 数值模拟中的扰动幅值定义为

$$\begin{cases} A_1(x, z) = \max_{t_0 < t < t_0 + T, 0 < y < L_y} |u| \\ A_2(x) = \max_{0 < z < L_z} A_1(x, z) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $T = 2\pi / \omega$ 。根据流动稳定性的分析可以得到波包传播的方向为 $\tan \theta = -\partial \alpha_r / \partial \beta = 0.31$, 其中 θ 为扰动的传播方向与 x 轴的夹角, α_r 为流向波数的实部。

图 2 给出了入口处展向位置在某一时刻扰动沿展向的分布, 由图可以看出幅值在展向是变化的。

图 3 给出了法向位置 $y = 1.04$ 处扰动速度 u 的分布。图 4 为扰动幅值 A_1 在 xOz 平面的传播情况。可以看出,随着向下游演化,波包在展向的范围越来越大,其波包峰值的方向不在 x 方向上。

果相符合。同时还给出了扰动速度 u 在 xOz 平面的等值线及波包峰值的传播方向,传播方向为 $\tan \theta = 0.3$,与理论分析的结果基本一致。

除了扰动幅值 A_2 的比较之外,图 6 还给出了

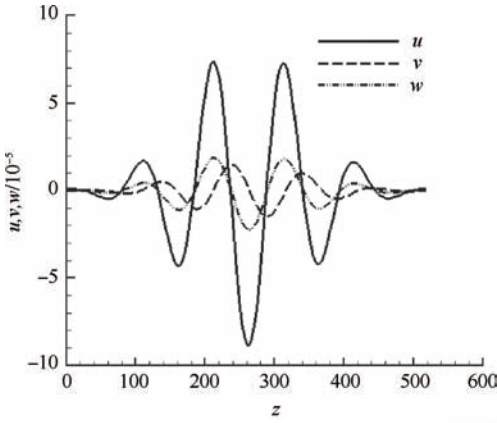


图 2 扰动沿展向的分布

Fig. 2 Disturbance distribution along spanwise direction

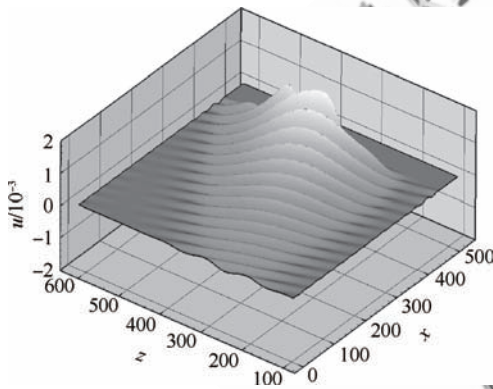


图 3 扰动速度在 xOz 平面的演化

Fig. 3 Disturbance velocity evolution in xOz plane

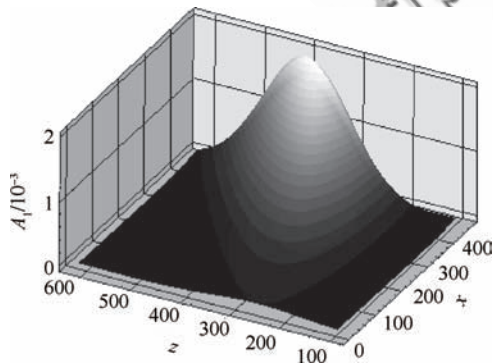
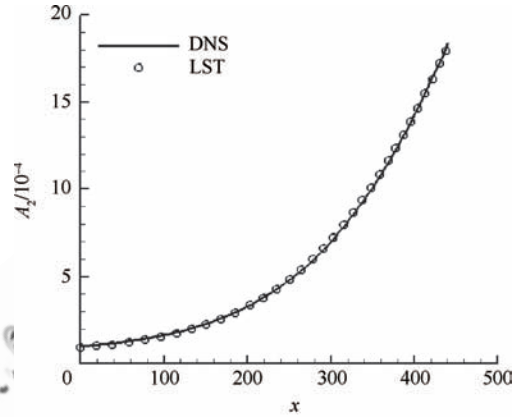
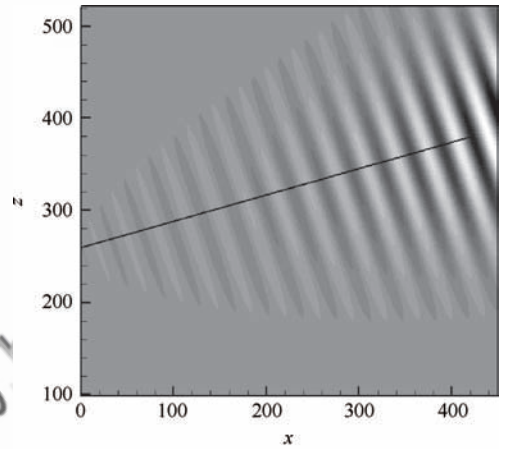


