

动态 Hurst 指数对股票价格(指数)趋势的判断

赵仕军, 徐丙振*

(宁波大学 理学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 采用长时间、大周期统计 Hurst 指数, 进而计算出动态 Hurst 指数, 从而判断实际股票市场的股票指数的趋势以及动态 Hurst 指数的适应范围, 认为动态 Hurst 指数在证券投资中有一定的参考价值, 可以对股票价格或指数的长时趋势进行预测。

关键词: 有效性市场; R/S 分析; 动态 Hurst 指数; 时间周期; 随机运动

中图分类号: O411.1; F035.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5132 (2011) 04-0079-04

20 世纪 80 年代以来, 随着越来越多现代金融学无法解释异象的发现和行为金融学的兴起, 有效性市场假说受到了较大的冲击. 人们开始试图突破随机游走假说及其相关理论框架的限定^[1], 把股票市场看作一个复杂的、具有交互作用和自适应性的系统, 认识到用分形市场理论来研究股票市场的复杂运动行为有重要的意义. 近年来, 随着金融物理学的发展, 越来越多的物理学方法和理论被引入到金融市场, 用以寻求金融时间序列的规律, 其中以 Mandelbrot 于 20 世纪 70 年代分形理论为突出代表. 1994 年, Edgar E Peter 提出了分形市场假说^[2]. 与有效市场的假设基础随机性的高斯运动不同, 该理论把金融市场纳入一个非线性的动力系统, 为弥补有效市场假说的缺陷, 分形市场假说从前提假设上做得更加贴近市场.

我们取任意时间序列(包括疾病人数、自然资源, 还可以是金融市场中的股票价格或者是股票价格的收益率等等)^[3]: $x = x_1, \dots, x_n$, 而时间序列 x 的平均值为:

$$\bar{x} = (x_1 + \dots + x_n) / n,$$

标准差为:

$$s = (n-1)^{-1/2} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{1/2},$$

由一阶重标的重标极差减去样本平均值计算得出.

$$z_r = (x_r - x_m); r = 1, \dots, n,$$

下一步产生一个累积时间序列 Y_r :

$$Y_r = (z_1 + \dots + z_r); r = 2, \dots, n,$$

调整后的极差 R_n 是 Y_r 的最大值减去最小值:

$$R_n = \max(Y_1, \dots, Y_n) - \min(Y_1, \dots, Y_n).$$

以上分析是基于布朗运动, 也就是正态的高斯分布, 但实际的金融市场并不是随机性的布朗运动. 有研究表明, 世界上大多数的金融市场的股票价格或者是收益率都具有尖峰胖尾分布的特征. 因此, 如果在非独立的伪随机过程的时间序列中进行分析, 会得出如下更一般的形式:

$$(R/S)_n = c * n^H,$$

对于 $(R/S)_n$, 下标 n 被考虑为对 x_1, \dots, x_n 的 R/S ; $c = a$ 常数.

Hurst 指数能够绘制的 $\log(R/S)$ 和 $\log(n)$ 的渐进, 而且通过最小二乘回归求出斜率. 同时需要对下式进行研究:

$$\log(R/S_n) = \log(c) + H \log(n),$$

R/S 分析是一个高度数据集中的简单过程.

1 R/S 的具体算法

以长度 M 为开始, 并把长度 M 转换成对数比的长度 $N = M - 1$ 的时间序列:

$$N_i = \log(M_{(i+1)} / M_i), i = 1, 2, 3, \dots, M - 1,$$

均分这个时间区间为长度 N 的相邻的子区间 A , 因而 $An = N$. 标记每个子区间为 $I_a, a = 1, 2, 3, \dots, A$.

在子区间 I_a 中, 每一元素标记为 $N(k, m)$, $k=1, 2, 3, \dots, n$. 长度为 N 的子区间的平均值被定义为:

$$e_a = (1/n) \sum_{k=1}^n N_{k,a}$$

这里, e_a 长度为 n , 包括在子区间 I_a 中 N_i 的均值.

