

# 公平导向下商品房和保障性住房均衡供应研究

刘亚臣,徐佳欣,刘 宁,董 帅

(沈阳建筑大学 管理学院, 辽宁 沈阳 110168)

**摘 要:**以商品房和保障性住房共同满足城市中低收入家庭住房需求为背景,在 Stackellerg 博弈框架下构建双渠道均衡博弈模型,分析公平导向下商品房和保障下住房的均衡供应。研究发现,当商品房在房地产低端市场占较大份额时,政府应更多考虑公平问题,以避免开发商设置较高房价,影响房地产市场的有序发展。

**关键词:**商品房;保障性住房;公平;价格均衡

**DOI:**10.6049/kjbydc.2012GC01114

**中图分类号:**

**文献标识码:**A

**文章编号:**1001-7348(2012)18-0072-04

## 0 引言

从需求角度,仅由政府供应的保障性住房不足以满足城市中低收入家庭的住房需求,而仅由开发商供应商品房,又很难达到对市场房价的控制。由此可见,房地产业市场化和保障性住房制度是住房保障制度相互支撑和影响的两个基本面。从供应链角度讲,政府作为供应关系中的参与者,其参与保障性住房建设将对房地产市场产生短期和长期影响,并加速过滤效应。政府作为调控者,将通过保障性住房供应价格和土地价格的调节保障房地产市场的有序发展。由此可见,公平导向下的供应均衡具有重要研究意义,什么情况下政府作为土地和保障性住房供应方会更多地考虑公平。在这种公平导向下政府和开发商会制定怎样的定价策略以达到供应均衡就成为本文研究的重点。

## 1 基本问题描述

开发商从政府那里购得的土地进行房地产开发建设,为社会提供各等次的住房。政府参与供应保障性住房,保障城市中低收入家庭的住房需求。政府的介入会对已有的房地产低端市场进行分割,其关系如图 1 所示。在这一结构中政府会给定土地价格  $q$  和保障性住房价格  $p_b$ ;随后房地产商根据土地价格等成本以及保障性住房的价格决定低端商品房的价格  $p_s$ 。因此政府和开发商的决策就构成了一个 Stackellerg 博弈,政府是领导者而开发商是跟随者。

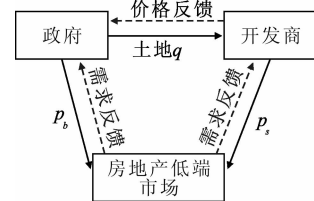


图 1 房地产低端市场双渠道供应结构

假定低端商品房在房地产低端市场的需求量为  $D_1$ ,保障性住房在该市场的需求量为  $D_2$ ,二者都为线性函数:

$$D_1 = \alpha J - \beta_1 p_s + \partial_1 p_b \quad (1)$$

$$D_2 = (1 - \alpha) J - \beta_2 p_b + \partial_2 p_s \quad (2)$$

其中  $J$  代表城市中低收入者对住房的基本需求,  $\alpha(0 < \alpha < 1)$  为开发商所占该市场的市场份额,参数  $\partial_1, \partial_2$  为交叉价格影响系数。为了简化分析,给定条件  $\partial_1 = \partial_2 = \partial$ ,且  $\partial < \beta_1, \beta_2, q < p_b$ 。由产权、稳定性等问题,消费者对商品房有更大偏好,因此本文假定  $\alpha J > \beta_1 q$ 。又  $D_i > 0, (i=1,2)$  则有:

$$p_b \leq p_b^{\max} \triangleq \frac{[\partial\alpha + (1-\alpha)\beta_1]J}{\beta_1\beta_2 - \partial^2} \quad (3)$$

### 1.1 不考虑政府定价公平时的均衡策略

在不考虑公平问题时,从市场角度定价,开发商决策商品房价格  $p_s$  来优化自己的利润,其中  $c$  为建造成本,则其最大效用函数为:

$$\max U_s^0 = (p_s - q - c)D_1 \quad (4)$$

政府给定保障性住房价格  $p_b$  和土地价格  $q$ ,则开发商的最优反映函数为:

$$\text{令 } \frac{d \max U_s^b}{d p_s} = 0$$

则有:

$$p_s^b = \operatorname{argmax} U_s^b = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 (q + c)}{2\beta_1} \quad (5)$$