图 4 扰动幅值 A_1 在 xOz 平面的演化

Fig. 4 Disturbance amplitude A_1 evolution in xOz plane



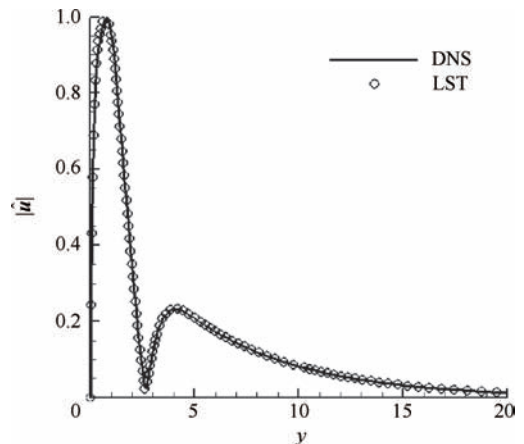
(a) Amplitude A_2 evolution



(b) Wave packet peak position

图 5 幅值 A_2 的演化和波包峰值的位置

Fig. 5 Amplitude A_2 evolution and wave packet peak position



(a) $x = 105$

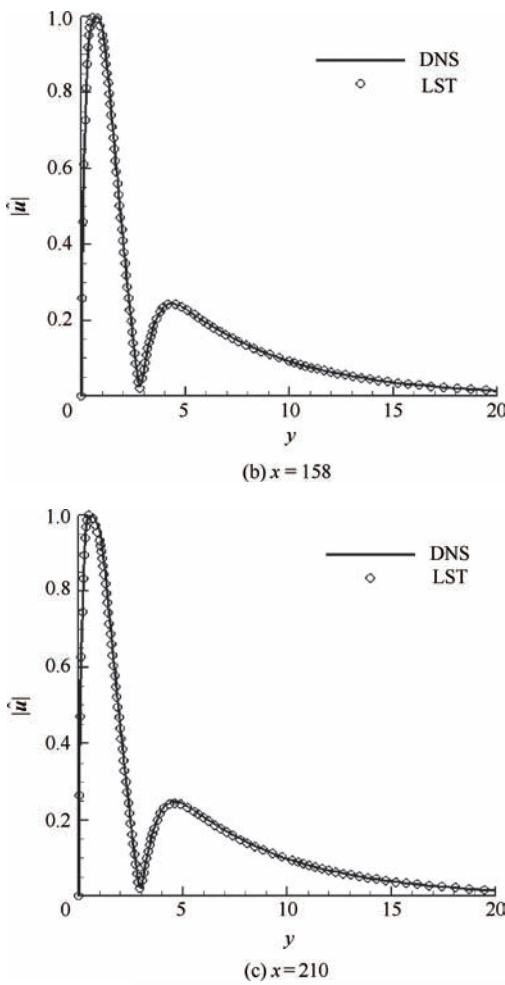


图6 不同流向位置的特征函数比较

Fig. 6 The eigenfunction comparison in different streamwise positions

流向 $x = 105, 158, 210$ 这3个位置处由DNS与LST得到的特征函数的比较,由图6可见,两者的结果也是一致的。

以上结果表明,三维边界层中展向波包型小幅度扰动的演化可以用LST预测。

3.2 有限幅值扰动的计算结果

为了研究有限幅值波包型扰动的演化,取 $W_\infty = 0$, 计算入口的扰动形式仍为式(9), 选取参数为: $\alpha = (0.249\ 105\ 7, -0.003\ 496\ 5)$, $Re = 932$, $\beta = 0$, $\omega = 0.090\ 9$, 扰动幅值 $a = 0.01$, 调整波包宽窄的系数 $b = 0.002$ 。

以下结果若没提及法向位置时,均取在法向 $y = 0.65$ 位置处。

图7给出了 $t = 3T, 4T, 5T, 6T, 7T, 8T$ 时刻

扰动速度 u 的空间分布。由图7可以看到,波包在初始时刻在展向占据一小部分,在向下游的演化过程中,逐步向展向两侧扩展。转换发生的位置是波包峰值处在上游,其他展向的转换位置在较下游。