(1) 区间 I_a 对均值的累积横距的时间序列定义为:

$$X_{k,a} = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - e_a), \quad k=1, 2, 3, \dots, n.$$

(2) 定义为在每一个子区间 I_a , $X_{k,a}$ 的最大减去 $X_{k,a}$ 的最小为:

$$R_{I_a} = \max(X_{k,a}) - \min(X_{k,a}), \quad 1 \leq k \leq n.$$

(3) 一个子区间 I_a 的样本标准差为:

$$S_{I_a} = ((1/n) \sum_{k=1}^n (N_{k,a} - e_a^2))^{0.50}.$$

(4) I_a 子区间的重标极差即等于 R_{I_a}/S_{I_a} , 作为长度 n 的平均 R/S 值定义为:

$$(R/S)_n = (1/A) \sum_{a=1}^A (R_{I_a}/S_{I_a}).$$

通过 R/S 分析和 V 统计量计算, 可以估算出上证指数的循环周期. 一般认为, Hurst 指数、 V 统计量走势改变的时点, 就是市场记忆性开始消失的时点. 对照 V 统计量和 Hurst 指数的走势, 我们认为上证指数平均循环周期为 210 d, 就是说系统经过 210 d 就失去了对初始条件的记忆, 或者说一个事件对系统的影响平均可以持续 210 d, 即如果上证指数开始处于牛市, 那么当 210 d 左右上证指数就开始转折, 进入熊市.

关于 Hurst 指数在金融市场中的应用, 国内外已有大量的研究成果. Hurst 指数作为衡量市场记忆性的特征量, 大多数研究只是把它看成一个描述市场整体的概念, 通过计算静态的 Hurst 指数来预测未来市场大势将会延续前期走势还是发生反转. 然而, 在一个实时变化的动态市场中, 如果想借助 Hurst 指数构造交易策略, 捕捉到不同时期市场记忆性强弱的变化, 做到顺势而为, 就要从一个动态的角度来进行市场研究, 这就要用到另一个概念——动态 Hurst 指数.

Hurst 指数的取值范围是 $[0,1]$ ^[4], 对独立分布的序列 $H=0.5$, 意味着对于任何时刻 t , 过去增量与未来增量没有任何相关性, 分形时间序列即为随

机时间序列, 可见有效市场仅仅作为分形市场的一个特例; 但当 H 不等于 0.5 时, 未来增量与过去增量有关, 序列是分形的.

因此, Hurst 指数的取值范围是 $[0,1]$, 对独立分布的序列 $H=0.5$, 意味着对于任何时刻 t , 过去增量与未来增量没有任何相关性, 分形时间序列即为随机时间序列. 但当 H 不等于 0.5 时, 未来增量与过去增量有关, 序列是分形的, 市场是不稳定的, 未来变化方向出现反向变化的可能性也较大. $H < 0.5$, 表示时间序列具有反持久性, 未来可能出现的趋势将与过去相反, 过去越下跌, 则未来上涨可能性很大, 反之亦然. $H > 0.5$ 表明序列为状态持续性的, 持久性序列, 未来可能出现的趋势将与过去相同, 也即序列具有正的长程依赖性. 随着 H 的增加, 图形变得越平滑, 曲线沿着同一方向变化的趋势也增多, 当前股价是上升的, 未来一段时间内股价上升的可能性就越大, 也就越容易预测未来^[5].

动态 Hurst 指数的概念是指在时间段 $(t, t+n-1)$ 内, 选取时间段 $(t, t+k-1)$, $k \leq n$, 使用 R/S 方法计算出这段时间的 Hurst 指数, $(t, t+k-1)$ 被称为 $(t, t+n-1)$ 的时间窗, 便是长度为 $(t, t+n-1)$ 的时间序列的动态 Hurst 指数. 对于 $(t+j, t+k-1+j)$, $j=0, 1, 2, 3, \dots, n-k$, 可取得一组动态 Hurst 指数 H_{ij} .

2 Hurst 指数在上海证券市场中的应用

首先用 R/S 方法来考察上证指数的平均循环周期. 当 $H > 0.5$ 时, Hurst 指数衡量的是一种市场的记忆性, 即未来市场走势会延续前期市场走势, Hurst 值越大, 则表明当前市场的记忆性越强, 但是这种记忆性是有界的. 当分段子序列的长度超出循环周期的长度时, Hurst 指数将会变小, 由 $\ln((R/S)_n)$ 和 $\ln(n)$ 经过最小二乘拟合得到的直线斜率应该变小, 也就是说当二者线性关系被破坏的时点即是市场平均循环周期.

根据以上算法对上证指数的 Hurst 指数进行计算, 结果如图 1 至图 3 所示.

