第 23 卷第 3 期　　宁 波 大 学 学 报（理 工 版）　　Vol.23 No.3
2010 年 7 月　　JOURNAL OF NINGBO UNIVERSITY (NSEE)　　July 2010

文章编号:1001-5132（2010）03-0070-04

粗糙核超奇异积分算子的加权有界性

曹尔丹[1]，黄文礼[2]，陶祥兴[1*]

（1.宁波大学 理学院，浙江 宁波 315211; 2.浙江大学 数学系，浙江 杭州 310027）

摘要： 讨论了如下定义的带粗糙核的超奇异积分算子:

$$T_{\Omega,\alpha,h}f(x)=p.v.\int_{R^n}h(|y|)\frac{\Omega(y')}{|y|^{n+\alpha}}f(x-y)\mathrm{d}y$$

的 $(\dot{L}_\alpha^p(\omega),L^p(\omega))$ 有界性，推广了已有的结果．这里 $0\leqslant\alpha<1$，$1<p<\infty$，Ω 为 $H^q(S^{n-1})$ 中的函数，$q=(n-1)/(n-1+\alpha)$，且 $h(|y|)\in\Delta_\gamma(R_+)=\{\sup\limits_{R>0}R^{-1}\int_0^R|h(t)|^\gamma\,\mathrm{d}t\}$，$\gamma>1$，$\omega$ 是某类径向权．

关键词： 超奇异积分算子；粗糙核；A_p 权

中图分类号： O174　　　　**文献标识码：** A

1 引言和主要结果

研究超奇异积分算子

$$T_{\Omega,\alpha,h}f(x)=p.v.\int_{R^n}h(|y|)\frac{\Omega(y')}{|y|^{n+\alpha}}f(x-y)\mathrm{d}y\,,\quad(1)$$

这里 $\alpha\geqslant0$，Ω 为 $H^q(S^{n-1})$ 中的函数，$q=(n-1)/(n-1+\alpha)$，且 $h(|y|)\in\Delta_\gamma(R_+),\gamma>1$．这类奇异积分算子由文献[1]引入，并建立了 $T_{\Omega,\alpha,h}$ 的 $(\dot{L}_\alpha^p,L^p)$ 有界性，$1<p<\infty$．笔者将研究算子 $T_{\Omega,\alpha,h}$，$0\leqslant\alpha<1$ 的加权有界性，所考虑的权是由文献[2]引入的某类径向权．

定义 1　设 $\omega(x)\geqslant0,\omega(x)\in L_{loc}^1(R_+)$．如果存在常数 $C>0$，不等式 $M\omega(x)\leqslant C\omega(x)$ 对几乎处处的 $x\in R_+$ 成立，其中 $M\omega$ 是在 R_+ 上的 Hardy-littlewood 极大函数，则称 $\omega\in A_1(R_+)$．

设 $\omega(x)$ 是 R^n 上的非局部可积函数，对 $1<p<\infty$，若存在常数 $C>0$，使得:

$$\Big(\frac{1}{|Q|}\int_Q\omega(x)\mathrm{d}x\Big)\Big(\frac{1}{|Q|}\int_Q\omega(x)^{-1/(p-1)}\mathrm{d}x\Big)^{p-1}\leqslant C<\infty,$$

这里 Q 取边长平行于坐标轴的 n 维区间，称 $\omega(x)\in A_p^I(R^n)$．

定义 2　若 $\omega(x)=v_1(|x|)v_2(|x|)^{1-p}$，满足 $v_i\in A_1(R_+)$ 单调下降，或者 $v_i^2\in A_1(R_+)$，$i=1,2$，则称 $\omega(x)\in\tilde{A}_p(R_+)$．

易见，若 $\omega(t)\in\tilde{A}_p(R_+)$，则 $\omega(|x|)\in A_p(R^n)$，其中 A_p 为 Muckenhoupt 权．

