

# 结合新产品扩散特征的实物期权定价模型研究

卢铭凯

(西南交通大学 经济管理学院,四川 成都 610031)

**摘要:**现有实物期权定价模型未能考虑新产品销售量所呈现的扩散特征,模型的分析结果与实际情况有较大差距。文章假设新产品价格服从几何布朗运动,并以 Bass 模型预测新产品的销售过程,运用二叉树方法,构建了离散时间状态下结合新产品扩散特征的实物期权定价模型,并得到新技术采用的最优时机。

**关键词:**创新扩散;实物期权;Bass 模型;最优决策

**DOI:**10.3969/j.issn.1001-7348.2011.17.003

**中图分类号:**F406.3

**文献标识码:**A

**文章编号:**1001-7348(2011)17-0012-04

## 0 引言

在竞争日益激烈的经济环境中,技术创新是厂商增强自身实力,谋求生存与发展的重要途径。广义的技术创新包括新技术的研发、采用以至新产品成功销售的全过程。其中,从新技术采用到新产品被市场接受是技术创新成功的关键一环,由于该环节失败而招致巨大损失,被市场淘汰的厂商比比皆是,摩托罗拉公司的“铱星”项目就是一个典型案例。为什么拥有了成熟而先进的技术,却仍不能获得市场成功呢?其主要的—个原因是相对其它投资,厂商在采用成熟新技术的投资时所面对的环境具有更大的不确定性,这主要体现在两个方面:一是新产品价格受多种因素影响,其运动变化难以确定;二是新产品在消费者中的扩散(销售)过程中,扩散速度的变化方式难以确定。

为确保新技术得以成功市场化,厂商在决定新技术采用的时机上就需要认真考虑两个新问题:第一,如何合理评估经营柔性的价值。因为决策环境具有较高的不确定性,且与新技术相关的投资往往具有不可逆性,所以投资可以保持一定的经营柔性。这种经营柔性能改变项目的价值,故其本身也具有价值。在实践中,这种经营柔性的价值往往很高,甚至决定了项目决策的结果。因此,有必要找到能合理评估经营柔性价值的投资决策理论。第二,新产品未来的价格和扩散的运动方式是厂商面对的两个主要不确定性,它们直接决定了投资收益水平,进而影响投资决策,需要建立能准确模拟两种运动方式的模型。在这两个问题中,

前者是整体和框架性问题,后者是局部和技术性问题,后者解决的好坏直接影响前者解决的有效性和准确性。

一般把主动适应市场无法预料的变化,调整生产经营和资本运营的能力叫经营柔性<sup>[1]</sup>。经营柔性可以使厂商在有利的市场条件下抓住盈利的机会,也可以在市场不利的情况下避免损失。Myers<sup>[2]</sup>1977年正式提出企业未来投资机会可以视为实物期权的思想后,经过 Dixit、Pindyck、Trigeorgis 和 Smit 等人的不断发展,实物期权理论已日臻完善,逐步解决了传统的项目投资决策方法(如现金流折现法)无法对经营柔性进行估值的问题,成为项目投资决策,特别是风险项目投资决策的重要工具,并得到了日益广泛的应用。这样,就解决了经营柔性的定价问题。

通过借鉴金融期权定价理论,在对经济机制均衡的直观考察和可操作性的标准下<sup>[3]</sup>,学者深入研究了模拟新产品价格运动的各种模型,并在各类运动假设下进行了评价项目期权价值的有益尝试。其中,McDonald 和 Siegel<sup>[4]</sup>假设项目收益和成本都服从几何布朗运动(geometric Brownian motions),构造出连续时间期权定价模型;Dixit 和 Pindyck<sup>[3]</sup>分别假设项目价值服从均值回归(mean-reverting process)和泊松跳跃过程(Poisson jump process),并建立了相应的定价模型。至此,还剩下新产品扩散问题需要解决了。