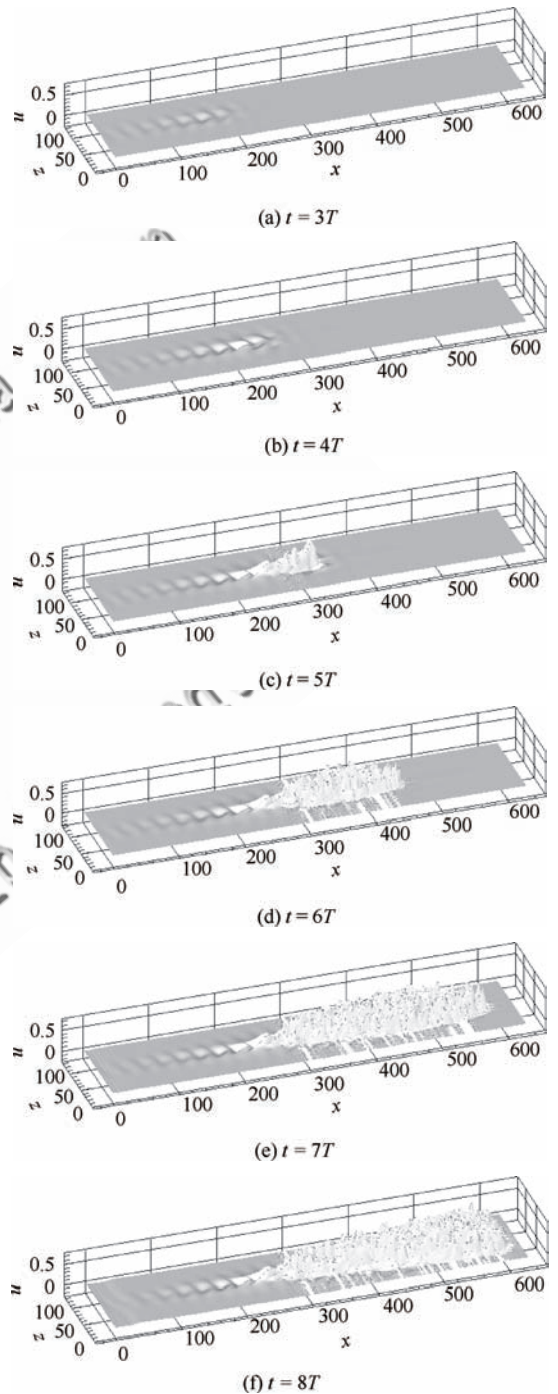


图7 扰动速度在空间的演化

Fig. 7 Disturbance velocity evolution in space

图8给出了流向不同位置的扰动速度 u 沿展向的分布。由图8可看到,入口处波包为高斯分

布,随着向下游演化波包峰值逐渐增大,在 $x = 110$ 处,波包的峰值开始向下凹陷,分裂为两个小峰;在 $x = 132$ 处,波包峰值继续凹陷,完全分裂为两个峰;在 $x = 230$ 处,两峰值之间出现小尺度展向扰动;随着扰动的演化小尺度展向扰动越来越多,尺度越来越小,强度越来越大,且向波包的两端扩散;在 $x = 425$ 处波包明显的扩散了。

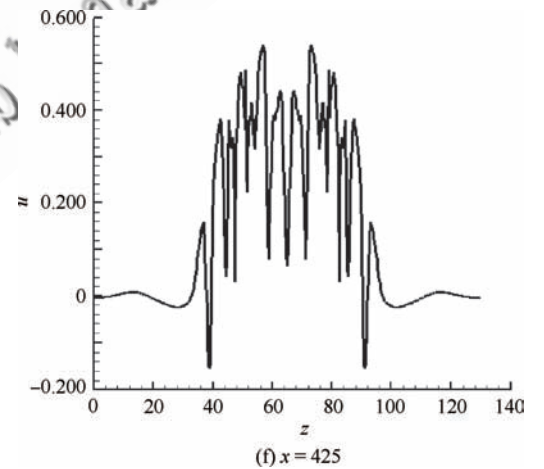
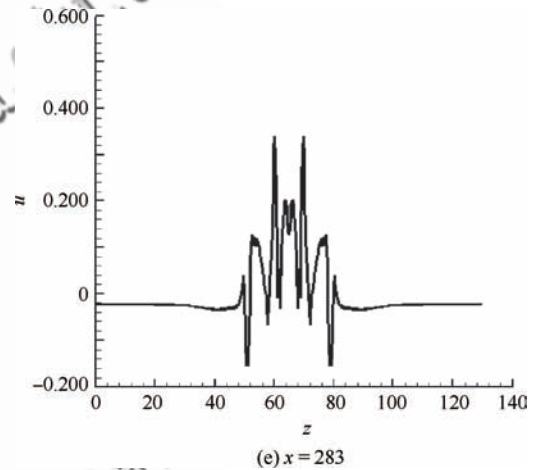
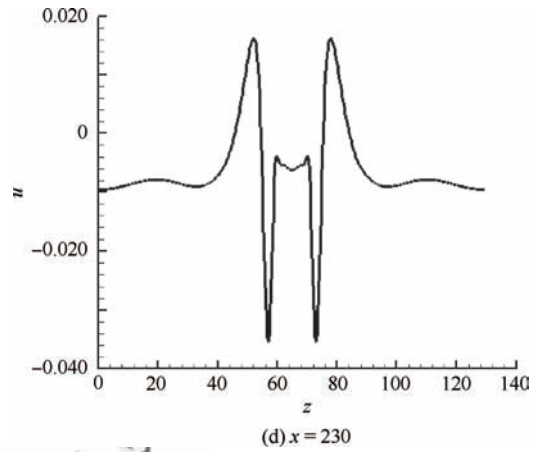
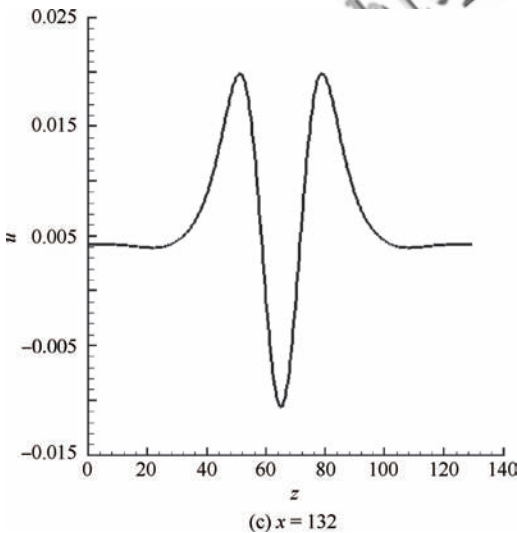
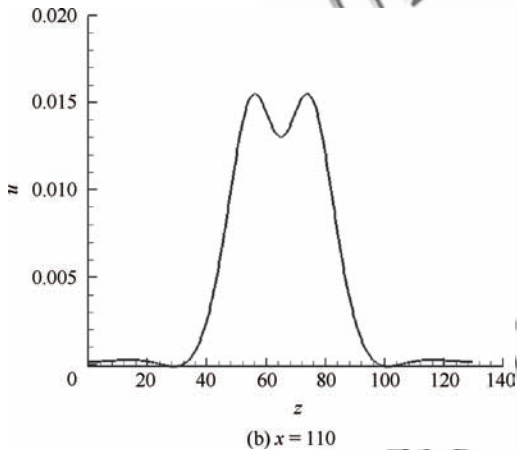
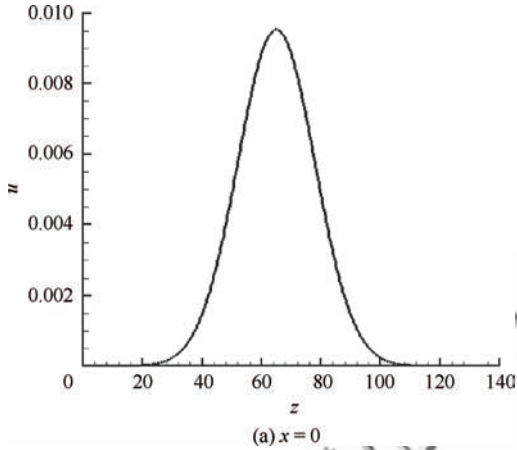