记 $\tilde{A}_p^I(R_+)=\tilde{A}_p(R_+)\cap\tilde{A}_p^I(R^n)$．

下面给出 2 个加权空间的定义．

加权 $L^p(\omega)$ 空间的范数定义为:

$$\|f\|_{L^p(\omega)}=\Big(\int_{R^n}|f(x)|^p\omega(x)\mathrm{d}x\Big)^{1/p}.$$

加权 $\dot{L}_\alpha^p(\omega)$ 空间的范数定义为:

$$\|f\|_{\dot{L}_\mu^p(\omega)}=\sum_{|\beta|\leqslant\alpha}\Big(\int_{R^n}|D^\beta f(x)|^p\omega(x)\mathrm{d}x\Big)^{1/p}.$$

定理 1　设 Ω 为 $H^q(S^{n-1})$ 中的函数，$q=(n-$

收稿日期：2009-04-24.　　宁波大学学报（理工版）网址: http://3xb.nbu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金（60372026）.
第一作者：曹尔丹（1981－），女，浙江宁波人，在读硕士研究生，主要研究方向：调和分析. E-mail: caoerdan@nbu.edu.cn
*通讯作者：陶祥兴（1966－），男，浙江台州人，博士/教授，主要研究方向：调和分析与偏微分方程. E-mail: taoxiangxing@nbu.edu.cn

$1)/(n-1+\alpha)$ 且满足如下的消失性条件:

$$\langle \Omega, y'^{\beta}\rangle=\int_{S^{n-1}} y'^{\beta}\Omega(y')\mathrm{d}y'=0, \tag{2}$$

这里 β 是多重指标且 $|\beta|\leqslant 1$，若 $\omega(x)\in\tilde{A}^I_{p/2}(R_+)$, $h\in\Delta_\gamma(R_+)$, $\gamma>1$, $0\leqslant\alpha<1$, 则当 $|1/p-1/2|<\min\{1/2,1/\gamma'\}$ 时，由(1)式定义的奇异积分算子 $T_{\Omega,\alpha,h}$ 是 $(\dot{L}^p_\alpha(\omega),L^p(\omega))$ 有界的，且

$$\|T_{\Omega,\alpha,h}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|\Omega\|_{H^q(S^{n-1})}\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)},$$

其中常数 C 与 f 无关.

为证明以上定理，需要利用 $H^q(S^{n-1})(0<q<1)$ 的原子分解理论.

定义 3　$a(x)$ 称为正则 (q,r) 原子，若满足如下条件: (i) $\mathrm{supp}p(a)\subset\{x'\in S^{n-1},|x'-x'_0|<\rho\}$, $x'_0\in S^{n-1}$, $\rho>0$. (ii) $\|a\|_{L^r_{S^{n-1}}}\leqslant\rho^{-(n-1)(1/q-1/r)}$. (iii) $\int_{S^{n-1}}a(y')P_m(y')\cdot P_m(y')=0$, 这里 P_m 是阶数 $m\leqslant N$ 的球面调和多项式, N 是任一大于 $[(n-1)(1/q-1)]$ 的整数.

定义 4　$a(x)$ 称为例外原子，若 $\|a(x)\|_\infty\leqslant 1$. 若 $\Omega\in H^q(S^{n-1})(0<q<1)$，具有原子分解 $\Omega=\sum_j c_j a_j$，这里 a_j 是例外原子或正则 (q,∞) 原子，且 $\sum_j|c_j|^q\leqslant c\|\Omega\|^q_{H^q(S^{n-1})}$.

特别地，若 $\Omega\in H^q(S^{n-1})$ 且满足积分消失条件(2)，则所有原子 a_j 可被选择为正则 (q,∞) 原子.

选择 a_j 为正则 (q,∞) 原子，$\Omega\in H^q(S^{n-1})$ 进行原子分解，得到:

$\Omega=\sum_j c_j a_j$, 其中 $\sum_j|c_j|^q\leqslant c\|\Omega\|^q_{H^q(S^{n-1})}$, 则有:

$$\|T_{\Omega,\alpha,h}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant c\sum_j|c_j|\|T_{a_j,\alpha,h}f\|_{L^p(\omega)},$$

其中，$T_{a_j,\alpha,h}f(x)=p.v.\int_{R^n}h(|y|)\dfrac{\Omega(y')}{|y|^{n+\alpha}}f(x-y)\mathrm{d}y$.