然而,通过进一步的文献研究,笔者发现最初的实物期权定价模型把项目价值作为整体,仅假设整体运动方式并构建模型,而后逐步考虑决定项目价值的各

收稿日期:2010-10-08

基金项目:国家自然科学基金项目(70771096)

作者简介:卢铭凯(1976—),男,浙江东阳人,西南交通大学经济管理学院博士研究生,研究方向为实物期权理论、技术创新与扩散、风险项目投资与决策。

因素的运动方式并构建模型。虽然越来越多的因素被纳入定价模型予以考察,但是项目投产后新产品扩散运动方式尚未在已有定价模型中予以反映,销售量往往被视为固定不变。也就是说,现有的实物期权理论尚未找到如何整合新产品的扩散特征的有效办法。

而在其它领域,早已出现了能准确预测新产品扩散过程的理论和模型。1969年,Bass<sup>[5]</sup>在对11个耐用消费品市场扩散研究的基础上提出了一个综合内外部影响的创新扩散模型,即著名的 Bass 模型。Bass 模型通过新产品前期销售数据拟合出一条新产品整个生命周期的销售曲线,从而得到不同时点新产品的销售量和最大销售量的时间的预测值,因为预测值与实际情况相当吻合,所以很快得到了人们的注意,对 Bass 模型的理论研究和应用研究也很快盛行起来。在理论方面,通过对基础模型假设的柔化等方式,已经形成了庞大的 Bass 模型族;在应用方面,Bass 模型已成为厂商进行市场营销的重要工具,利用 Bass 模型成功的进行了技术创新扩散和销售预测的著名案例有 Eastman、Kodak、IBM、Sears、Hewlett-Packard、AT&T 等<sup>[6]</sup>。

图 1 反映的是 1993 年至 2003 年中国移动电话各年的销售额变化趋势。其中,名为“估计值 1”的线来源于在销售额服从漂移率为 0.1,初值为 64 000 万元的几何布朗运动假设;名为“实际值”的线是根据中国手机历史销售数据和价格服从同一几何布朗运动条件下得到的;第 3 条线是根据 Bass 模型推导出的销售速度曲线与同样的价格运动假设得来的。通过 3 条线的对比,可明显看出使用 Bass 模型来预测项目各期销售额比简单的假设销售额服从几何布朗运动要更为准确。究其原因,新产品累计销售呈现的 S 型,和销售速度先呈递增后呈递减的特征未能在销售额服从几何布朗运动的假设中得以体现有着直接关系。比如,在新产品快速增长的阶段,新产品销售量经常出现一倍甚至数倍的增长幅度,其销售额也呈同倍快速增长。而在销售额服从几何布朗运动的假设下,期望的销售额以固定的增长趋势变化,新产品扩散特征未能得到体现,严重削弱了预测的准确性。

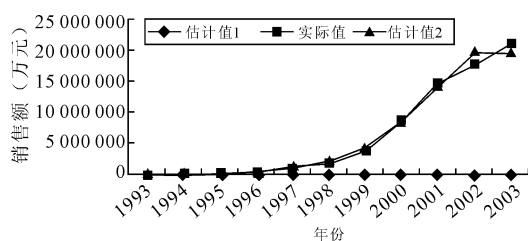


图 1 1993—2003 年中国移动电话销售额变化趋势

因此,为提高预测的准确性和决策的科学性,在构建期权定价模型时就必须考虑新产品的扩散特征。作者已经撰文讨论了在连续时间状态下,如何构建价格服从几何布朗运动并结合新产品扩散特征的实物期权定价模型。本文将在 Cox, Ross 和 Rubinstein<sup>[7]</sup>提出的

二叉树模型的基础上,通过假设产品价格服从几何布朗运动,同时使用 Bass 模型来预测新产品未来销售过程并确定项目决策的终止时间,从而构建离散状态下实物期权定价模型,确定最优投资时机,并用实例说明此定价模型具体运用方法。

