11 月

文章编号:0253-9993(2007)11-1132-06

基于混合物理论的含瓦斯煤本构方程

姜耀东,祝 捷,赵毅鑫,刘京红,王宏伟

(中国矿业大学(北京)煤炭资源与安全开采国家重点实验室,北京 100083)

摘 要:以混合物理论的 Truesdell 公设为基础,认为含瓦斯煤是由固相煤、游离相瓦斯和吸附 相瓦斯组成的饱和混合物,采用理论推导的方法构建含瓦斯煤的本构方程. 方程表明,含瓦斯煤 的力学变形特性由各组分特性、瓦斯吸附解吸作用和煤体的孔隙分布共同决定. 不同瓦斯压力条 件下含瓦斯煤的应力-应变曲线表明:吸附瓦斯促使煤体产生膨胀变形,降低其弹性模量;围压 也将对含瓦斯煤的弹性模量和变形产生重要影响.

关键词:混合物理论:含瓦斯煤:本构方程:吸附:解吸

中图分类号: TD713 文献标识码:A

Constitutive equations of coal containing methane based on mixture theory

JIANG Yao-dong, ZHU Jie, ZHAO Yi-xin, LIU Jing-hong, WANG Hong-wei

(State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

Abstract: Based on Truesdell's postulate of mixture theory, developed a new set of constitutive equations for saturated mixtures of coal containing methane which was composed of solid coal, adsorbed gas and free gas. The proposed constitutive equations show that mechanical properties of coal containing methane are determined by properties of coal constituents, coal pore distribution and adsorption/desorption characteristics of methane. Presented numerical results of stress-deformation diagrams with various pore pressures obtained from the proposed constitutive equations. The diagrams dedicate that adsorbed gas will cause coal to swell and result in elastic ratio to decrease, and that confining pressure also has important effect on elastic ratio and deformation of coal containing methane. Key words: mixture theory; coal containing methane; constitutive equations; adsorption; desorption

研究瓦斯对煤力学性质的影响,对研究煤与瓦斯突出、煤层瓦斯抽放等问题具有重要意义。煤中含瓦 斯压力的大小不同,其物理力学性质将发生明显的变化,瓦斯对煤的作用属于活泼性流体对它的作用. Brace 曾提出当岩体中含有活泼流体,则岩体除受到流体孔隙压力作为体积力的力学作用外,还产生其他 附加影响,如力学性质和力学响应都发生明显的变化,称之为非力学作用[1].之后国内外不少学者对含 气煤岩的力学性质进行了系统的实验研究^[1-7],结果表明,游离瓦斯和吸附瓦斯都将影响含瓦斯煤的力学 性质和力学响应,游离瓦斯通过孔隙压力作为体积力影响煤体的力学性质,吸附瓦斯则通过吸附解吸作用 产生附加影响。研究瓦斯影响下煤体变形破坏的规律,仅考虑孔隙压力的影响是不够的,还必须考虑瓦斯 对煤的本构方程的影响,才能进一步接近实际^[1].

收稿日期: 2007-10-09 责任编辑:毕永华

基金项目:国家自然科学基金重大基金资助项目(50490272);国家重点基础研究发展规划(973)基金资助项目(2002CB412705, 2006CB202203);国家自然科学基金资助项目(10572147);国家科技支撑计划课题基金资助项目(2006BAK03B06);北京市教育委员会共 建项目建设计划资助项目

作者简介:姜耀东(1958-),男,江苏海安人,教授,博士,博士生导师.Tel:010-62331593, E-mail: jiangyd@ cumtb.edu.cn

混合物理论^[8,9]是研究混合物各组分运动规律、相互作用规律和相互转化规律以及混合物整体运动变 化与外界对混合物作用之间关系的理论体系,具有很强的处理复杂介质本构问题的能力^[10-12],该研究方 法的最大优点是可以描述各个层次的耦合现象(如变形、温度、渗流、相材料的可压缩性以及相变等), 给出各耦合现象的理论解释.