证定理成立，只需证 $\|T_{a,\alpha,h}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)}$, 其中 $C>0$ 是与 f,a,ρ 无关的常数. 取 $I_k=(2^k,2^{k+1}]$, $\sigma_k(x)=h(|x|)(a(x')/|x|^{n+\alpha})\chi_{I_k}(|x|)$，则

$$T_{a,\alpha,h}f(x)=\sum_{k\in Z}\sigma_k f(x)=\sum_{k\in Z}T_k f(x).$$

取一列径向函数 $\{\phi_j\}_{j=-\infty}^{+\infty}$, 且满足 $\phi_j\in C^\infty(R_+)$, $0\leqslant\phi_j\leqslant 1$; $\mathrm{supp}\phi_j\subset(2^{j-1}2^{j+1}]$, 并且假设 ϕ 满足 $\sum_{k\in Z}[\phi_j(x)]^2=1, x\neq 0$. 定义 $S(R^n)$ 上的乘子算子 $(\hat{S_j f})(\xi)=\phi_j(A_\rho\xi)\hat{f}(\xi)$, 这里 $\xi=(\xi_1,\cdots,\xi_n)\in R^n$, $A_\rho\xi=(\rho^2\xi_1,\rho\xi_2,\cdots,\rho\xi_n)$, $\rho>0$. 根据文献[3]的引理证明，$T_{a,\alpha,h}$ 可分解为:

$$T_{a,\alpha,h}f=\sum_{j\in Z}(\sum_{k\in Z}S_{j+k}(T_k(S_{j+k}f))):=\sum_{j\in Z}\bar{T}_j f,$$

其中 $T_k(S_{j+k}f)(x)=\sigma_k*(S_{j+k}f)(x)$.

由文献[4]中性质 1 证明可知:

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^2}\leqslant C2^{-j([\alpha]+1-\alpha)}\|f\|_{\dot{L}^2_\alpha}, j\geqslant 0, \tag{3}$$

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^2}\leqslant C2^{j(\alpha+1/\gamma')}\|f\|_{\dot{L}^2_\alpha}, j<0, \tag{4}$$

其中 $[\alpha]$ 为不大于 α 的最大整数.

引理 1　设 $0\leqslant\alpha<1$, a 为 (q,∞) 原子，$q=(n-1)/(n-1+\alpha)$, $h\in\Delta_\gamma(R_+)$, $\gamma>1$, 若 $1<\gamma'<p<\infty$, 这里 γ' 是 γ 的共轭数. 令

$$M_{a,\alpha}f(x)=\sup_k\left|\int_{I_k}h(|y|)\frac{a(y')}{|y|^{n+\alpha}}f(x-y)\mathrm{d}y\right|.$$

若 $\omega(x)\in\tilde{A}^I_{p/\gamma'}(R_+)$. 则存在与 a 无关的常数 C 使得: $\|M_{a,\alpha}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)}$.

证明　不失一般性，设 $\mathrm{supp}p(a)\subset B(\vec{1},\rho)\cap S^{n-1}$, 这里 $\vec{1}=(1,0,\cdots,0)$. 由原子 a 的积分消失性，有:

$$M_{a,\alpha}f=\sup_k\left|\int_{I_k}|h(t)|/t^{1+\alpha}\int_{S^{n-1}}a(y')\cdot[f(x-ty')-f(x-t\vec{1})]\mathrm{d}y'\mathrm{d}t\right|.$$

若 $0<\alpha<1$. 则由文献[5]中引理 2 的证明，对任意的 $y\in\mathrm{supp}p(a)$,

$$\left|\int_{S^{n-1}}a(y')[f(x-ty')-f(x-t\vec{1})]\mathrm{d}y'\right|\leqslant Ct^\mu\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|a(y')|[M(D^\alpha f)(x-ty')+M(D^\alpha f)(x-t\vec{1})]\mathrm{d}y',$$