政府决策  $p_b$  和  $q$ , 在完善保障性住房体系的同时, 回收资金, 并保障一定的利润, 因此其决策问题可描述为:

$$\begin{aligned} \max_{p_b, q} U_s^b &= qD_1 + (p_b - c)D_2 \quad (6) \\ \text{s. t. } &q \leq p_b \quad (7) \end{aligned}$$

其中  $c$  为建造成本, 为求解上述政府的决策问题, 定义一个市场份额的阈值:

$$\alpha_T \triangleq (\beta_1 - \partial) / (\beta_1 + \beta_2 - 2\partial) \quad (8)$$

构造海赛矩阵:  $H(p_b, q) = \begin{bmatrix} -\beta_1 & \partial \\ \partial & \frac{-2\beta_2 + \partial^2}{\phi_1} \end{bmatrix}$ , 可

知其为负定矩阵, 则目标函数有最大值, 即政府的决策问题存在唯一解。

构造拉格朗日函数, 可得出政府利润函数的 KKT 条件如下:

$$\begin{cases} -(\alpha J + \partial p_b - \beta_1 q) + q\beta_1 = \partial(p_b - c) + \lambda \\ -2q\partial\beta_1 + (2p_b - c)(2\beta_1\beta_2 - \partial^2) = 2\beta_1(1 - \alpha)J + \alpha\partial J - \beta_1\lambda \\ \lambda(p_b - q) = 0 \\ \lambda > 0 \end{cases}$$

当  $\alpha < \alpha_T$  时求解次 KKT 条件可得:

$$p_b^b = \frac{\beta_1(1 - \alpha) + \alpha\partial J}{2(\beta_1\beta_2 - \partial^2)} J + \frac{c}{2} \quad (9)$$

$$q^b = \frac{\beta_2\alpha + \partial(1 - \alpha)J}{2(\beta_1\beta_2 - \partial^2)} \quad (10)$$

否则

$$p_b^b = \frac{J\beta_1(2 - \alpha) + \alpha\partial J}{2(3\beta_1\beta_2 - 2\beta_1\partial - \partial^2)} + \frac{c}{2} \quad (11)$$

$$q^b = \frac{J\beta_1(2 - \alpha) + \alpha\partial J}{2(3\beta_1\beta_2 - 2\beta_1\partial - \partial^2)} \quad (12)$$

## 1.2 公平导向下的商品房和保障性住房价格均衡策略

### 1.2.1 开发商的最优反应函数

如果开发商在关注自己所赚利润的同时, 也关心政府是否公平对待不同性质的住房销售, 开发商的利润包括两部分:

$$W_s = U_s + Y_s \quad (13)$$

其中第一部分是其利润函数  $U_s = (p_s - q - c)D_1$ ; 另一部分是公平效用  $Y_s$ 。则可定义效用函数  $Y_s$  如下:  $Y_s = -\phi \max\{\eta D_1 - U_s, 0\} - \phi \max\{U_s - \eta D_1, 0\}$ 。

其中  $\phi < \varphi, 0 < \phi < 1, \varphi > 0$ 。如果开发商的利润能够达到政府土地收入的  $\eta$  倍, 开发商认为渠道结构公平, 否则, 则认为不公平。当开发商认为不公平时, 其效用将降低该利润差的  $\varphi$  倍; 如果认为公平, 其效用函数的影响为该利润差的  $\phi$  倍。本文假定信息对称, 即政府知道开发商的公平参数  $(\varphi, \phi, \eta)$ 。

当开发商认为渠道不公平时,  $(p_s - q)D_1 - \eta D_1 \leq 0$  成立。即有  $p_s \leq (1 + \eta)q$ , 此时开发商的决策可描述为:

$$\max_{p_s} (p_s - q)D_1 - \varphi[\eta D_1 - (p_s - q)]D_1 \quad (14)$$

$$\text{s. t. } p_s \leq (1 + \eta)q \quad (15)$$

为了简化接下来的描述, 定义  $K_1: q > q_1 + h_1 p_b$ , 其中:

$$q_1 = \frac{\alpha J(1 + \varphi)}{\beta_1(1 + \varphi + \varphi\eta + 2\eta)}, h_1 = \frac{\partial(1 + \varphi)}{\beta_1(1 + \varphi + \varphi\eta + 2\eta)}$$