本文以混合物理论的 Truesdell 公设为基础,将含瓦斯煤看成由固相煤、游离相瓦斯和吸附相瓦斯组成的饱和混合物,构建考虑吸附/解吸特性的含瓦斯煤的本构方程.

1 含瓦斯煤的基本假设

应注意的是,混合物理论建模时针对不同的参照系,任意参量有3种不同定义,即真实参量(该参量单独存在时定义的量,本文加上标r表示),第*i*组分参量(该参量相对于控制空间整体定义的量,本文加上标*i*表示)和混合物总体参量(把混合物当成单相介质时测得的参数值,文中不加上标).根据以往研究成果^[13],在混合物理论框架内^[8]对含瓦斯煤作如下假设.

(1)含瓦斯煤是由固体组分(煤岩形成的骨架)和气体组分(处于煤粒中的孔隙及表面的吸附瓦斯和煤岩骨架孔隙中的游离瓦斯)形成的饱和混合物.

这里"饱和混合物"的"饱和"是指混合物组分的体积分数 φ^i 满足饱和条件,即 $\sum_{i=1}^{n} \varphi^i = 1$,其中, φ^i (*i*=1,2,…,*n*) 为第*i*组分的体积分数,即单位体积混合物中第*i*组分所占体积. $\varphi^i = dv^i/dv$ (*i*=1,2,…,*n*),其中 dv 为混合物总体所占有的体积单元,dvⁱ 为第*i*组分在混合物体积单元中所占的体积.

为了建立与面积相关的量之间的关系,如应力张量 T^i ,定义面积分数^[8] m^i ,假定 ds 为空间坐标系下 任一点沿某方向的截面单元的面积; dsⁱ 为第 i 组分在该截面上实际占有的面积,在 ds 和 dsⁱ 的法线方向 一致的条件下,有 $m^i I = ds^i/ds = ds^i/ds I$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

根据连续介质方法^[14], m^i 和 φ^i 之间满足

$$\varphi^i(P) = m^i_i(P). \tag{1}$$

即多孔介质在任一点 *P* 的体积分数等于该点定向面积分数的平均值. 但是 φ^i (*P*) 与 I_j 的方向无关, 因此 $\overline{m_j^i}$ (*P*) 也必定与方向无关,故只需定义一个平均面积分数 $\overline{m^i}$. $\overline{m^i}$ 又简称面积分数,记为 m^i .

此时 m^i 只是空间坐标和时间的函数,那么它的取向将与面积单元的取向无关,即在任意时刻,对空间坐标系中的任意一点 m^i 不随面积单元方向的改变而改变,则 $\sum_{i=1}^{n} m^i = 1$ 相对于 dsⁱ 和 ds 定义的 T^i 和 T^i 之间存在以下关系,即

$$\boldsymbol{T}^{i} = \boldsymbol{m}^{i} \boldsymbol{T}^{ir}, \qquad (2)$$

式中, T 为第 i 组分的偏应力张量, 为体元边界对体元中第 i 组分的应力.

(2)由于瓦斯与煤之间物质不能相互转化,因此在某一个控制空间,固相符合封闭系统的质量守恒 定律,固相材料的性质由其组分的性质决定.

(3)当未受采动影响时,吸附瓦斯和游离瓦斯处于一种动态平衡状态,它们之间不存在质量交换. 但是一旦出现瓦斯压力梯度,如在完井后或井下煤壁暴露后,吸附瓦斯和游离瓦斯同时分别以扩散和渗流 的形式流向井内或煤壁^[11].由于游离瓦斯的渗流速度大于吸附瓦斯的扩散速度,煤层内的吸附平衡状态 被破坏,因此煤层孔隙系统中的吸附瓦斯要扩散到煤粒表面,再穿过边界吸附膜解吸进入裂隙成为游离瓦 斯^[15].吸附瓦斯和游离瓦斯之间发生质量交换,假定吸附解吸瞬时完成.

