# 基于压缩感知理论的随机噪声雷达目标检测算法研究

武 昕<sup>\*102</sup> 王岩飞<sup>1</sup> 刘 畅<sup>1</sup> <sup>10</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100190) <sup>20</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘** 要:随机噪声雷达通常利用时域相关完成脉冲压缩从而进行目标检测。该文根据压缩感知理论提出一种适用于 噪声雷达目标检测的新算法,它用低维投影测量和信号重建取代了传统的相关操作和压缩处理,将大量运算转移到 后期处理。该算法以噪声雷达所检测的目标空间分布满足稀疏性为前提;利用发射信号形成卷积矩阵,然后通过随 机抽取卷积矩阵的行构建测量矩阵;并采用迭代收缩阈值算法实现目标信号重建。该文对算法作了详细的理论推导, 形成完整的实现框架。仿真实验验证了算法的有效性,并分析了对处理结果影响较大的因素。该算法能够有效地重 建目标,具有良好的运算效率。与时域相关法相比,大幅度减小了目标检测误差,有效抑制了输出旁瓣,并保持了 信号的相位特性。

关键词:随机噪声雷达;目标检测;压缩感知;重建误差
 中图分类号:TN958
 文献标识码: A
 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01067

文章编号: 1009-5896(2012)07-1609-07

# A Target Detection Algorithm Based on Compressive Sensing for Random Noise Radar

Wu  $Xin^{0,2}$  Wang Yan-fei<sup>0</sup> Liu Chang<sup>0</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

 $^{(2)}$  (Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: Random noise radar executes pulse compression via direct correlation in time domain for target detection. A novel algorithm is proposed based on compressive sensing for random noise radar system. Projection for low dimension data is adopted instead of correlation; Signal reconstruction is used to substitute signal compression; And much computational load is transferred to background processing. In this algorithm, detected targets in scene satisfy the requirement of sparsity peculiarity, and measurement matrix is constructed by selecting the rows of convolution matrix stochastically. Furthermore, two step iterative shrinkage/thresholding algorithm is applied to reconstruct target signals. With elaborate theoretical derivation, the whole processing of this algorithm is presented. Simulation results are provided to show that the algorithm is able to reconstruct targets efficiently with well computational efficiency. Moreover, factors highly influencing on the results are analyzed. In contrast to correlation operation, reconstruction error is significantly reduced and sidelobes are faithfully suppressed. In addition, phase characters of target information are preserved well.

Key words: Random noise radar; Target detection; Compressive Sensing (CS); Reconstruction error

# 1 引言

随机噪声雷达以微波噪声或噪声调制信号为发 射信号,具有优良的低截获概率和抗干扰性。电磁 环境的日益复杂使随机噪声雷达受到国内外的广泛 关注,形成了完整的理论体系和应用系统<sup>[1]</sup>。与成像 技术的结合使得随机噪声合成孔径雷达(SAR)得到 迅速发展,它使噪声雷达具有成像能力<sup>[2]</sup>,并提高了 SAR 系统的抗干扰性。同时与超宽带技术的结合使

2011-10-14 收到,2012-03-26 改回 \*通信作者:武昕 19861002wuxin@163.com 得噪声雷达可应用于穿透性检测<sup>[3]</sup>,对遮档目标的检 测取得了最新研究成果<sup>[4]</sup>。基于压缩感知理论 (Compressive Sensing, CS)<sup>[5,6]</sup>的稀疏采样信号处理 技术得到迅速发展。当信号具有稀疏性或者在某变 换基下具有稀疏表示,则可以利用远低于奈奎斯特 采样率的少量测量数据,通过求解优化问题以高概 率实现信号的可靠重建。由于 CS 理论能够降低系 统的数据率,使它在雷达领域受到普遍关注,形成 了基于 CS 框架的雷达信号处理技术。Baraniuk 等 人<sup>[7]</sup>提出基于 CS 理论的新雷达接收方式; CS 理论 该文将 CS 理论应用于随机噪声雷达目标检测, 以所检测目标空间分布满足稀疏条件为前提,充分 利用目标散射系统的先验信息,通过一种新颖的方 式构建测量矩阵,最后用适当的重建算法完成目标 重建。这种处理方式完全不同于传统的时域相关法, 它可以在降低雷达系统数据率的同时提高目标距离 检测的精度。文章首先简单介绍相关理论,然后提 出该文的 CS 模型,包括测量矩阵的构建和整体实 现流程,并通过仿真实验验证算法的有效性。