## 1 考虑新产品扩散特征的期权定价模型

Bass 模型具体形式为:

$$dN(t)/dt = a[M - N(t)] + bN(t)[M - N(t)]/M \quad (1)$$

其中, $N(t)$ 为  $t$  时刻累计采用者人数, $M$  是市场最大潜力, $a$  是创新系数, $b$  是模仿系数。 $dN(t)/dt$  为  $t$  时刻采用者的人数,也就是  $t$  时刻新产品的销售量  $Q(t)$ 。由式(1)知

$$Q(t) = Ma(a+b)^2 e^{-(a+b)t} / (a + be^{-(a+b)t})^2 \quad (2)$$

$$t^* = -\ln(a/b)/(a+b) \quad (3)$$

$t^*$  是销售量达到最高点时的时间,根据产品生命周期理论,产品生命周期分为投入期、成长期、成熟期和衰退期。在衰退期产品销售量减少,企业退出市场。没有厂商在产品的衰退期进入这一产业,时间  $t^*$  之后产品销售量减少,产品逐渐进入衰退期,这样,由 Bass 模型可以计算出一个合理的投资决策终止时间  $t^*$ 。

因新产品尚未销售,缺少销售初期的相关数据,故不能利用自身数据推导扩散方程,但因为 Bass 模型的参数值可以利用对所有类似产品参数值的加权平均来获得<sup>[8]</sup>,所以根据式(1)有:

$$\begin{aligned} N(t+1) &= aM + (b-a+1)N(t) - bN^2(t)/M \\ &= A_1 + A_2 N(t) + A_3 N^2(t) + e(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)中, $A_1, A_2$  和  $A_3$  为待定参数, $e(t)$  为残差项。利用类似产品的历史销售数据,使用统计软件 SAS 或 SPSS 中的 OLS(正常最小二乘法)计算功能可拟合得到 3 个待定参数值,进而得到创新系数  $a$ ,模仿系数  $b$  和市场最大潜力  $M$  的值,并得到新产品的扩散方程。

在得到新产品的扩散方程后,就可以使用二叉树方法,构建结合新产品扩散特征的实物期权定价模型,并确定最优投资时机。

厂商在采用新技术的投资中拥有的实物期权价值指厂商在决策时拥有的管理柔性的价值。这种价值体现在厂商可以根据项目进行中的实际环境变化来选择决策行为,比如该环境变化使得项目朝有利方向发展,则可以考虑立即投资;反之,则可以考虑推迟投资或放弃投资。实物期权的定价模型主要有二叉树定价模型和 B-S 模型两种<sup>[9]</sup>。B-S 模型过于抽象,模型复杂求解困难,而二叉树定价模型直观易懂、应用方便、易于理解、可操作性好,所以本文运用后者来构建模型。二叉树图上反映了不同时点不同状态下投资的净收益和期权价值。最初的节点是现在立即投资的净收益的现值,以后各节点根据此节点对应的时点,以及变化的趋

势、幅度和可能性提供了净收益的估计值。在得到所有节点净收益值的基础上,就可以从该树图的最右端节点倒推各节点实物期权的值。根据实物期权理论,在决策终止时间,项目的实物期权价值等于各节点净收益与零相比的较大值;而在终止时间前各节点的期权价值等于其后相连两个节点的期权价值与对应的变动概率乘积后的和,据此反复操作,就得到了所有节点的期权值。