图 8 扰动速度随着展向的演化

Fig. 8 Disturbance velocity evolution along spanwise direction

图 9 和图 10 分别给出了 $t = 5T, 8T$ 时刻扰动速度 u 在 xOz 平面的等值线分布和谱空间中的演化。从图 9 的等值线图可以清晰地看到波包在展向的范围越来越大。从图 10 中可以看出在扰动的初期,只有低波数的波存在,随着时间演

化,各阶波之间相互作用激发出更多的高次谐波,这些高次谐波的相互作用最终导致了转捩。

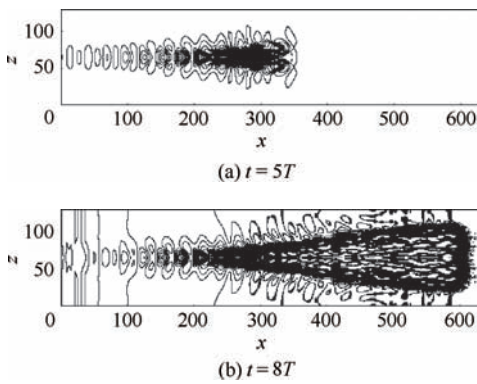


图9 物理空间中扰动速度 u 的等值线图

Fig. 9 Contour map of disturbance velocity u in physical space

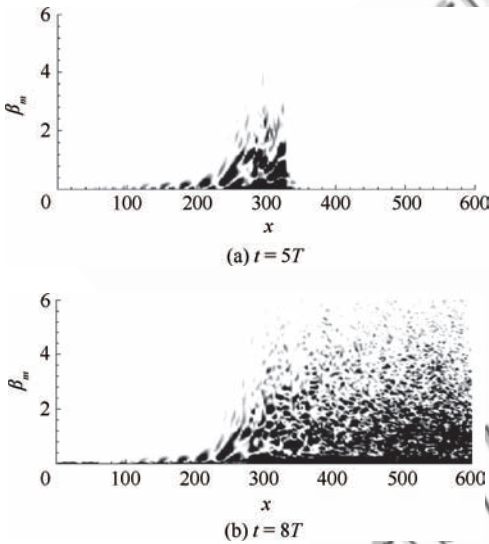
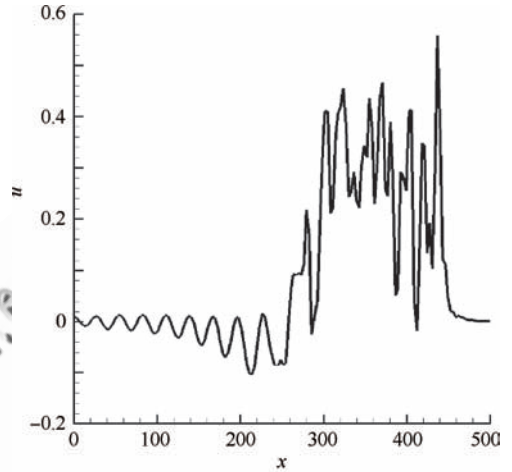