# 2 基本理论

压缩感知理论指出当信号本身或者在某个变换 域具有稀疏特性时,可以利用一个与变换基不相关 的观测矩阵将原高维稀疏信号投影到低维空间上, 从而依据远低于 Nyquist 采样率所采集到的信号测 量值,通过求解最优化问题来实现原信号的重构。

长度为 N的离散时域信号 x为  $N \times 1$ 的列向量, 可表示为一组基 { $\psi_i$ } 的线性组合,如

$$\boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \boldsymbol{\psi}_i = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\theta}$$
 (1)

式中 $\Psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \cdots \ \psi_N]$ 是由列向量 $\psi_i$ 构成的  $N \times N$ 的变换矩阵, $\theta \in N \times 1$ 的列向量且 $\theta_i = \langle x, \psi_i \rangle = \psi_i^T x$ 。如果 $\theta$ 只有 K个非零元素,则称 $\theta$ 为信号 x的 K稀疏表示。当信号具有稀疏表示后需要构建 适当的测量矩阵 $\Phi$ 将信号投影到低维测量空间,该 过程可描述为

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = \Theta \theta \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{\Phi}$ 为  $M \times N(M \ll N)$ 的测量矩阵;  $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 由测量矩阵和稀疏基共同决定; 需要依据  $M \times 1$  的测量向量  $\boldsymbol{y}$  重构信号  $\boldsymbol{x}$ 。  $M \ll N$  说明式(2) 是欠定的,无法直接从  $\boldsymbol{y}$ 的 M个测量值中解出  $\boldsymbol{x}$ 。 基于信号的稀疏性,可通过如下优化问题得到式(2) 的最稀疏解。

$$\min || \hat{\boldsymbol{\theta}} ||_0, \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{3}$$

 $||\cdot||_0$ 为 $\ell_0$ 范数,代表 $\theta$ 中非零元的个数。式(3)的优 化问题属于 NP 问题,相关文献指出对于满足限制 等容条件(Restricted Isometry Property, RIP)<sup>[12]</sup>的 矩阵 $\theta$ ,式(3)所示的 $\ell_0$ 范数问题可等价为式(4)所示 的 $\ell_1$ 范数问题得以解决,测量值个数 *M* 应满足式 (5)。

$$\min || \hat{\boldsymbol{\theta}} ||_{1}, \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Theta} \hat{\boldsymbol{\theta}}$$
(4)

$$M = O\left(K \lg(N / K)\right) \tag{5}$$

综合可知, CS 理论得以实现的 3 个重要步骤为信号的稀疏表示、测量矩阵的构建和信号重建;应用 CS 理论的两个基本条件是信号的稀疏性和矩阵 *θ* 满足 RIP 特性。

随机噪声雷达通常利用时域相关完成脉冲压 缩,图 1(a)为传统系统框图。发射信号经目标反射 后产生时延;发射信号的另一分支通过延迟线提供 的时延产生变化的参考信号。将接收信号与参考信 号作相关积分,根据输出的峰值位置获取目标的距 离信息。图 1(b)为基于 CS 处理方式的噪声雷达系 统结构,先将回波信号投影到低维空间,再依据低 维数据作后期处理来完成目标信号的重建。对比图 1(a)与 1(b),时域相关对系统的接收和处理有较高 要求,需要延迟线及相关操作的支持。CS 方式下的 雷达结构降低了系统处理的数据率,将大量运算转 移到后期的信号重建中。

# 3 基于压缩感知的随机噪声雷达目标检测 算法

CS 理论的具体实现需要构建适当的 CS 模型,本节结合随机噪声雷达的应用背景和特点建立了适用于该文的 CS 模型及相应的实现流程。

#### 3.1 测量矩阵的构建

噪声雷达的发射信号  $s_t(t)$  与目标反射率函数  $\sigma(t)$  均可离散为两个列向量,若将长度设为 N,则 如式(6)所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_t &= [s_t(1) \quad s_t(2) \quad \cdots \quad s_t(N)]_{N \times 1}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{\sigma} &= [\sigma(1) \quad \sigma(2) \quad \cdots \quad \sigma(N)]_{N \times 1}^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$
 (6)

 $s_t(t)$ 经目标反射后的接收信号可表示为离散形式如下:

$$s_r(n) = \sum_m s_t(n-m)\sigma(m) \tag{7}$$

依据非周期卷积核模型可将式(7)表示为矩阵形式。

$$\boldsymbol{s}_r = \boldsymbol{s}_{(\boldsymbol{s}_t, N)} \boldsymbol{\sigma} \tag{8}$$