如果条件  $K_1$  成立, 容易求出开发商的最优定价策略和最优效用分别为:

$$p_s^m = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} + \frac{\varphi\eta q}{2(1 + \varphi)} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_s^m &= \\ &\frac{[(1 + \varphi)\alpha J + (1 + \varphi)\partial p_b - (1 + \varphi)\beta_1 q - \beta_1\varphi\eta q]^2}{4(1 + \varphi)\beta_1} \end{aligned} \quad (17)$$

否则, 其最优定价策略和最优效用为:

$$p_s^m = (1 + \eta)q \quad (18)$$

$$W_s^m = \eta\alpha J - (1 + \eta)\beta_1 q + \partial p_b \quad (19)$$

同理, 当开发商认为政府定价公平时, 条件成立。化简该条件得:  $p_s \geq (1 + \eta)q$ 。此时, 开发商的决策问题表示为:

$$\max_{p_s} (p_s - q)D_1 - \varphi[(p_s - q) - \eta]D_1 \quad (20)$$

$$\text{s. t. } p_s \geq (1 + \eta)q \quad (21)$$

定义条件  $K_2: q < q_2 + h_2 p_b$ , 其中

$$q_2 = \frac{\alpha J(1 - \phi)}{\beta_1(1 - \phi - \phi\eta + 2\eta)}, h_2 = \frac{\partial(1 - \phi)}{\beta_1(1 - \phi - \phi\eta + 2\eta)}$$

如果条件  $K_2$  成立, 则有:

$$p_s^v = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} - \frac{\beta_1 \eta}{2\beta_1(1 - \phi)} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} W_s^v &= \\ &\frac{[(1 - \phi)\alpha J + \beta_1\phi\eta q + (1 - \phi)\partial p_b - (1 - \phi)\beta_1 q]^2}{4\beta_1(1 - \phi)} \end{aligned} \quad (23)$$

否则, 其最优定价策略和最优效用为:

$$p_s^v = (1 + \eta)q \quad (24)$$

$$W_s^v = \eta[\alpha J - (1 + \eta)\beta_1 q + \partial p_b] \quad (25)$$

为了便于描述政府的决策空间, 根据  $K_1$  定义直线  $L_1: q = q_1 + h_1 p_b$ ; 根据条件  $C_2$  定义直线  $L_2: q = q_2 + h_2 p_b$ 。可验证  $c < q_2 < q_1$  和  $h_2 < h_1 < 1$ 。由此可见, 直线  $L_1, L_2$  和条件  $c < q, q < p_b, p_b < p_b^{\max}$  把政府决策空间分为 3 个有效区域, 如图 2 所示。

$$\text{区域 } G_1 = \{(p_b, q) \mid q < q_2 + h_2 p_b, q \leq p_b \leq p_b^{\max}\},$$

$$\text{区域 } G_2 = \{(p_b, q) \mid q_2 + h_2 p_b \leq q \leq q_1 + h_1 p_b, q \leq p_b \leq p_b^{\max}\},$$

$$\text{区域 } G_3 = \left\{ (p_b, q) \mid q > q_1 + h_1 p_b, q \leq p_b \leq p_b^{\max} \right\}.$$

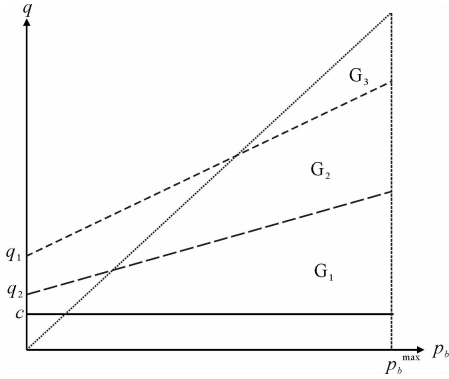


图2 政府的3个有效决策区域

那么开发商在考虑公平问题时,给定保障性安居房价格  $P_b$  和土地价格  $q$ , 开发商的最优反映函数为:

$$p_s(p_b, q) = \begin{cases} \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} - \frac{\phi \eta q}{2(1-\phi)}, & \text{if } (p_b, q) \in G_1 \\ q + \eta q, & \text{if } (p_b, q) \in G_2 \\ \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} + \frac{\phi \eta q}{2(1+\phi)}, & \text{if } (p_b, q) \in G_3 \end{cases} \quad (26)$$

