

TVD 格式数值模拟斜腔内旋涡运动

黄守龙

(浙江大学流体传动及控制研究所, 杭州, 310027)

武晓松 徐 诚

(南京理工大学机械学院, 南京, 210014)

NUMERICAL SIMULATION OF VORTEX FLOW IN AN OBLIQUE CAVITY USING TVD SCHEME

Huang Shoulong

(Institute for Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou, 310027)

Wu Xiaosong, Xu Cheng

(Mechanical Institute, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210014)

摘 要 采用 TVD 有限体积格式, 通过求解非定常可压缩 N-S 方程, 对恒定出入口压力比驱动下的斜腔内部流动进行了数值模拟。计算后得到清晰的流场涡系结构及其发展过程; 显示了空腔流动中的自维持振荡现象; 并分析了剪切层不稳定对周期性振荡的作用机制。

关键词 TVD 格式, 旋涡, 空腔流, 自激振荡

中图分类号 V231.3, V211.6

Abstract The time dependent axisymmetric Navier Stokes equations are solved by a TVD finite volume scheme to simulate viscous flow in an oblique cavity driven by a constant pressure ratio $p_c/p_0 = 0.318$. The numerical results demonstrate the formation and evolution of the complex vortexes structure in detail. Self-sustained flow oscillation in the cavity is observed, and the interaction between shear-layer instability and oscillation is discussed.

Key words TVD schemes, vortices, cavity flow, self oscillation

迄今为止, 人们对矩形空腔内部稳定流动的研究积累了丰富资料, 但对空腔流动的非定常过程的研究却开展得很少。Reihman 等^[1]和 Sarahia^[2]等人在实验中发现, 空腔流动在某种条件下存在自维持振荡。实验资料表明, 空腔剪切层的流动不稳定性是产生这种振荡的原因。对这种不稳定现象的数值研究开展得很不充分^[3,4], 数值方法和预测对象的流动条件均有局限性。现考虑图1所示的环形斜腔在压力驱动下的流动。采用 TVD 的有限体积法, 求解 N-S 方程以获得空腔流动的非定常过程及其特性。

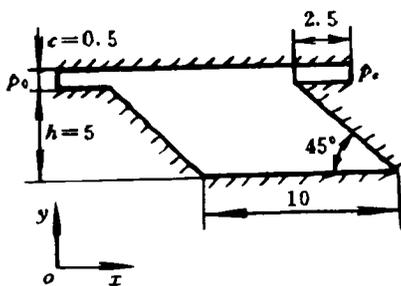


图1 空腔结构

1 控制方程

采用无量纲化的轴对称 N-S 方程

1993年4月6日收到, 1993年11月19日收到修改稿

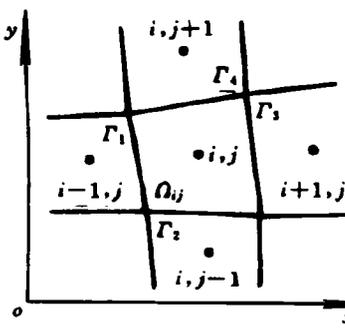
$$\frac{\partial U_y}{\partial t} + \frac{\partial F_y}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} = \frac{\partial F_{v,y}}{\partial x} + \frac{\partial G_{v,y}}{\partial y} + Hy \quad (1)$$

式中 $U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho e]^T$, $F = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho u(e + p/\rho)]^T$, $G = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho v(e + p/\rho)]^T$; F_v 和 G_v 为粘性项; H 为源项^[5], $e = (\gamma - 1)^{-1}(p/\rho) + (1/2)(u^2 + v^2)$ 。无量纲化时的参考量为总压 p_0 和密度 ρ_0 、速度 $\sqrt{p_0/\rho_0}$ 、通道宽度 c 和时间 $c/\sqrt{p_0/\rho_0}$ 。

边界条件: 给定入口流动参数和出口反压, 其余参数外推; 壁面取无滑移条件和绝热条件, 压力用反射条件近似。

2 计算方法

在如图 2 所示的任意四边形网格内积分方程 (1) 可得到如下差分方程



$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n - (\Delta t / \tilde{S}_{ij}) \left[\sum_{m=1}^4 \bar{F} N_x + \bar{G} N_y \right]_{\Gamma_m} \bar{l}_m - \sum_{m=1}^4 (F_v N_x + G_v N_y)_{\Gamma_m} \bar{l}_m + H_{ij}^n \quad (2)$$