式中 $s_r \in s_r(n)$ 的向量形式; $s_{(s_t,N)}$ 由 $s_t$ 构成,其列 数等于 $\sigma$ 的维数,形式如式(9)所示。

$$\boldsymbol{s}_{(\boldsymbol{s}_{t},N)} = \begin{bmatrix} s_{t}(1) & & & \\ s_{t}(2) & s_{t}(1) & & \\ \vdots & s_{t}(2) & \ddots & \\ s_{t}(N) & \vdots & s_{t}(1) \\ & s_{t}(N) & s_{t}(2) \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & s_{t}(N) \end{bmatrix}_{(2N-1)\times N}$$
(9)

式中未标出的元素均为零。*s*(*s*,,*N*) 为卷积矩阵, 它的



图1 随机噪声雷达系统结构

行等价于发射信号 $s_t(t)$ 采样序列的反褶和平移;接 收信号 $s_r$ 为(2N-1)×1的列向量。

σ是所要重建的信号,依据 CS 理论,所构造 的测量矩阵需将σ投影到低维测量空间。在卷积矩 阵 $s_{(s_t,N)}$ 构建完成后,该文采取对 $s_{(s_t,N)}$ 进行随机抽 取的方式实现降维操作,即随机抽取 $s_{(s_t,N)}$ 的 *M* 行 作为测量矩阵,然后将σ通过测量矩阵投影到低维 空间,该过程可用式(10)所描述。

$$\mathbf{s}_{r} = \begin{bmatrix} s_{r}(1) \\ s_{r}(2) \\ \vdots \\ \frac{s_{r}(3)}{\vdots} \\ \vdots \\ \frac{s_{r}(N-1)}{s_{r}(N)} \\ s_{r}(N+1) \\ \vdots \\ s_{r}(2N-3) \\ \underbrace{s_{r}(2N-3)}_{(2N-1)\times 1} \\ \underbrace{s_{r}(2N-2)}_{(2N-1)\times 1} \\ \vdots \\ \frac{\sigma(1)}{\sigma(2)} \\ \vdots \\ \sigma(N) \\ \underbrace{\sigma(N)}_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{t}(1) \\ s_{t}(2) \\ s_{t}(2) \\ \vdots \\ s_{t}(N-2) \\ \vdots \\ s_{t}(N-2) \\ \vdots \\ s_{t}(N-2) \\ \vdots \\ s_{t}(N-1) \\ s_{t}(N-2) \\ \vdots \\ s_{t}(N) \\ s_{t}(N-1) \\ \vdots \\ s_{t}(N-1) \\$$

式中下划线表示被随机抽取到的行。 $\sigma$ 与所抽取到 的行进行点乘后的结果作为有效测量值,即测量向 量由 $s_r$ 中带下划线的元素所构成。被随机抽取到的 行构成的新矩阵记作s'即为测量矩阵,它将 $\sigma$ 投影 到低维空间后得到向量 $s'_r$ 为测量向量,如式(11)所 示。

$$\boldsymbol{s}_{r}^{'} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_{r}(3) \\ \vdots \\ \boldsymbol{s}_{r}(N-1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{s}_{r}(2N-2) \end{bmatrix} = \boldsymbol{s}^{\prime}\boldsymbol{\sigma}$$



#### 3.2 稀疏性与 RIP 分析

CS 理论依赖于两个基本条件:一是所恢复的信号具有稀疏性或者能够被稀疏表示,这由信号本身所决定;二是测量矩阵需满足 RIP 特性,即测量矩阵的非相关性,这决定于所构建的测量系统。

首先分析  $\sigma$  是否具有稀疏性。设噪声雷达系统 在观测区间 [ $r_0,r_1$ ]上的距离分辨率为  $\Delta r$ , { $\sigma(i)$  |  $i \in [1,2,\dots,N]$ }为位于  $r_i$ 单元内的散射中心后向散射 系数,其中  $r_i=r_0+i\Delta r$ ,  $N=(r_1-r_0)/\Delta r+1$ 。当某个 单元 q 内没有目标时,  $\sigma(q)=0$ 。随机噪声雷达所检 测的目标为观测范围内少数具有强反射率的对象, 因此目标只占观测区域中很小的区间,  $\sigma$  中非零元 个数 K << N,因此可看作稀疏度为 K的稀疏信号, 即本身具有稀疏性。