图10 谱空间中扰动波数随流向的演化

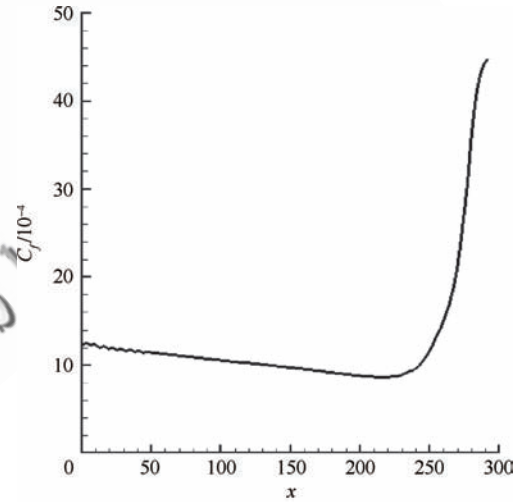
Fig. 10 Disturbance wave number evolution along streamwise direction

图11分别给出了展向中心位置 $z = 64.96$ 和非中心位置 $z = 45.42$ 处扰动沿着流向的演化,还给出了壁面摩擦系数 C_f 曲线沿流向的变化。通常将壁面摩擦系数曲线抬升的位置定义为转捩开始的位置,因此可以看到,对于不同的展向位置,转捩发生的流向位置也不同,对于展向的中心位置 $z = 64.96$,转捩发生在 $x = 250$ 附近,对非展向中心位置 $z = 45.42$,转捩发生在 $x = 320$ 附近。

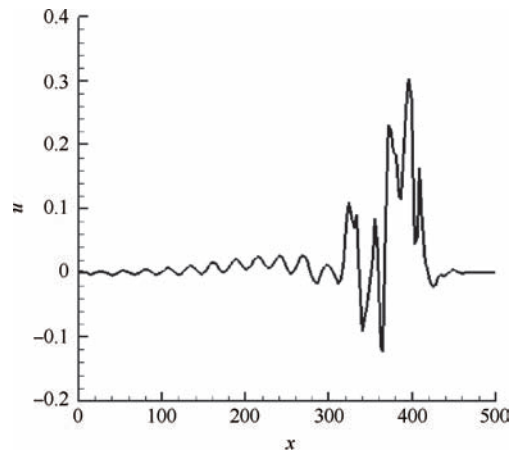
图12给出了展向中心位置 $z = 64.96$ 处不同流向位置的平均流速度 \bar{u} 的法向分布,由图12可以看出,随着扰动向下游演化,速度剖面逐渐偏离布拉提斯分布,从 $x = 220.14$ 到 $x = 257.88$ 剖面出现拐点。



(a) $z = 64.96$, evolution of disturbance velocity



(b) $z = 64.96$, curve of friction coefficient



(c) $z = 45.42$, evolution of disturbance velocity

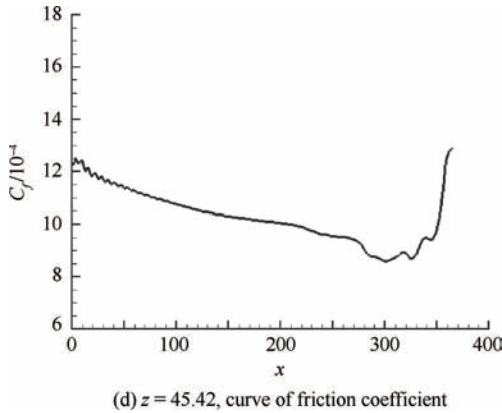


图 11 扰动速度的演化和摩擦系数曲线的变化

Fig. 11 Evolution of disturbance velocity and curve of friction coefficient

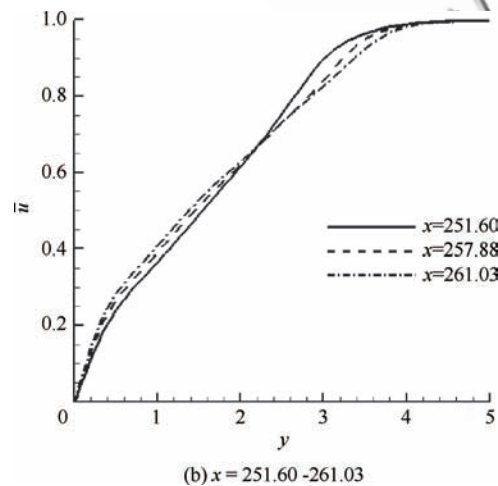
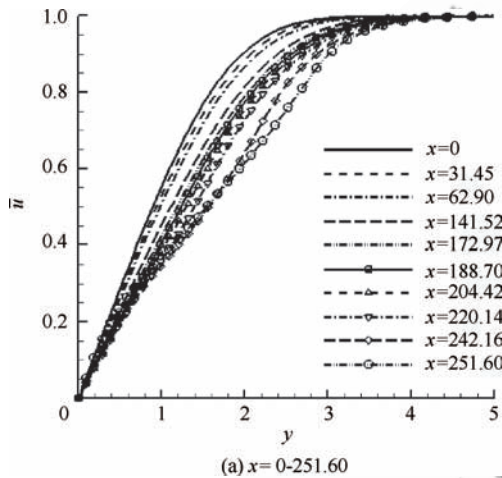