(4) 含瓦斯煤的各组分具有相同温度,将其作为单一温度混合物.

(5) 固体组分不可压缩, 真密度 ρ^{sr} 为常量. 气体组分可压缩, 其真密度 ρ^{sr} 为变量.

2 含瓦斯煤的本构方程

含瓦斯煤由固体煤和瓦斯组成,瓦斯又细分为游离相瓦斯和吸附相瓦斯,可定义

 $T^{sr} = \sigma^{s}, T^{vr} = \sigma^{v}, T^{ar} = \sigma^{a}, T = \sigma, D^{s} = \dot{\varepsilon}^{s}, D^{v} = \dot{\varepsilon}^{v}, D^{a} = \dot{\varepsilon}^{a}, D = \dot{\varepsilon},$ (3) $\exists therefore, D^{i} \exists i \exists for for the constraints, v, a for the constraints, and the constraints of the constraint$

根据弹塑性增量理论,固相对应的本构方程有

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{s} = \boldsymbol{E}^{s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{s}, \qquad (4)$$

式中, E^{*} 为固相煤的刚度张量.

对于瓦斯气体,由二阶张量的性质可知,应力和应变率均可进行分解^[12],不计气体黏性,那么应力 分解中不存在应力偏量,则有

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{v}} = -p^{\mathrm{v}}\boldsymbol{I}, \ \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{a}} = -p^{\mathrm{a}}\boldsymbol{I}, \ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{v}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{vd}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{v}}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I}, \ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{a}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{ad}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I},$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}^{\mathsf{v}}$, $\boldsymbol{\sigma}^{\mathsf{a}}$ 分别为游离相瓦斯和吸附相瓦斯的应力张量; $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{v}}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{a}}$ 分别为游离相瓦斯和吸附相瓦斯的 应变率张量; $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{vd}}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{ad}}$ 分别为游离相瓦斯和吸附相瓦斯的应变率偏张量,与相应的剪切变形率相关; p^{v} , $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{v}}_{\mathsf{v}}$ 和 p^{a} , $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathsf{v}}_{\mathsf{v}}$ 分别为游离相瓦斯和吸附相瓦斯的压力和体积应变率标量.

假定瓦斯气体还符合弹性定律(以受压为正),即

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{v}} = -\dot{p}^{\mathrm{v}}\boldsymbol{I} = K^{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{v}}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I},\tag{5}$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{a} = -\dot{p}^{a}\boldsymbol{I} = K^{a}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{a}_{v}\boldsymbol{I}, \qquad (6)$$

式中, K^v 和 K^a 分别为游离相瓦斯和吸附相瓦斯气体的体积压缩模量.

根据混合物理论的总体守恒方程要求^[8],有

$$\boldsymbol{T} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{T}^{i} - \sum_{i=1}^{n} \rho^{i} \boldsymbol{u}_{i} \otimes \boldsymbol{u}_{i}, \qquad (7)$$

式中, \otimes 表示张量积; u_i 为第 i 组分的扩散速度.

由此可见,混合物总体的应力并不等于各相应力之和,只有不计渗透作用时二者才相等.

根据式(2),(7)以及式(3)的约定,含瓦斯煤总体应力张量T可写成

 $T = m^{*}T^{**} + m^{v}T^{**} + m^{a}T^{a*} - \rho^{*}u_{s} \otimes u_{s} - \rho^{v}u_{v} \otimes u_{v} - \rho^{a}u_{a} \otimes u_{a},$ (8)
式中, m^{i} 和 ρ^{i} 分别表示第*i*组分(固体煤、游离态瓦斯和吸附态瓦斯)在混合物中的面积分数和组分密度; u_{s} , u_{v} 和 u_{s} 分别为固体煤、游离态瓦斯和吸附态瓦斯气体的扩散速度.