设商品价格服从几何布朗运动,即  $dP/P = \alpha dt + \sigma dz$ ,对  $dp$  积分可得

$$P(t') = P_0 e^{(\alpha - \sigma^2/2)t' + \sigma z} \quad (5)$$

式(5)中, $z$ 为维纳过程, $P(0) = P_0$ 。设  $V(t')$  是以  $t'$  时刻预测的商品价格为基础计算的项目现金流的现值, $V(t') = \int_0^T P(t')Q(t)e^{-\rho t} dt$ , 设  $V(0) = V_0, V_0 = \int_0^T P_0 Q(t)e^{-\rho t} dt$ ,  $P(t')$  是时间  $t'$  的商品价格, $T$  是项目生命终止时间, $\rho$  是无风险利率。将式(5) 带入  $V(t')$  的表达式可得

$$V(t') = \int_0^T P_0 e^{(\alpha - \sigma^2/2)t' + \sigma z} Q(t) e^{-\rho t} dt \quad (6)$$

在式(6) 的基础上可得到  $V(t')$  的期望和方差:

$$E[V(t')] = \int_0^T P_0 E(e^{(\alpha - \sigma^2/2)t' + \sigma z}) Q(t) e^{-\rho t} dt = e^{\alpha t'} V_0 \quad (7)$$

$$E[V(t')]^2 = E\left[\int_0^T P_t Q(t) e^{-\rho t} dt\right]^2 = \int_0^T \int_0^T E[P_t P_s] Q(u) e^{-\rho u} Q(v) e^{-\rho v} du dv = e^{2(\alpha + \sigma^2/2)t'} V_0^2 \text{Var}[V(t')] = e^{2\alpha t'} (e^{\sigma^2 t'} - 1) V_0^2 \quad (8)$$

假设风险项目的投资有效期  $[0, t^*]$  被分为  $N$  个长度为  $\Delta t$  的时间段,  $p$  是项目价值上升的概率,  $u, d$  分别是项目价值上升和下降的比例。由式(7) 可知在经过  $\Delta t$  后,  $E[V(t' + \Delta t)] = e^{\alpha \Delta t} E[V(t')] = E[V(t')] [pu + (1-p)d]$ , 即  $e^{\alpha \Delta t} = pu + (1-p)d$ , 由式(8) 知  $e^{2\alpha \Delta t + \sigma^2 \Delta t} = pu^2 + (1-p)d^2$ , 再设  $u=1/d$ 。由上述 3 个式子可以求得  $p = (e^{\alpha \Delta t} - d)/(u - d), u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}, d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$ 。设  $f_{i,j}$  为  $i\Delta t$  时刻第  $j$  个节点的实物期权价值, 其中  $0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq i$ , 在节点  $(i, j)$  上的项目价值为  $V_{i,j} = V_0 u^j d^{i-j}$ 。在决策终止时点上项目实物期权的价值为:

$$f_{N,j} = \max(V_0 u^j d^{N-j} - X, 0) \quad j=0, 1, \dots, N \quad (9)$$

式(9)中, $X$  是项目的投资成本。其它时间实物期权价值为:

$$f_{i,j} = e^{-\rho \Delta t} [p f_{i+1,j+1} + (1-p) f_{i+1,j}] \quad 0 \leq i \leq N-1, 0 \leq j \leq i \quad (10)$$

据式(9) - (10) 可得到所有节点的实物期权价值, 通过各节点实物期权价值与该节点预期净收益的比较, 可以判断出在该节点的最优投资规则: 当实物期权价值大于 0 且净收益小于实物期权价值时, 推迟投资; 当实物期权价值大于 0 且净收益大于实物期权价值时, 立即投资; 当实物期权价值等于 0 时, 放弃投资。

## 2 数值示例

某厂商拥有一项成熟的新技术, 采用该技术的投资项目建成后将为市场提供一种新型家电产品。根据评估, 项目生命期  $T=20$  年, 投资成本  $X=300$ , 现在厂商需对采用新技术的投资时机进行决策。

首先, 厂商需要运用 Bass 模型来确定新产品扩散速度表达式和决策终止时间。在收集了同类的 3 个产品的 11 年的销售数据(见表 1) 之后, 根据式(4), 厂商使用 OLS 方法就得到了同类产品各自的 3 个参数值, 再通过加权平均就得到了新产品的  $a, b$  和  $M$  的值(见表 2)。在此基础上, 由式(2) 得到了新产品的扩散速度表达式  $Q(t) = 1.13e^{-0.15t} / (0.05 + 0.1e^{-0.15t})^2$ , 并由式(3) 得到投资决策终止时间  $t^* \approx 5$ 。