图 12 平均速度 \bar{u} 的演化

Fig. 12 Evolution of mean velocity \bar{u}

针对图 12 中不同流向位置的平均流剖面进行了稳定性分析,得到图 13 中 (ω, β) 平面内的中性曲线。开始阶段,不稳定的区域会略有减小,但从 $x = 62.90$ 以后不稳定区域会逐渐增大,到 $x = 220.14$ 不稳定区域会迅速增大,在 $x = 242.16$ 到 $x = 257.88$ 的区间内,不稳定区域会逐渐达到最大并开始减小,从 $x = 257.88$ 开始到 $x = 261.03$ 区间内不稳定区域减小较快。这样的变化趋势与文献[2]~文献[6]中展向均匀扰动的结论一致。

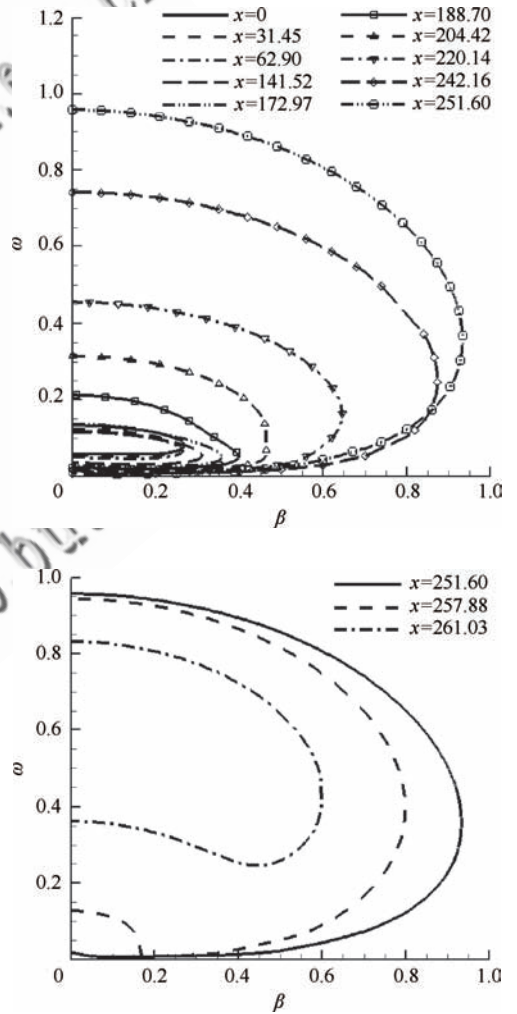
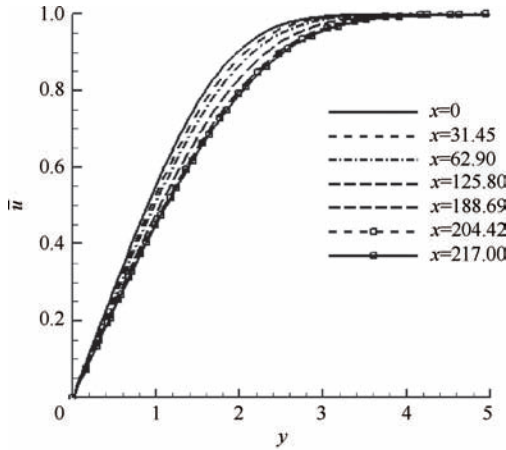


图 13 (ω, β) 平面内的中性曲线

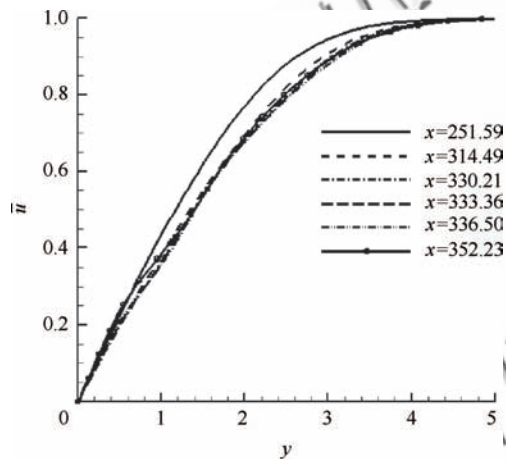
Fig. 13 Neutral curves in (ω, β) plane

图 14 给出了展向非中心位置 $z = 45.42$ 的计算结果。图 14(a)~(c)显示了不同流向位置处平均速度 \bar{u} 的法向分布;图 14(d)~(f)显示了这些流向位置处的 (ω, β) 平面内的中性曲线。