注意到固相扩散速度可略去不计,而且气体组分密度与固相相比可略去不计^[16],对式(8)进一步近 似得

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{m}^{\mathrm{s}} \boldsymbol{T}^{\mathrm{sr}} + \boldsymbol{m}^{\mathrm{v}} \boldsymbol{T}^{\mathrm{vr}} + \boldsymbol{m}^{\mathrm{a}} \boldsymbol{T}^{\mathrm{ar}}.$$
 (9)

对式(9)求物质导数^[17]并且考虑到煤和瓦斯之间不存在相变,仅吸附瓦斯和游离瓦斯之间存在质量 交换,可得

$$\dot{\boldsymbol{T}} = m^{\mathrm{s}} \, \dot{\boldsymbol{T}}^{\mathrm{sr}} + m^{\mathrm{v}} \, \dot{\boldsymbol{T}}^{\mathrm{vr}} + m^{\mathrm{a}} \, \dot{\boldsymbol{T}}^{\mathrm{ar}} + \dot{m}^{\mathrm{a}} \, (\boldsymbol{T}^{\mathrm{ar}} - \boldsymbol{T}^{\mathrm{vr}}).$$
(10)

将式(4)~(6)代入式(10)得到含瓦斯煤本构方程为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = m^{s}\boldsymbol{E}^{s} \vdots \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{s} + m^{v}K^{v} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{v}_{v}\boldsymbol{I} + m^{a}K^{a} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{a}_{v}\boldsymbol{I} - \dot{m}^{a}(p^{a}\boldsymbol{I} - p^{v}\boldsymbol{I}).$$
(11)

同时,式(11)可写成

$$\dot{\boldsymbol{r}} = m^{s}\boldsymbol{E}^{s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{s} - m^{v} \dot{\boldsymbol{p}}^{v}\boldsymbol{I} - m^{a} \dot{\boldsymbol{p}}^{a}\boldsymbol{I} - \dot{\boldsymbol{m}}^{a}(\boldsymbol{p}^{a}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{p}^{v}\boldsymbol{I}).$$
(12)

由式(11),(12)可知,含瓦斯煤的本构方程不仅包含了各组分的力学性质,而且包含瓦斯吸附解 吸特性的影响项,同时还考虑了煤体的孔隙分布情况. *m*^{*}表示吸附瓦斯相组分分数的变化量,它可以体 现瓦斯吸附解吸作用对含瓦斯煤力学响应的影响.

3 有关瓦斯气体的几点说明

3.1 瓦斯的吸附解吸作用

与一般的岩土材料不同,煤体表面的分子存在剩余的自由力场,对瓦斯分子具有吸附作用;当被吸附的瓦斯分子获得动能,并能克服煤体表面引力场的位全时,又能重新成为游离态瓦斯^[15].根据混合物理论的质量守恒定律,有 $\dot{\rho}^i + \rho^i \operatorname{div} \dot{x}_i = \hat{\rho}^i$,其中, $\dot{\rho}^i$ 为第i组分密度的变化量; $\hat{\rho}^i$ 为第i组分的质量供给. 瓦斯渗流过程中的吸附和解吸作用,即吸附瓦斯和游离瓦斯存在质量交换. $\hat{\rho}^a$ 为吸附相瓦斯的质量供给,即单位时间内单位体积混合物中瓦斯的吸附/解吸量.如果瓦斯渗流过程中出现吸附瓦斯解吸,则对于吸附瓦斯相 $\hat{\rho}^a$ 为负;同理如果瓦斯渗流过程中游离瓦斯吸附,则对于吸附瓦斯相 $\hat{\rho}^a$ 为正.同时 $\hat{\rho}^a$ 和 $\hat{\rho}^v$ 满足 $\hat{\rho}^a + \hat{\rho}^v = 0$.

目前普遍认为煤对瓦斯的吸附属于物理吸附,可以采用 Langmuir 吸附模型进行表征^[18,19],即

$$Q^{a} = \frac{V_{\rm L}p}{P_{\rm L} + p},\tag{13}$$

式中, Q^a 为单位质量煤的吸附瓦斯量, cm³/g; V_L 为 Langmuir 吸附常数, cm³/g; p 为气体压力, MPa; P_L 为 Langmuir 压力常数, MPa, 文献 [20] 收集了来自不同文献煤样的 Langmuir 吸附常数及对应的煤质、煤岩指标.