图 2 有限体积单元

式中 $\tilde{S}_{ij} = \iint_{\Omega_{ij}} y_{ij} d\sigma$, $\bar{l}_m = \int_{\Gamma_m} y dl$; N_x 和 N_y 分别为网格边界的单位外法向量在 x 和 y 方向上的投影, $(\bar{F} N_x + \bar{G} N_y)_{\Gamma_m}$ 和 $(F_v N_x + G_v N_y)_{\Gamma_m}$ 分别为对流项和扩散项通过网格边界 Γ_m 的物理通量; 对流项用 TVD 格式离散, 扩散项和源项用中心差分离散。下面以 $\bar{F}_{i+1/2,j}$ 为例讨论对流项通量的确定, 其余各项

可根据类似方法推出。^[5]

$$\bar{F}_{i+1/2,j} = (1/2) \{ [F(U_{i,j}) + F(U_{i+1,j})] - [F(U_{i+1,j}) - F(U_{i,j})] (\Delta x_{i+1,j} - \Delta x_{i,j}) \times (\Delta x_{i+1,j} + \Delta x_{i,j})^{-1} - \sum_k \beta_{F_{i+1/2,j}}^k R_{F_{i+1/2,j}}^k \}$$

式中 $\beta_{F_{i+1/2,j}}^k = Q^k(\alpha_{F_{i+1/2,j}}^k + \gamma_{F_{i+1/2,j}}^k) \alpha_{F_{i+1/2,j}}^k - (g_{F_{i,j}}^k + g_{F_{i+1,j}}^k)$
 $\alpha = (\alpha_{F_{i+1/2,j}}^1, \alpha_{F_{i+1/2,j}}^2, \alpha_{F_{i+1/2,j}}^3, \alpha_{F_{i+1/2,j}}^4) = R_{F_{i+1/2,j}}^{-1} (U_{i+1,j} - U_{i,j})$
 $\alpha_{F_{i+1/2,j}}^k$ 是 Jacobi 矩阵 $A = \partial F / \partial U$ 的特征值; $R_{F_{i+1/2,j}}$ 、 $R_{F_{i+1/2,j}}^{-1}$ 是 A 的右特征向量矩阵及其逆。数值粘性项 $Q(z)$ 为

$$Q(z) = \begin{cases} (1/2)[(z^2/\delta) + \delta] & |z| < \delta \\ z & |z| \geq \delta \end{cases}$$

δ 为一选定小量; g_i^k 定义为 (省略下标 F, j) $g_i^k = (1 + \omega^k \theta_i^k) \bar{g}_i^k$, 其中 $\bar{g}_i^k = S \max[0, \min(\sigma_{i+1/2}^k |\alpha_{i+1/2}^k|, S \sigma_{i-1/2}^k \alpha_{i-1/2}^k)]$, $\theta_i = |\alpha_{i+1/2} - \alpha_{i-1/2}| (|\alpha_{i+1/2}| + |\alpha_{i-1/2}|)^{-1}$, 取 $\omega = 1.5$, $\sigma_{i+1/2}^k = \sigma(\alpha_{i+1/2}^k)$, $\sigma(z) = (1/2)Q(z)$, $S = \text{sign}(\alpha_{i+1/2}^k)$ 。

$$\gamma_{i+1/2}^k = \begin{cases} (\bar{g}_{i+1}^k - \bar{g}_i^k) / \alpha_{i+1/2}^k & \alpha_{i+1/2}^k \neq 0 \\ 0 & \alpha_{i+1/2}^k = 0 \end{cases}$$

3 计算结果与分析

计算了斜腔 (图 1) 在恒定进出口压力比作用下突然起动的非定常流动过程。计算条件为 $p_0 = 1$, $\rho_0 = 1$, $p_e = 0.318$, $R_e = 4.5 \times 10^4$, $\gamma = 1.4$ 。计算网格数为 62×42 , 壁面附近局部加密。流动可分为以下两个阶段。

初始发展阶段(图3):瞬时流线图中 t 为无量纲时间。流动开始后,高压气体从间隙进入空腔形成一股射流,射流两侧的粘性剪切层卷起两个旋转方向相反的旋涡 A 和 B 。图3(b)是对应于 $t=63$ 时的速度矢量图。随着 A 涡和 B 涡的增强,它们各自诱导出一个与大涡旋转方向相反的小涡 C 和 D_1 。由于质量的引入, A 涡所处区域压力不断升高。随 A 涡增大主射流的弯曲位置向右移; B 涡被挤压至右上方的出口处,最后在出口处消失。这种结构将逐渐过渡到周期性振荡的准定态阶段。过渡过程流场结构的主要特点表现为:随 A 涡向右壁迁移小涡 C 逐渐增大,但由于受空腔形状限制 C 涡强度很弱;这时空腔内除大