表 1 同类产品的销售数据 单位: 千件

	N(1)	N(2)	N(3)	N(4)	N(5)	N(6)	N(7)	N(8)	N(9)	N(10)	N(11)
甲产品	81	100	214	317	408	523	630	721	729	873	886
乙产品	60	110	174	227	280	332	382	410	455	510	556
丙产品	28	113	202	266	342	449	596	719	767	830	925

表 2

	a	b	M
甲产品	0.03	0.07	780
乙产品	0.06	0.09	859
丙产品	0.06	0.14	1361
加权平均值(权数为 1)	0.05	0.1	1000

然后, 利用结合新产品扩散特征的实物期权定价模型来确定新技术采用的最优时机。厂商假设新产品价格服从  $\alpha=0.05, \sigma=0.1$  的几何布朗运动, 即  $P(t') = P_0 e^{(0.05 - 0.01/2)t' + 0.1z}$ 。在得到  $Q(t)$  和  $P(t)$  的表达式后, 由式(6) 得到以  $t'$  时刻预测的商品价格为基础计算的整个生命期项目收益流的现值表达式:

$$V(t') = \int_0^T 1.13e^{-0.15t} P_0 e^{(0.05 - 0.005)t' + 0.1z} / (0.05 + 0.1e^{-0.15t})^2 e^{-\rho t} dt$$

已知  $P_0 = 1, \rho = 0.15$ , 将新产品的扩散方程和各参数值代入  $V_0$  的表达式, 可知  $V_0 = 321$ 。设  $\Delta t=1$ , 运用二叉树的方法进而得到各节点  $V(t')$  的值, 再将各节点  $V(t')$  的值减去投资成本就得到对应的净收益值。在得到所有节点净收益值的基础上, 就可以从该树图的最右端节点倒推各节点实物期权的值。在得到各节点的净收益值和期权值之后, 可画出图 2。图中共有 21 个节点, 每个节点上下各有一个数据, 节点上方的数据表示在该节点项目预测的净收益, 即项目价值减去项目投资成本, 节点下方的数据表示项目在该节点的实物期权价值, 两相比较, 即知该节点是否该推迟投资, 并得到最优投资时机。例如,  $t=0$  时, A 点项目价值为 21, 小于该节点的期权价值 114, 应推迟投资以等待更多信息, 这也同时解释了即使项目净现值大于 0 而厂商也往往推迟投资的原因。 $t=3$  时, 如果项目价值移动到 B 点, 因为 B 点项目价值 -62 小于该节点的期权价值 0, 且从 B 点出