对式(13)求物质导数,得到单位体积煤中瓦斯吸附量的变化量为

$$\dot{Q}^{a} = V_{\rm L} P_{\rm L} \, \dot{p} / (P_{\rm L} + p)^{2}.$$
(14)

对于封闭系统 Ω 而言,任意一点 M,作包围 M 微小体积 dV,它的 $\dot{\varphi}^*$ 与 \dot{Q}^* 满足

$$\dot{\varphi}^{a} = \iiint_{\Omega} \dot{Q}^{a} \rho dV / \iiint_{\Omega} dV,$$

式中, $\dot{\varphi}^{*}$ 为吸附相瓦斯体积分数的变化量; ρ 为含瓦斯煤混合物的总体密度, 满足 $\rho = \sum_{i=1}^{n} \rho^{i} = \sum_{i=1}^{n} \varphi^{i} \rho^{ir}$, ρ^{ir} 表示单位体积第 *i* 组分物质的质量, 称为第 *i* 组分的真密度, 由分析可知, $\rho \approx \varphi^{*} \rho^{*r}$, φ^{*} 和 ρ^{*r} 分别为固 体煤的体积分数及其真密度.

根据式(1)可知,单位含瓦斯煤混合物中吸附相瓦斯面积分数的变化量 'n " 应满足

$$\dot{m}^{a} = \dot{\varphi}^{a} = \iiint_{\Omega} \dot{Q}^{a} \rho dV / \iiint_{\Omega} dV.$$

3.2 瓦斯的状态方程

游离相瓦斯应满足如下气体状态方程,即

 $p^{v}V^{v} = ZRT$,

式中, Z 为气体压缩系数, 25 ℃左右, 气体压力小于 5 MPa 时, Z ≈ 1^[21]; R 为气体常数, J/ (mol·K); T 为温度, K.

与游离相瓦斯不同,吸附相瓦斯的 PVT 关系采用截断的维里方程^[21],即

 $p^{a}V_{m} = RT(1 + B/V_{m} + C/V_{m}^{2}),$

式中, p^* 为吸附态瓦斯的压力, Pa; V_m 为摩尔体积, m^3/mol ; B, C 分别为第二、三维里系数, Dymond 和 Smith^[22]估算和搜集了大量第二、三维里系数的数据.

$$V_{\rm m} = \left(\frac{G_{\rm s} \times 10^4}{\pi N Q/V_0}\right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{4}{3} \pi N,$$

式中, G_s 为每克吸附剂的比表面积, m²/g, 煤体的比表面积很大,无烟煤的比面积高达 200 m²/g, 贫煤 比面积基本在 90~190 m²/g 之间变化,瘦煤比面积为 80~130 m²/g^[23]; Q 为每克吸附剂对吸附质的吸附 量, cm³/g; N 为阿伏加德罗常数, N = 6.022 × 10²³ mol⁻¹; V₀ 为气体摩尔体积, V₀ = 22 400 cm³/mol.

3.3 吸附相瓦斯和游离相瓦斯的体积分数

实验统计分析表明,煤储层中75%~90%的气体呈单分子层状吸附于煤内孔、裂隙的内表面(其间的作用力为较弱的范德华力,属于物理吸附),孔、裂隙空间的游离气体只占10%~20%^[6],在一定温度和压力条件下吸附气体与游离气体处于动态平衡.因此吸附相瓦斯和游离相瓦斯的组分体积分数满足

$$\varphi^{\rm a} \; = \; rac{V_{\rm a}}{V_{\rm g}} \varphi^{\rm g} \; , \; \varphi^{
m v} \; = \; rac{V_{
m v}}{V_{
m g}} \varphi^{
m g} \; ,$$

式中, φ^{s} 为煤的孔隙度(%); V_{a} , V_{v} , V_{g} 分别为吸附瓦斯赋存孔隙体积、游离瓦斯赋存孔隙体积和孔隙 总体积(mm³/g).