其中 M 是 Hardy-littlewood 极大算子，D^α 是分数次微分算子，即 $(D^\alpha\hat{f})(\xi)=|\xi|^\alpha\hat{f}(\xi)$. 因此,

$$\|M_{a,\alpha}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|a(y')|\|\sup_k\int_{I_k}|h(t)|/t\cdot M(D^\alpha f)(x-ty')\mathrm{d}t\|_{L^p(\omega)}\mathrm{d}y'+C\cdot\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|a(y')|\|\sup_k\int_{I_k}|h(t)|/t\cdot M(D^\alpha f)(x-t1')\mathrm{d}t\|_{L^p(\omega)}\mathrm{d}y'.$$

令 $I_1=\|\sup_k\int_{I_k}\dfrac{|h(t)|}{t}M(D^\alpha f)(x-ty')\mathrm{d}t\|_{L^p(\omega)}$,

$$I_2=\|\sup_k\int_{I_k}\frac{|h(t)|}{t}M(D^\alpha f)(x-t1')\mathrm{d}t\|_{L^p(\omega)}.$$

一方面

$$I_1=\|\sup_k\int_{I_k}\frac{|h(t)|}{t}M(D^\alpha f)(x-ty')\,\mathrm{d}t\|_{L^p(\omega)}\leqslant$$

$$\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/\gamma}\|(M_{\tilde{y}'}[M(D^\alpha f)(x)]^{\gamma'})^{1/\gamma'}\|_{L^p(\omega)},$$

其中

$$M_{\tilde{y}'}u(x)=\sup_{r>0}(1/r)\int_0^r u(x+t\tilde{y}')\,\mathrm{d}t. \tag{5}$$

因为

$$\|(M_{\tilde{y}'}[M(D^\alpha f)(x)]^{\gamma'})^{1/\gamma'}\|_{L^p(\omega)}=$$
$$\|M_{\tilde{y}'}[M(D^\alpha f)(x)]^{\gamma'}\|_{L^{p/\gamma'}(\omega)}^{1/\gamma'}\leqslant$$
$$C\|[M(D^\alpha f)(x)]^{\gamma'}\|_{L^{p/\gamma'}(\omega)}^{1/\gamma'}=$$
$$\|M(D^\alpha f)(x)\|_{L^p(\omega)},$$

从而

$$I_1\leqslant C\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/\gamma}\|M(D^\alpha f)\|_{L^p(\omega)}\leqslant$$
$$C\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/\gamma}\|D^\alpha f\|_{L^p(\omega)}\leqslant$$
$$C\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/\gamma}\|f\|_{\dot{L}_\alpha^p(\omega)}. \tag{6}$$

对 I_2 重复同样的过程，我们有：

$$I_2\leqslant C\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/r}\|f\|_{\dot{L}_\alpha^p(\omega)}. \tag{7}$$

于是，若 $0\leqslant\alpha<1$，由式(6)和(7)得：

$$\|M_{a,\alpha}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|h(t)\|_{\Delta_\gamma}^{1/r}\|f\|_{\dot{L}_\alpha^p(\omega)}.$$ 证毕.

2 定理的证明

因当 $\gamma>2$ 时，由 Hölder 不等式易知 $\Delta_\gamma(\mathrm{R}_+)\subset\Delta_\gamma(\mathrm{R}_+)\subset\Delta_2(\mathrm{R}_+)$，故只需证明当 $1\leqslant\gamma\leqslant 2$ 时结论成立即可.

当 $1\leqslant\gamma\leqslant 2$ 时，即 $|1/p-1/2|<1/\gamma'$.

下面估计 $|1/p-1/2|<1/\gamma'$ 时，$\bar{T}_j f$ 的 L^p 范数.

设 $-1/\gamma'<1/p-1/2<0$，即 $2<p<2\gamma/(2-\gamma)$.