发到终止时间各节点的项目价值均小于 0,所以应立即放弃项目。以此类推,厂商就可以根据各节点的信息明确投资决策,从而最优化了采用时机。

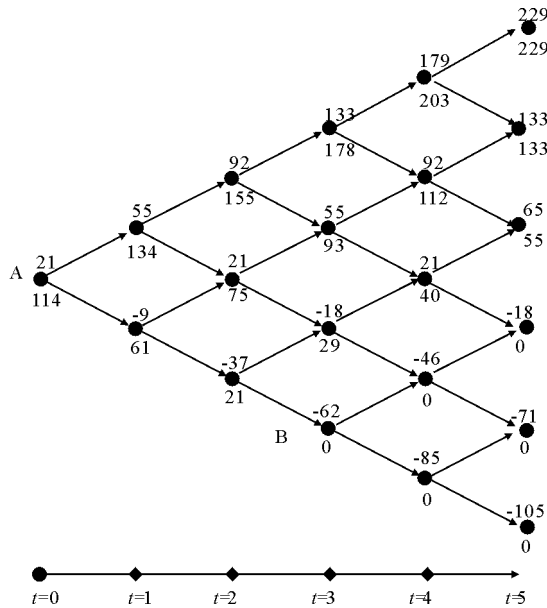


图 2 投资决策的二叉树模型

### 3 结语

为增强企业的竞争实力,产商往往会投资采用新技术的项目,以生产具有市场优势的新产品。然而此类投资往往风险巨大,厂商有必要准确估计新产品价格和扩散的运动过程,以明确风险,准确预测经营柔性价值,做出正确的投资时机决策。根据技术创新扩散理论,新产品的销售过程通常会具备 S 形的扩散特征,该特征表明新产品的销售速度先呈缓慢增加,然后加快并在某点达到最高,接着又逐步下降,不同时段的销售量有显著差异,而这种差异也决定了不同时段项目收益的巨大差异。在厂商采用新技术的决策中,新产品扩散的这种运动特征如果未能予以体现,那么预测值与真实值之间会存在较大偏差,这样就削弱决策的准确性。虽然新产品的扩散特征对投资决策有较大影响,然而现有实物期权文献尚无把扩散特征整合入决策模型的较好解决办法。

文章在实物期权理论框架下,假设价格服从几何布朗运动,通过引入 Bass 模型来预测新产品的销售过程,成功构建了结合新产品扩散特征的实物期权定价模型,并运用二叉树方法,得到了离散时间状态下不同时点项目期权价值的数值解,确定了采用新技术投资的最优时机。新模型得到的各时点项目价值和期权价值考虑了销售量的运动变化,预测值相对以往模型更为准确;以 Bass 模型求得的最大销售速度时点作为投资决策的终止时间更为合理;新构建的二叉树模型直观,易于操作,便于推广运用。以本文为基础,下一步的研究可以通过两个方面展开:第一,放宽新产品市场结构假设,研究不同市场结构条件下厂商的最优投资决策;第二,将新产品生产成本等因素引入模型,使模型假设与现实更为吻合。

### 参考文献:

- [1] 范龙振,唐国兴.项目价值的期权评价方法[J].系统工程学报,2001(1):17-23.
- [2] MYERS S C,TURNBULL S T. Capital budgeting and the capital asset pricing model: Good news and bad news[J]. Journal of Finance,1977,32(2):321-333.
- [3] DIXIT A, PINDYCK R S. Investment under uncertainty [M]. Princeton: Princeton University Press,1994.
- [4] MCDONALD R, SIEGEL D. The value of waiting to invest [J]. Quarterly Journal of Economics,1986,101(4):707-728.
- [5] BASS F M. A new product growth model for consumer durable[J]. Management Science,1969,15(5):215-227.
- [6] 盛亚.技术创新扩散与新产品营销[M].北京:中国发展出版社,2002.
- [7] COX J C,ROSS S A,Rubinstein M. Option pricing:a simplified approach[J]. Journal of Financial Economics,1979,7(3):229-263.
- [8] TELLEFSEN T, TAKADA H. The relationship between mass media availability and the multicountry diffusion of consumer products[J]. Journal of International Marketing, 1999,7(1):77-96.
- [9] 刘成华,黄本笑,李梅.风险投资决策中的二叉树期权定价模型研究[J].科技管理研究,2005(10):161-163.

(责任编辑:赵可)

## The Study of the Pricing Method of Real Options Combining the Diffusion Feature of the New Production

Lu Mingkai

(School of Economic and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** The present real option pricing models fails to express the diffusion feature in new product sales, resulting in the differences between the real situation and the analytical result of model. This article supposed that new product price follow geometric Brownian motion, by predicting new product sales process with Bass model and adopting binomial tree method, a new real option pricing model has been constructed by combining new product diffusion feature, the optimal investing time can be gotten based on the new model.

**Key Words:** Innovation Diffusion; Real Options; Bass Model; Optimal Decision