瓦斯在煤体中的赋存形态及分布情况在文献 [24] 已有详述,相应各类孔隙的孔隙体积均可测.文献 [6,25] 列举了不同煤样的各类孔隙所占总孔隙体积的百分比.

4 讨 论

根据前人研究成果^[20~25]和建议,笔者对于本构方程的相关参数选取:含瓦斯煤的孔隙度 $\varphi^{s} = 8\%$, $V_{a}/V_{g} = 0.85$,固体煤的弹性模量 $E^{s} = 3500$ MPa, 泊松比 $\gamma = 0.16$, $V_{L} = 27.82$ cm³/g, $P_{L} = 1.50$ MPa, $G_{s} = 140$ m²/g, R = 8.314 J/(mol·K), T = 303.15 K, B = -40.91 cm³/mol, C = 2320 cm⁶/mol².

依据本文模型,笔者绘制了不同瓦斯压力条件下的应力 – 应变曲线,并与单相煤介质以及无吸附相模型作了比较(图1).单相煤介质对应不含瓦斯的煤岩;无吸附相模型依据 Terzaghi 有效应力原理,仅考虑瓦斯孔隙压力作用.

由于吸附瓦斯使煤的表面张力减少,使煤体骨架部分发生相对膨胀,导致煤粒子间的作用力减弱,破 坏时所需要的表面能减少,宏观上应表现为煤体抵抗变形的能力降低.由于本文模型在本构方程中将吸附 瓦斯的非力学作用对煤体的变形特性影响定量化,因此,图1中的曲线3和4能很好地反映了含瓦斯煤的 特点;无吸附模型则无法体现吸附瓦斯的特性,Terzaghi有效应力原理用于描述含瓦斯煤的本构关系还存 在局限.

由图1可知,吸附瓦斯促使煤体产生膨胀变形和弹性模量降低;瓦斯压力越高,膨胀变形越大,弹性 模量降低的越严重.弹性模量是一个重要的力学参数,反映了煤岩体抵抗变形的能力.本文同时研究了瓦 斯压力和围压对煤体弹性模量的影响(图2),得知侧压和瓦斯压力都将影响含瓦斯煤变形特性;在侧压 不变的条件下,弹性模量随瓦斯压力的增大而减小;在瓦斯压力不变的条件下,弹性模量随侧压的增大而 增大.



图 1 不同模型的应力 – 应变曲线(围压 10 MPa) Fig. 1 Stress-deformation diagrams of various model



图 2 弹性模量与瓦斯压力的关系 Fig. 2 Relation of elastic ratio and pore pressure

5 结 论

(1) 与现有的流固耦合问题的本构方程不同,本文突破了 Terzaghi 有效应力原理的限制,采用经典混 合物理论的本构建模方法,将含瓦斯煤看成游离相瓦斯 – 吸附相瓦斯 – 固体煤组成的三相介质,推导出含 瓦斯煤的本构方程. 方程综合考虑了各组分力学性质、瓦斯的吸附解吸特性以及煤体的孔隙分布对含瓦斯 煤力学性质和力学响应的影响,反映了瓦斯作为活泼性孔隙流体对煤岩作用的实际情况.

(2)采用本构方程,得到了不同瓦斯压力条件下的应力 – 应变曲线及其对弹性模量的影响,用以分析含瓦斯煤的力学性质和变形特性;得出了与以往含瓦斯煤实验分析相一致的结论:吸附瓦斯促使煤体产生膨胀变形和弹性模量降低. 与依据 Terzaghi 有效应力原理建立起来的模型相比,本文模型将更为适用于研究煤与瓦斯突出、煤层瓦斯抽放和冲击地压等的实际问题.