上述开发商的反应函数表明,当土地价格较低时(在区域  $G_1$ ), 开发商出于对公平的关注,将制定比  $p_b^b$  低的销售价格来回报政府。此时,随着  $\eta$  值的增加,商品房价格将降低。如果土地价格较高时(在区域  $G_3$ ), 开发商将制定比  $p_b^b$  高的价格来回应政府的不公平决策。这时,随着  $\eta$  的增加,开发商的涨价幅度也会增加。当土地价格适中时(在区域  $G_2$ ), 开发商的定价策略不受保障性安居房价格的影响,其定价策略是在土地价格及建造成本的基础上加上政府在保障性安居房取得利润的  $\eta$  倍。

1.2.2 政府决策问题

在讨论政府在有关保障性安居房的决策问题上,应从上述确定的3个区域分别讨论,优化决策:

在区域  $G_1$ , 记  $(p_b^1, q^1)$  为其最优解,  $U_b^1$  为政府最优利润, 则求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{p_b, q} U_b^1 &= qD_1 + (p_b - c)D_2 \\ s. t. \quad &\begin{cases} p_s = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} - \frac{\phi \eta q}{2(1-\phi)} \\ q \leq q_1 + h_1 p_b \\ q \geq q_2 + h_2 p_b \\ p_b \leq p_b^{\max} \end{cases} \end{aligned}$$

在区域  $G_2$  记  $(p_b^2, q^2)$  为其最优解,  $U_b^2$  为政府最优利润, 则求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{p_b, q} U_b^2 &= qD_1 + (p_b - c)D_2 \\ s. t. \quad &\begin{cases} p_s = (1 + \eta)q \\ q < q_2 + h_2 p_b \\ q \leq p_b \\ q > c \\ p_b \leq p_b^{\max} \end{cases} \end{aligned}$$

在区域  $G_3$  记  $(p_b^3, q^3)$  为其最优解,  $U_b^3$  为政府最优利润, 则求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{p_b, q} U_b^3 &= qD_1 + (p_b - c)D_2 \\ s. t. \quad &\begin{cases} p_s = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} + \frac{\phi \eta q}{2(1+\phi)} \\ q > q_1 + h_1 p_b \\ q \leq p_b \\ p_b \leq p_b^{\max} \end{cases} \end{aligned}$$

那么,政府决策问题,从全局规划来看有  $U_b^* = \max\{U_b^1, U_b^2, U_b^3\}$ , 对应的保障性安居房的价格和出售给价格为全局优化策略,为  $(p_b^*, q^*)$ 。则可求得开发商的最优定价决策为  $p_s^*$ 。

2 算例

为了更好地理解公平导向对房地产供应均衡的影响, 本文将通过算例进一步阐述, 取定文中参数值:  $J = 100, \beta_1 = \beta_2 = 1, c = 5, \partial = 0.4, \eta = 0.5$ , 另选定  $\phi = 1, \phi = 0.5$ 。根据以上分析可知当  $\alpha = 0.2, 0.25$  时, 开发商认为政府定价不公平; 当  $\alpha \in [0.3, 0.8]$  时, 开发商认为政府定价公平。

令  $\alpha = 0.7$ , 即考虑公平问题时, 开发商认为政府定价公平:

在不考虑公平时:

$$\begin{aligned} p_b &\leq p_b^{\max} \triangleq \frac{[\partial \alpha + (1 - \alpha) \beta_1] J}{\beta_1 \beta_2 - \partial^2} = 104.76 \\ \alpha &> \alpha_T = 0.375 \\ p_b^b &= \frac{J \beta_1 (2 - \alpha) + \alpha \partial J}{2(3 \beta_1 \beta_2 - 2 \beta_1 \partial - \partial^2)} + \frac{c}{2} = 53.6 \\ q^b &= \frac{J \beta_1 (2 - \alpha) + \alpha \partial J}{2(3 \beta_1 \beta_2 - 2 \beta_1 \partial - \partial^2)} = 51.1 \end{aligned}$$

$$p_s^b = \operatorname{argmax} U_s^b = \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 (q + c)}{2\beta_1} = 48.77$$