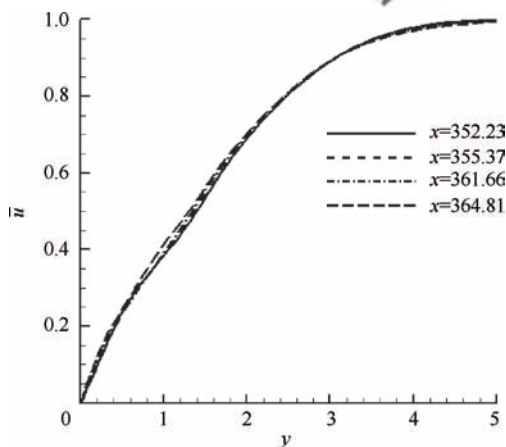
由图 14 可以看出,速度剖面出现拐点的位置在 $x = 314.49$ 到 $x = 352.23$ 区间。中性曲线的变化趋势与 $z = 64.96$ 处的一样,不稳定区域快速增大的区域为 $x = 251.59$ 到 $x = 352.23$,之后不稳定区域逐渐减小。



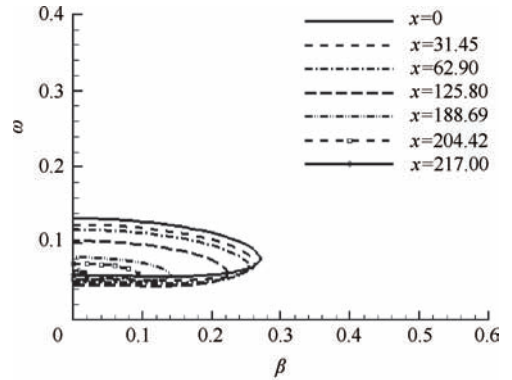
(a) $x = 0-217.00$, evolution of mean velocity



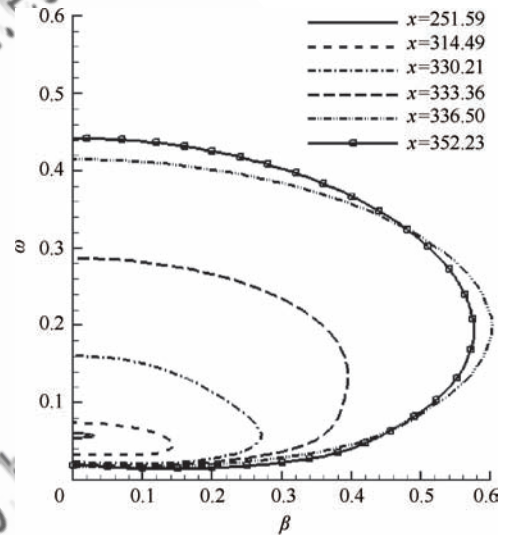
(b) $x = 251.59-352.23$, evolution of mean velocity



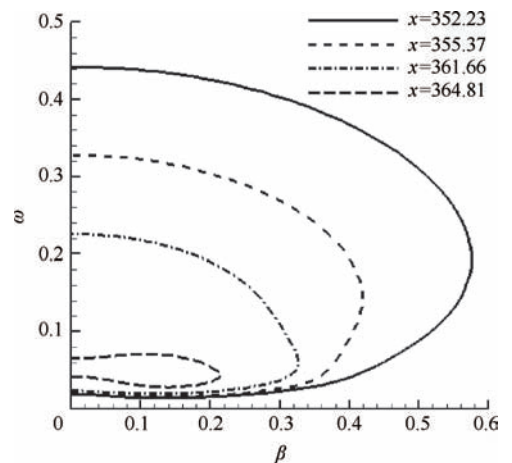
(c) $x = 352.23-364.81$, evolution of mean velocity



(d) $x = 0-217.00$, neutral curves in (ω, β) plane



(e) $x = 251.59-352.23$, neutral curves in (ω, β) plane



(f) $x = 352.23-364.81$, neutral curves in (ω, β) plane

图 14 $z = 45.42$ 处的稳定性分析图

Fig. 14 Stability analysis at $z = 45.42$

从以上的结果可以看到,壁面摩擦系数曲线抬升的位置,扰动展向波数变得比较丰富的位置,平均流速度出现拐点的位置,以及中性曲线区域快速变大的位置是基本一致的,这是初始扰动诱导出其他扰动,非线性作用开始增强的位置,也是转捩的关键位置。

4 结 论

1) 三维平板边界层中小幅值展向波包的传播方向和幅值演化都符合线性稳定性理论的结果。

2) 有限幅值波包型扰动在向下游演化的过程中随着幅值的增大,波包将凹陷分裂成两个峰值;然后两峰向外移动,两峰之间出现展向小尺度的扰动,展向小尺度的扰动越来越强,直至局部发生转捩;转捩向外扩展,波包在展向的范围越来越大。

3) 在速度谱空间中,波包型扰动产生的转捩特征与波包峰值发生转捩的位置有关。在波包峰值发生转捩的上游,扰动只存在展向低波数的扰动,在波包峰值发生转捩的下游,各阶谱的扰动在与基本流的相互作用下,产生高次谐波,使转捩全面发生。

4) 一定幅值的展向波包型扰动都将引发转捩,转捩的过程和特征都是类似的,但不同展向位置的转捩位置是不同的。

参 考 文 献

- [1] Li N, Luo J S. Application of the compact finite difference method in a boundary layer on a two-dimensional incompressible flat plate. *Journal of Hydrodynamics*, 2007, 43(9): 8-10. (in Chinese)
李宁, 罗纪生. 二维不可压缩平板边界层的紧致有限差分法. *水动力学研究与进展*, 2007, 43(9): 8-10.
- [2] Wang X J, Luo J S, Zhou H. On the eddy viscosity model of periodic turbulent shear flows. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 19(5): 470-475.
- [3] Cao W, Huang Z F, Zhou H. Study of mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of supersonic boundary layer on flat plate. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, 27(4): 425-434.
- [4] Tang H T, Luo J S, Zhou H. Mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate. *Transactions of Tianjin University*,

2007, 13(2): 79-87.