下面分析测量矩阵 s' 是否满足 RIP 准则。当测 量矩阵具有 RIP 特性时, 它保存了所要恢复的 K稀 疏信号的欧氏长度。RIP 准则可认为是近似正交准 则, 即测量矩阵的所有 K列子集几乎正交。图 2(a) 与 2(b)分别为卷积矩阵 s<sub>(s,N)</sub> 与测量矩阵 s' 的幅值 图, 黑色区域的值为零, 两图中非零元素的分布为 明显的带状。文献[10]说明对于带状矩阵, 当维数不 是很小时其列子集近似正交, 即具有 RIP 特性。带 状矩阵两列之间的内积运算只有少部分非零元素的 贡献有效, 维数越大则有效贡献的元素比例越小, 其内积越接近于零。对于雷达系统,发射信号和反 射率向量的维数较大,使卷积矩阵维数很大。随机 抽取行后虽然使行数有所减少,但仍可认为维数较 大, 意味着所构建的测量矩阵具有 RIP 特性。

#### 3.3 实现流程

当信号具有稀疏表示,并构建适当的测量矩阵 后,需依据测量向量和测量矩阵进行信号重建。



图 2 卷积矩阵与测量矩阵幅值图

Candes 等人<sup>[5]</sup>证明了当测量矩阵满足 RIP 准则,并 且测量向量维数  $M \ge K \lg N$ 时,通过解决 $\ell_1$ 范数优 化问题可将信号以高概率重建。常用的重建算法包 凸优化方法和贪婪算法。凸优化方法通过解决一个 凸优化问题,用其极小化逼近目标函数,具体的实 现方法有多种。该文采取一种改进的迭代收缩阈值 算 法 TwIST (Two step Iterative Shrinkage/ Thresholding)<sup>[13]</sup>,它具有一定的鲁棒性,并且容易 实现。在该文的应用背景下,所提出的方法可以满 足 CS 理论的两个必须条件,所建立的 CS 整体流程 如图 3 所示,图 3(a)为算法的实现流程;图 3(b)为 算法的具体图示。

此外还需指出,文中提出的构建测量矩阵方法 基于发射信号与目标反射率函数相互作用的数学模型,因此不仅适用于随机噪声发射波形,同样适用



图 3 CS 模型实现流程

于其他波形,但系统的检测对象必需具备稀疏性才 能应用文中建立的 CS 整体框架。

## 4 实验与分析

本节通过仿真实验验证算法的有效性,系统参数如表 1 所示。发射信号为高斯分布的零均值随机 噪声信号;目标位置在规定区间内随机分布;目标 散射系数为复数并随机选取,幅度服从瑞利分布,相位服从均匀分布。仿真环境:Intel(R)Core(TM) 2 Duo CPU E7500,主频 2.93 GHz,内存 3.00 GB。

表1 仿真参数

载频	信号带宽	脉冲宽度	目标数(K)
1 GHz	$200 \mathrm{~MHz}$	$1 \ \mu s$	19

图 4 为目标重建后信号的幅度图,给出了 CS 方法与时域相关的处理结果以及准确的目标信号。 图 4(a)与 4(b)为信噪比 30 dB 时输出的幅度,抽取 比例分别为 30%与 70%。图 4(c)与 4(d)为信号噪比 10dB 时相应抽取比例下的信号幅度图。图中反映出 三方面的信息: CS 方法的处理效果优于时域相关 法,其误差和旁瓣水平均远小于时域相关法,对目 标有较强的识别能力;信噪比的降低会使 CS 方法 的重建误差增加,图 4(c)与 4(d)中有较明显的旁瓣 产生,且误差大于图 4(a)与 4(b);抽取比例的增大 会使 CS 方法的重建误差减小,信噪比 10 dB 时, 图 4(d)的处理结果较图 4(c)有明显改善,且旁瓣水 平低。

所要重建的反射率函数σ为复信号,因此 CS 方法处理后的重建结果同样为复信号,它不仅能够 恢复原信号的幅度特性,并能够有效保持其相位特 性。图 5 所示为重建信号的相位图,图 5(a)与 5(b) 分别为信噪比 30 dB 与 10 dB 时的处理结果,抽取 比例均为 30%。由于每个采样点均有相位,因此图 中只给出目标点处的取值。虽然图 5 中产生了重建