从图 1 可以看出, 在 $\log(n)$ 的线性关系被打破, 为了更加准确地判定市场循环周期的长度, 我们考察 V 统计量 $V_n = (R/S)_n/n$. 如果 $(R/S)_n$ 与时间的平方根是同阶的, 那么这个比例值随着 n 的变化

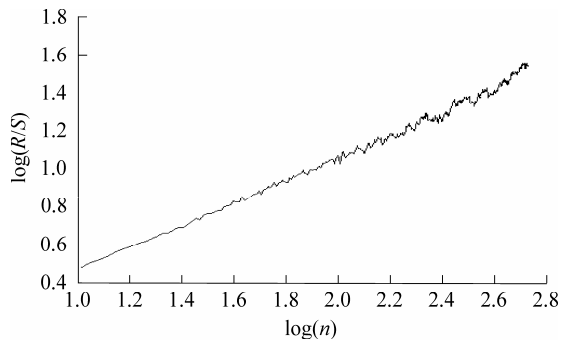
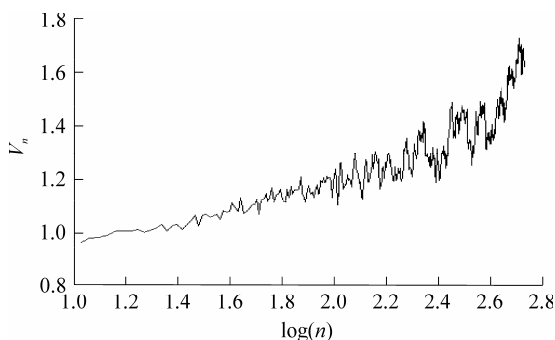
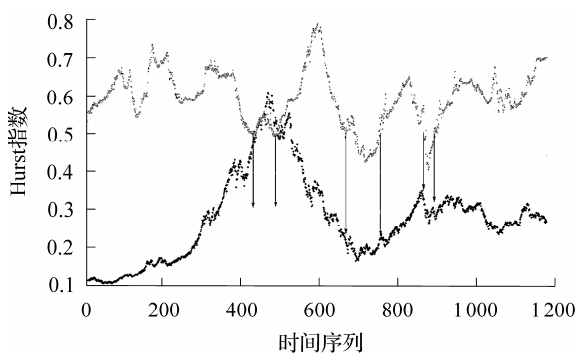
图1 上证综指 $\log(R/S) - \log(n)$ 图2 上证综指 $V_n - \log(n)$ 

图3 上证综指动态 Hurst 指数 - 期望 Hurst 指数

应该是一条直线。也就是说, 高斯分布对应的 V 统计量在以 $\log(n)$ 为横坐标的坐标系中是一条水平线。当一个时间序列有记忆性 $H > 0.5$ 时, $(R/S)_n$ 值的增长速度要高于 $\log(n)$, 则相应的直线应是向上的; 反之, 当 $H < 0.5$ 时, 相应的直线应是趋势向下的。那么, 在以 V 统计量为纵坐标, $\log(n)$ 为横坐标的坐标系中, 循环周期的长度对应于 V 图形走势改变的时点, 也就是市场记忆性开始消失的时点, 对应的 V 统计量随着 n 变化的趋势图。可见, 图2和图3判定的市场平均循环是一致的, 上证指数平均循环周期为 210 d, 即系统经过 210 d 就失去了对初始条件的记忆, 或者说一个事件对系统的影响平均可持续 210 d^[6-7]。

3 动态Hurst 指数运用于上证指数^[8-10]

动态 Hurst 指数可以用来反映一定时期内股票市场的情绪, 判断未来市场将会呈现上升趋势、下降趋势还是随机趋势, 我们期望借助动态 Hurst 指数来进行这一趋势研判。由于动态 Hurst 指数的大小与时间窗口长度的选择有紧密联系, 因此时间窗口的长度选择至关重要。大多数研究指出, 时间窗口的长度应尽量包含一个平均循环周期, 但是另一方面, 从经济学的角度出发, 为了消除由于供求周期带来市场影响, 时间窗口的长度最好不要超过一个交易年度, 基于以上原因, 我们选择 210 d 为研究上证指数动态 Hurst 指数的时间窗口长度。另外, 我们认为对于时间序列的起始端也应该控制, 因为起始端如果不能很好地控制有可能预测不准确。起始端应该是一个趋势的开始, 这样的预测才有效果。