对于 $\omega(x)\in\tilde{A}_{p/2}^I(R_+)$，可取

$$u\in L^{(p/2)'}(\omega^{1-(p/2)'}),\ \|u\|_{L^{(p/2)'}(\omega^{1-(p/2)'})}=1.$$

此处 $(p/2)'$ 是 $p/2$ 的共轭. 注意到对偶空间的 Rieze 表示定理，球坐标变换以及原子 a 的积分消失性，有：

$$\|(\sum_k|T_k f_k|^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)}^2=\|(\sum_k|T_k f_k|^2)\|_{L^{p/2}(\omega)}=$$
$$\int_{R^n}(\sum_k|\int_{I_k}|h(t)|/t^{1+\alpha}\int_{S^{n-1}}a(y')f_k(x-ty')\cdot$$
$$\mathrm{d}y'\mathrm{d}t|^2)u(x)\mathrm{d}x=\int_{R^n}(\sum_k|\int_{I_k}|h(t)|/t^{1+\alpha}\cdot$$
$$\int_{S^{n-1}}a(y')[f_k(x-ty')-f_k(x-t\vec{1})]\mathrm{d}y'\mathrm{d}t|u(x)\mathrm{d}x.$$

同样，这里 $\vec{1}=(1,0,\cdots,0)$. 不失一般性，设原子的中心为 $\vec{1}$. 由引理的证明过程有：

$$\|(\sum_k|T_k f_k|^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)}^2\leqslant C\sum_k\int_{R^n}(\int_{I_k}|h(t)|/t\cdot$$
$$\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|h(t)|M(D^\alpha f_k)(x-ty')\mathrm{d}y'\mathrm{d}t)^2\cdot$$
$$u(x)\mathrm{d}x:=I_1+I_2. \tag{8}$$

另一方面

$$I_1=C\sum_k\int_{R^n}(\int_{I_k}\int_{S^{n-1}}\rho^{\alpha/2}|a(y')|^{1/2}(|h(t)|^{(2-\gamma)/2})/$$
$$t^{1/2}M(D^\alpha f_k)(x-ty')\times\rho^{\alpha/2}|a(y')|^{1/2}\cdot$$
$$(|h(t)|^{\gamma/2})/t^{1/2}\mathrm{d}y'\mathrm{d}t)^2u(x)\mathrm{d}x\leqslant$$
$$C\sum_k\int_{R^n}(M(D^\alpha f_k)(x))^2\int_{I_k}(|h(t)|^{2-\gamma}/t)\cdot$$
$$\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|a(y')|u(x+ty')\mathrm{d}y'\mathrm{d}t\mathrm{d}x.$$

令 $M_a(u)=\sup_k|\int_{I_k}(|h(t)|^{2-\gamma}/t)\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha\cdot$
$|a(y')|u(x+ty')\mathrm{d}y'\mathrm{d}t|$,

而 $\|M_a(u)\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\leqslant\int_{S^{n-1}}\rho^\alpha|a(y')|\cdot$
$$\|\sup_k\int_{I_k}(|h(t)|^{2-\gamma}/t)u(x+ty')\cdot$$
$$\mathrm{d}t\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\mathrm{d}y'.$$

注意到：

$$\|\sup_k\int_{I_k}(|h(t)|^{2-\gamma}/t)u(x+ty')\mathrm{d}t\|_{L^{(p/2)'}(\omega^{1-(p/2)'})}\leqslant$$
$$C\|(\sup_k\int_{I_k}(1/t)u(x+ty')^{\gamma/(2\gamma-2)}\cdot$$
$$\mathrm{d}t)^{(2\gamma-2)/\gamma}\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\leqslant C\cdot$$
$$\|\{M_{\tilde{y}'}(u(x)^{\gamma/(2\gamma-2)})\}^{(2\gamma-2)/\gamma}\|_{L^{(p/2)'}(\omega^{1-(p/2)'})},$$

因为 $\|\{M_{\tilde{y}'}(u(x)^{\gamma/(2\gamma-2)})\}^{(2\gamma-2)/\gamma}\|_{L^{(p/2)'}(\omega^{1-(p/2)'})}\leqslant$
$$C\|u(x)\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\leqslant C,$$

从而 $\|M_a u(x)\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\leqslant C\|u(x)\|_{L^{(p/2)'}\omega^{1-(p/2)'}}\leqslant C$,