- [5] Zhang Y M, Zhou H. PSE as applied to problems of secondary instability in supersonic boundary layers. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29(1): 1-8.
- [6] Liu J X, Luo J S. Effect of disturbances at inlet on hypersonic boundary layer transition on a blunt cone at small angle of attack. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, 31(5): 535-544.
- [7] Gaster M, Grant I. An experimental investigation of the formation and development of a wave packet in a laminar boundary layer. *Proceedings of the Royal Society of London, A*, 1975, 347(1649): 253-269.
- [8] Cohen J, Breuer K S, Haritonidis J H. On the evolution of a wave packet in a laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, 225: 575-606.
- [9] Cohen J. The initial evolution of a wave packet in a laminar boundary layer. *Physics of Fluids*, 1993, 6(3): 1133-1143.
- [10] Breuer K S, Cohen J, Haritonidis J H. The late stages of transition induced by a low-amplitude wavepacket in a laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, 340(6): 395-411.
- [11] Medeiros M A F, Gaster M. The influence of phase on the nonlinear evolution of wavepackets in boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 397: 259-283.
- [12] Yeo K S, Zhao X, Wang Z Y, et al. DNS of wavepacket evolution in a Blasius boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 652(6): 333-372.
- [13] Schlichting H. *Boundary layer theory*. Beijing: Science Press, 1988; 141-172. (in Chinese)
H. 史里希廷. *边界层理论(上册)*. 北京: 科学出版社, 1988; 141-172.
- [14] Su C H, Zhou H. Application of fringe outflow condition in DNS of compressible flow. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2006, 24(3): 289-294. (in Chinese)
苏彩虹, 周恒. 嵌边法出流条件在可压缩流直接数值模拟中的应用. *空气动力学学报*, 2006, 24(3): 289-294.
- [15] Karniadakis G E, Israeli M, Orszag S A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 1991, 97: 414-443.
- [16] Fu D X, Ma Y W. Direct numerical simulation of coherent structure in plane mixed flow. *Science in China, A*, 1996, 26(7): 659-664. (in Chinese)
傅德薰, 马延文. 平面混合流拟序结构的直接数值模拟. *中国科学, A*, 1996, 26(7): 659-664.

作者简介:

李佳 女, 博士研究生. 主要研究方向: 流动稳定性及其湍流。

Tel: 022-27403174

E-mail: lijia107@163.com

罗纪生 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 流动稳定性及其湍流。

Tel: 022-27407025

E-mail: jsluo@tju.edu.cn

Transition Induced by Spanwise Wave Packet Disturbance in a Flat Plate Boundary Layer

LI Jia, LUO Jisheng *

School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: In previous research, the main consideration for disturbance distribution in the transition and turbulence of a flat plate boundary layer is uniform along the spanwise direction, which is relatively easy to study. But in actual situation, the disturbance form is diverse. The boundary layer may be three-dimensional and the disturbance distribution may not be uniform along the spanwise direction. Compared with the disturbance form studied before, the non-uniform disturbance distribution along the spanwise direction in a three-dimensional flat plate boundary layer is a more complex disturbance form and it is closer to natural transition. Therefore, it is of important significance to study the transition and turbulence caused by this disturbance form. For the flat plate boundary layers, the governing equations are the non-dimensional Navier-Stokes perturbation equations. The difference scheme of three order precision is used for time discrete. For the space discrete, the pseudo-spectrum is used in spanwise direction and the high precision difference schemes are employed in streamwise and normal directions. Numerical simulation is performed to study two cases of small amplitude spanwise wave packet disturbance and finite amplitude spanwise wave packet disturbance. The evolution of small amplitude wave packets disturbance is calculated by the numerical simulation and the linear stability theory (LST). The evolution results are in close agreement with the linear stability theory results. The transition and turbulence processes caused by finite amplitude spanwise wave packets disturbance are analyzed. The evolution characteristics in physics and spectrum space are detailed described. The different positions are compared and the results are that for the different positions, the transition positions are different, but the transition processes and characteristics are similar.

Key words: boundary layer; wave packet; transition; turbulence; numerical simulation

Received: 2011-10-10; **Revised:** 2011-11-28; **Accepted:** 2011-12-18; **Published online:** 2012-01-13 10:21

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120113.1021.004.html

Foundation item: National Basic Research Program of China (2009CB724103)

* **Corresponding author.** Tel.: 022-27407025 E-mail: jsluo@tju.edu.cn