参考文献:

- [1] 梁 冰,章梦涛,潘一山,等.瓦斯对煤的力学性质及力学响应影响的试验研究 [J].岩土工程学报,1995,17 (5):12~18.
- [2] 姚宇平,周世宁.含瓦斯煤的力学性质 [J].中国矿业大学学报,1988,17 (1):1~7.
- [3] 何学秋, 王恩元, 林海燕. 孔隙气体对煤体变形及蚀损机理 [J]. 中国矿业大学学报, 1996, 25 (3): 6~11.
- [4] 聂百胜. 含瓦斯煤岩力电效应及机理的研究 [D]. 徐州: 中国矿业大学, 2001.
- [5] 靳钟铭,赵阳升,贺 军,等.含瓦斯煤层力学特性的实验研究 [J]. 岩石力学与工程学报,1991,10 (3):271~180.
- [6] 傅雪海. 多相介质煤岩体物性的物理模拟与数值模拟 [D]. 徐州:中国矿业大学, 2001.
- [7] 李晓昭. 含气岩体应力应变的研究及油气砂岩突出的防治 [D]. 徐州: 中国矿业大学, 1996.
- [8] Bowen R M. 混合物理论 [M]. 董务民,译. 南京: 江苏科学技术出版社, 1983. 1~137.
- [9] Truesdell C. Rational thermodynamics (Second Edition) [M]. New York: Springer_Verlag, 1984. 407 ~ 450.
- [10] 黄 义,张引科. 非饱和土本构关系的混合物理论(I) ——非线性本构方程和场方程[J]. 应用数学与力学, 2003,24(2):111~123.
- [11] Eringen A C. Continuum theory of swelling porous elastic soil [J]. Int. J. Engng. Sci., 1994, 32 (8): 1 337 ~1 349.
- [12] 杨松岩, 俞茂宏. 多相孔隙介质的本构描述 [J]. 力学学报, 2000, 32 (1): 11~24.
- [13] 吴世跃. 煤层气与煤层耦合运动理论及其应用的研究——具有吸附作用的气固耦合理论 [D]. 沈阳: 东北大学, 2006. 2~15
- [14] J贝尔.多孔介质流体动力学 [M].李竞生,陈崇希,译.北京:中国建筑工业出版社,1983.
- [15] 何学秋,王恩元,聂百胜,等. 煤岩流变电磁动力学 [M]. 北京:科学出版社, 2003. 35~57.
- [16] 柏实义. 二相流动 [M]. 施宁光, 严家祥, 夏玉顺, 译. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [17] 黄克智,薛明德,陆明万.张量分析 [M].北京:清华大学出版社,1986. 264~310.
- [18] 梁 冰,章梦涛,王泳嘉.煤层瓦斯渗流与煤体变形的耦合数学模型及数值方法 [J]. 岩石力学与工程学报, 1996,15 (2):135~142.
- [19] 于洪观,范维唐,孙茂远,等. 煤中甲烷等温吸附模型的研究 [J]. 煤炭学报, 2004, 29 (4): 463~467.
- [20] 于洪观. 煤对 CH₄, CO₂, N₂ 及其二元混合气体吸附特性预测和 CO₂ 驱替 CH₄ 的研究 [D]. 青岛:山东科技大学, 2005.
- [21] 黄运飞. 煤 瓦斯介质力学研究 [D]. 合肥: 中国科技大学, 1989.
- [22] Dymond J H, Smith E B. The virial coefficient of pure gases and mixtures [M]. Oxford: Clarendon Press, 1980.
- [23] 梁 冰,孙可明. 低渗透煤层气开采理论及其应用 [M]. 北京:科学出版社, 2006.
- [24] AT 艾鲁尼.煤矿瓦斯动力现象的预测和预防 [M]. 唐修义,宋德淑,王荣龙,译.北京:煤炭工业出版社, 1992.
- [25] 张 力.外加电磁场对瓦斯吸附解吸影响规律及作用机理的研究 [D]. 徐州:中国矿业大学, 2002.