所以 $I_1\leqslant C\sum_k\int_{R^n}(M(D^\alpha f_k)(x))^2M_a u(x)\mathrm{d}x\leqslant$
$$C\|(\sum_k\int_{R^n}(M(D^\alpha f_k)(x))^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)}^2. \tag{9}$$

对 I_2 重复同样的过程，有：

$$I_2\leqslant C\|(\sum_k\int_{R^n}(M(D^\alpha f_k)(x))^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)}^2. \tag{10}$$

于是，若 $0\leqslant\alpha<1$，由式(8)~(10)得:

$$\|(\sum_k|T_k f_k|^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|(\sum_k(M(D^\alpha f_k)(x))^2)^{1/2}\|_{L^p(\omega)},$$

所以 $\|\bar{T}_j f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)}$,

$$0\leqslant\alpha<1,\ |1/p-1/2|<1/\gamma'. \qquad (11)$$

对 $\omega(x)\in\tilde{A}^I_{p/2}(R_+)$, 存在 $\varepsilon>0$, 使 $\omega^{1+\varepsilon}\in\tilde{A}^I_{p/2}(R_+)$, 有:

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^p(\omega^{1+\varepsilon})}\leqslant C\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega^{1+\varepsilon})}. \qquad (12)$$

另外，在式(3), (4)和(11) (取 $\omega=1$)之间应用插值定理，存在一个 $0<\phi<1$，使得:

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^p}\leqslant C2^{-j\phi([\alpha]+1-\alpha)}\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha},\ j\geqslant 0. \qquad (13)$$

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^p}\leqslant C2^{j\phi(\alpha+1/\gamma')}\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha},\ j<0. \qquad (14)$$

分别在式(12)和(13)以及式(12)和(14)之间应用 Stein-Weiss 的变测度插值理论，存在一个 ϕ, $0<\sigma<1$，使得:

$$\|\bar{T}_j f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C2^{-\sigma|j|}\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)},$$

所以 $\|T_{a,\alpha,h}f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\sum_{j\in Z}\|\bar{T}_j f\|_{L^p(\omega)}\leqslant C\|f\|_{\dot{L}^p_\alpha(\omega)}$.

定理得证.

参考文献:

[1] 夏霞. 粗糙核强奇异积分算子的有界性[J]. 北京师范大学学报: 自然科学版, 2007, 43(1):10-15.

[2] Duoandikoetxea J. Weighted norm inequalities for homogeneous singular integrals[J]. Trans Amer Math Soc, 1993, 336(2):869-880.

[3] Duoandikoetxea J, Rubio de Francia J L. Maximal and singular integral operators via fourier transform estimates [J]. Invent Math, 1986, 84:541-561.

[4] Chen Jiecheng, Fan Dashan, Ying Yiming. Certain operators with rough singular kernels[J]. Canad J Math, 2003, 55(3):504-532.

[5] 陈琼蕾，章志飞. 一类超奇性的奇异积分算子及其交换子的有界性[J]. 中国科学: A 辑, 2004, 34(3):343-353.

Weighted Estimates for Strongly Singular Integral Operators with Rough Kernels

CAO Er-dan[1], HUANG Wen-li[2], TAO Xiang-xing[1*]

(1.Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: By using Fourier estimates and Littlewood-paley theory, it is proved that the strongly singular integral operators defined as

$$T_{\Omega,\alpha,h}f(x)=p.v.\int_{R^n}h(|y|)\frac{\Omega(y')}{|y|^{n+\alpha}}f(x-y)\mathrm{d}y$$

is $(\dot{L}^p_\alpha(\omega),L^p(\omega))$ bounded, where $0\leqslant\alpha<1$, $1<p<\infty$, $\Omega\in H^q(S^{n-1})$, $q=(n-1)/(n-1+\alpha)$, and $h(|y|)\in\Delta_\gamma(R_+)=\{\sup_{R>0}R^{-1}\int_0^R|h(t)|^\gamma\,\mathrm{d}t\}$, $\gamma>1$, ω is a class of radial weights.

Key words: strongly singular integral operators; rough kernels; A_p weights

CLC number: O174　　**Document code:** A

（责任编辑　史小丽）