4 实证结果

从图3可以看出, 动态 Hurst 指数有 6 处到达 0.5, 也就是说有 6 次股票的趋势发生了转折, 在图3中用箭头表示。而每 2 个箭头的区间可以看作是股票指数的动荡区, 这时没有形成记忆, 自然也不会有趋势。而通过上文实证研究中对几次股市大跌事件及其前后一段时间上证或深证综合股指日收盘价及其动态 Hurst 指数的变化情况的分析, 可以得出以下结论:

(1) 目前尚未看出股市大跌前综合股指收盘价有何规律性变化^[11-12]。因此, 综合股指的变化无法预警股市大跌, 单纯地从股票指数分析无法来判断未来的走势转折。

(2) 我国股市大跌之前的一段时间内, 综合股指的动态 Hurst 指数持续下降, Hurst 指数到 0.5 时, 预示着随机性开始, 股票指数趋势减弱, 转折开始。

(3) 股市大跌可能发生在综合股指动态 Hurst 指数下降的过程中, 可能发生在与综合股指动态 Hurst 指数的下降结束日间隔小段时间后, 推断当间隔的一小段时间缩短为零时, 股市大跌就可能紧随综合股指动态 Hurst 指数下降结束日发生。因此, 在综合股指动态 Hurst 指数下降结束后, 就算股市并未立刻大跌, 投资者也不能放松警惕, 应根

据具体情况再观察几个交易日。

(4) 动态 Hurst 指数使用后可能会出现惰性, 在 6 次到 0.5 后, 即从 2010 年之后, Hurst 指数出现了钝化, 不能很好地预测股票趋势的变化。出现这种情况可能有 2 个原因: 一是 2010 年之后, 上海综合指数的趋势不明显, 既然没有了趋势, 那么判断趋势的动态 Hurst 指数自然就无法发现指数的变化。二是上海综合指数的股票时间周期发生了变化, 已经不是 210 d, 自然以前的动态 Hurst 指数在时间为 210 d 周期的假设也就不成立, 因此也就不能判断股票指数的趋势。

5 结语

由以上分析可以认为动态 Hurst 指数的使用条件: (1) 股票指数的周期判断要准确; (2) 股票指数的判断初始端要合理, 即从趋势的开始进行判断; (3) 股票指数要有实实在在的 trend 存在, 如果没有 trend, 也就无法运用该指数进行趋势判断; (4) 目前还没有对短期的 trend 进行判断。

参考文献:

[1] Fama E F. The behavior of stock market prices[J]. The Journal of Business, 1965, 138(1):34-105.

- [2] Fama E F. Efficient capital market[J]. Journal of Finance, 1991, 46(2):1597-1617.
- [3] 埃德加·E·彼得斯. 分形市场分析——将混沌理论应用到投资与经济理论上[M]. 储海林, 殷勤译. 北京: 经济科学出版社, 2002.
- [4] 周炜星. 金融物理学导论[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2007:36-71.
- [5] 罗萨里奥·N·曼特尼亚, 尤金·斯坦利. 经济物理学导论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2009:59.
- [6] 张树德. Matlab 金融工程与资产管理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008:275.
- [7] 刘卫国. Matlab 程序设计教程[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005:98.
- [8] 叶中行. Hurst 指数在股票市场有效性分析中的应用[J]. 系统工程, 2001, 19(3):21-24.
- [9] 刘祥思. 基于 R/S 方法对我国股票市场分形特征的研究[J]. 商品与质量, 2010(5):48.
- [10] 刘倩. 基于 R/S 方法的股票平均循环周期研究[J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(21):4942-4944.
- [11] 陈勇, 林岩, 雷洪. 基于 R/S 分析的深圳股票市场分形特征分析[J]. 辽宁大学学报: 自然科学版, 2007, 34(4): 294-297.
- [12] 柴亮. 上海股票市场的分形特征研究[J]. 上海金融学院学报, 2010(2):53-58.

Trend Prediction for Stock Price Using Dynamic Hurst Index

ZHAO Shi-jun, XU Bing-zhen*

(Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: Hurst Index is defined in fractal chaos theory and time series to determine groups of statistical parameters, which has been applied in marketing process. In this paper, we calculate the Hurst index based on the data collected from the real stock market price. Upon certain conditions, stock price movement does not fit the Brownian motion model, indicating the invalidity of the given stock market. The presented method is aimed to calculate the statistics for long-time Hurst index of a large cycle so as to calculate the dynamic Hurst index.

Key words: effectiveness of market; R/S analysis; dynamic Hurst; time period; random motion

(责任编辑 史小丽)