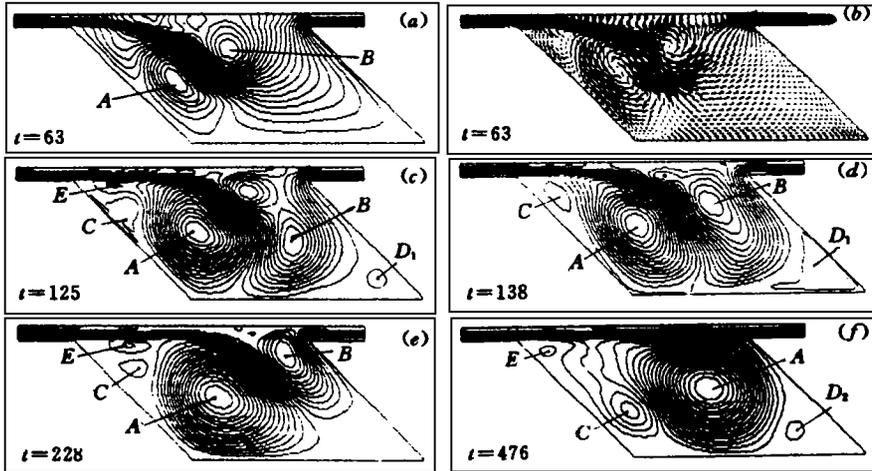


图3 初始阶段瞬时流线图及速度矢量图

旋涡 A 外还有几个小涡(其中空腔右下角是由 A 涡诱导的逆时针旋转的 D_2 涡),主射流将它们封在腔内,形成瞬时死水区($t=476$);主射流平直穿透空腔,流动将进入周期性振荡的准定态阶段。值得注意的是从流动的最初时期开始,就已经存在着由主射流剪切层所产生的小涡 E (顺时针旋转)。

周期性振荡的准定态阶段(图4)流动特征表现为:局部强剪切和不稳定带来 E 涡,随着上壁面分离泡 S 的形成、生长和迁移, E 涡和 A 涡合并导致主射流下弯;分离泡 S 迁移到空腔出口处时,主射流冲击右壁面造成射流分支和速度方向折转,使得一部分气体冲向上壁面,另一部分气体加强 A 涡(图4(f));随着 A 涡所处区域压力的升高,下弯的主射流抬起又恢复到平直穿透状态。小涡 E 和分离泡 S 的不断生成、迁移, E 涡和 A 涡的合并以及由此产生的一系列物理过程构成了流动的周期性振荡。

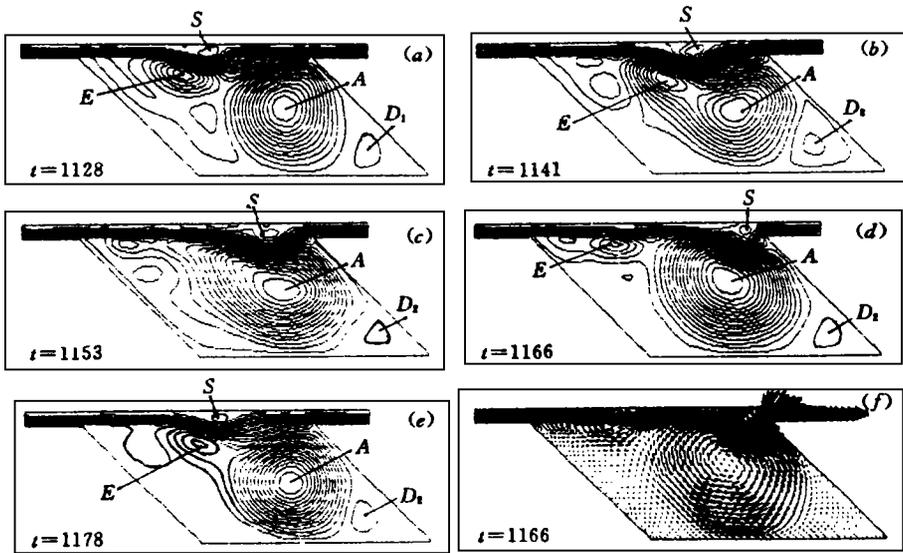


图4 周期性振荡的瞬时流线图及速度矢量图

参 考 文 献

- 1 Reihman T C. Laminar flow over transverse rectangular cavities. Ph D Thesis, Pasadena, California: California Institute of Technology, 1967.
- 2 Sarohia V. Experimental investigation of oscillation in flows over shallow cavities. *AIAA J*, 1977;15:984-991
- 3 Gatski T B, Grosch C E. Embedded cavity drag in steady and unsteady flows. *AIAA 84-0436*, 1984.
- 4 Ghaddar N K, Korczak K Z, Mikic B B, *et al.* Numerical investigation of incompressible flow in grooved channels, part 1: Stability and self sustained oscillations. *J Fluid Mech*, 1986; 163(1):99-127
- 5 黄守龙. 直通式迷宫密封的实验和数值研究. 博士论文, 南京: 华东工学院, 1991.