代入式(1)、(2)可求得  $D_1 = 42.67, D_2 = -4.092$ 。

代入式(4)、(6)可求得  $U_s = 1\ 867.665\ 9, U_z = 198\ 1$ 。

考虑公平问题时, 开发商认为政府定价公平, 则有:

$$\begin{aligned} q_2 &= \frac{\alpha J (1 - \phi)}{\beta_1 (1 - \phi - \phi \eta + 2 \eta)} = 8, \\ h_2 &= \frac{\partial (1 - \phi)}{\beta_1 (1 - \phi - \phi \eta + 2 \eta)} = 0.16 \\ p_s^v &= \frac{\alpha J + \partial p_b + \beta_1 q}{2\beta_1} - \frac{\beta_1 \eta q}{2\beta_1 (1 - \phi)} = 10 + 0.2 p_b \\ W_s^v &= \frac{[(1 - \phi) \alpha J + \beta_1 \phi \eta q + (1 - \phi) \partial p_b - (1 - \phi) \beta_1 q]^2}{4\beta_1 (1 - \phi)} \\ &= \frac{[10 + 0.2 p_b - 0.25 q]^2}{2} \\ &= 50 + 0.02 p_b^2 + 0.0625 q^2 - 0.05 p_b q \end{aligned}$$

此时区域  $G_3$  为政府的决策, 此时有  $(p_b^*, q^*) = (35, 20), p_s = 28, D_1 = 32.5, D_2 = 11.5, W_z = 1\ 934, W_s$

=2 013。由此可看出,当政府考虑公平问题时,开发商和政府的总体效益会加大,且商品房和保障性住房的价格都会相应降低。

### 3 结语

从保障性安居房作为解决城市中低收入家庭住房问题的重要手段来讲,它的定价不应高于同等次商品房的定价。从其作为房地产低端市场的组成部分来讲,它的定价将影响开发商的决策,以及房地产市场的结构和稳定。为减少“双向边际”(供应链中各成员独立决策而不能达到整体最优的现象)效应的影响,探讨公平前提下商品房和保障性安居房的定价均衡具有较强的实际意义。

#### 参考文献:

- [1] 邢伟,汪寿阳,赵秋红,等. 考虑渠道公平的双渠道供应链均衡策略[J]. 系统工程理论与实践,2011(7):1 249-1 256.
- [2] 王虹,周晶,孙玉玲. 竞争环境下双渠道供应链的决策与协调研究[J]. 运筹与管理,2012(1):35-40.
- [3] 毛鹏,陈小瑞. 保障性住房的社会效率和公平问题及改进建议[J]. 建筑经济,2012(2):36-40.
- [4] 贺铿. 对加强保障性住房建设的认识和建议[J]. 宏观经济管理,2010(11):10.
- [5] 马庆斌. 保障性住房的国际经验借鉴和政策启示[J]. 宏观经济管理,2010(10):65-72.
- [6] 李德智,吴虹鸥,崔苗,等. 代建模式下保障性住房的投资控制及实证研究[J]. 现代管理科学,2011(11):77-79.
- [7] 陈远高,刘南. 存在差异性产品的双渠道供应链协调研究[J]. 管理工程学报,2011(2):239-244.
- [8] DUMRONGSIRI A, FAN M, JAIN A, et al. A supply chain model with direct and retail channels[J]. Journal of Operational Research, 2006, 187(3): 691-718.
- [9] 徐广业,但斌,肖剑. 基于改进收益共享契约的双渠道供应链协调研究[J]. 中国管理科学,2010(12):59-64.
- [10] YUE X, LIU J. Demand forecast sharing in a dual-channel-supplychain [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(1): 646-667.
- [11] 刘亚臣,金英. 大力推进辽宁省住房保障工作的对策与建议[J]. 辽宁经济,2011(12):32-35.

(责任编辑:陈晓峰)

## Impact of Fairness on Strategies in Commercial Housing and Affordable Housing Supply

Liu Yachen, Xu Jiabin, Liu Ning, Dong Shuai  
(Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

**Abstract:** Under the background of commercial housing and affordable housing meeting the housing needs of low income families in cities, in the Stackellerg game framework to construct double channel equalization model, analysis impact of fairness on prices and strategies in commercial housing and affordable housing supply. Study found that, when the commercial housing accounted for a larger share in real estate market, the government will more consider fair issue, in order to avoid developers to set high prices impacting on the real estate market development.

**Key Words:** Commercial Housing; Affordable Housing; Fair Issue; Price Equilibrium