误差,但均属于较小的浮动,与传统的时域相关相比,重建误差很小,说明 CS 方法能够较准确的重建目标信号的相位。

图 6 所示为相位误差的统计曲线,统计对象为 每个采样点的相位误差,采样点数 200,重复实验 200 次,样本总体数为 4×10<sup>4</sup>。图 6(a)与 6(b)分别对 应于 CS 方法与时域相关的相位误差统计结果。图 6(a)的曲线主峰分布范围较窄,说明其误差值集中 于小范围内。信噪比降低时,图 6(a)的曲线有变低 变宽的趋势,反映了误差的增大,但误差范围仍远 小于图 6(b)。综合相位分析结果可知 CS 方法具有 良好的相位保持特性,误差值分布在较小的范围。

为了分析对 CS 算法影响较大的因素及其工程 可实现性,图 7 给出不同参考量下的重建误差曲线 与运算时间曲线,图 7(a)以信噪比为变量;图 7(b) 以抽取比例为变量;图 7(c)以稀疏度为变量。由于 信噪比对运算时间没有影响,因此图 7(a)只给出了 重建误差曲线。图 7(b)与 7(c)综合显示了重建误差 与运算时间曲线,左侧纵坐标适用于重建误差,右 侧纵坐标适用于运算时间。

图 7(a)反映出系统信噪比越高, CS 方法的重建 误差越小。信噪比达到 30 dB 时,重建误差接近于 零。图 7(b)的曲线均是在信噪比 30 dB 情况下所绘 制,该图反映出抽取比例的增加使重建误差与运算 时间均越小,这是由于抽取比例增加后可以依据更 多的已知信息去重建原始信号,从而减小误差提高 处理效率,但增加了数据量。图 7(c)为理想情况下 (SNR=∞)所检测目标数不同时的曲线,即以信号 稀疏度为变化量。当目标数增加时(稀疏度变大), CS 方法的重建误差变大,并从某一点开始急剧增



图 7 不同参考量下的重建误差与运算曲线

加。式(5)为稀疏度与测量向量维数的约束条件,当 稀疏度增加到一定程度时,二者所满足的关系不再 成立,从而造成大的误差甚至信号无法重建。目标 数增加(稀疏度变大)时运算时间也相应增加,由于 检测目标数的增加直接导致重建信息的增大,因此 必然造成计算量的增大。此外,图7的运算时间曲 线可综合反映出信号重建过程可以较快完成,具有 工程可实现性。

# 5 结束语

本文以压缩感知理论为基础,建立了适用于随 机噪声雷达目标检测的 CS 框架,以噪声雷达检测 范围内的目标具有稀疏性为基础,通过先构建卷积 矩阵再进行随机抽取行的方法构建测量矩阵,并选 择凸优化方法进行目标重建。该方法可以减轻雷达 系统的硬件处理任务,减小系统的数据量,将更多 的运算转入到后期处理。

CS 算法能够有效地重建目标,重建误差远小于 传统时域相关法的输出误差,并能够有效抑制旁瓣、 提高分辨率;同时,可以有效保持原信号的相位特 性。该算法的重建误差受到信噪比、抽取比例和稀 疏度的影响。信噪比的降低、抽取比例的减小或者 稀疏度的增加都会造成重建误差的增大,因此在实 际应用时要根据具体情况综合考虑这些因素。此外, 该方法能够快速完成信号重建,具有工程可实现性。 由于稀疏度和测量向量维数的限制关系,应对稀疏 度进行大致估计,这需要做进一步研究从而提高算 法的可靠性。

### 参 考 文 献

- Liu Guo-sui, Gu Hong, and Su Wei-min. The development of random signal radar [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(3): 770–777.
- [2] Tarchi D, Lukin K, Fortuny-Guasch J, et al. SAR imaging with noise radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1214–1225.
- [3] Narayanan R M, Xu X, and Henning J A. Radar penetration imaging using ultra-wideband (UWB) random noise waveforms[J]. *IEE Proceedings-Radar Sonar and Navigation*, 2004, 151(3): 143–148.
- [4] Lai C P and Narayanan R M. Ultrawideband random noise radar design for through-wall surveillance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010,

46(4): 1716-1730.

- [5] Candes E J, Romberg J, and Tao T R. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [6] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- Baraniuk R and Steeghs P. Compressive radar imaging[C].
  IEEE Proceeding of International Conference on Radar, Boston, 2007: 128–133.
- [8] Xu Jian-ping and Pi Yi-ming. Compressive sensing in radar high resolution range imaging [J]. Journal of Computational Information Systems, 2011, 7: 778–785.
- Hermean M A and Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275–2284.
- [10] Alonso M T, Lopez-Dekker P, and Mallorqui J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010,

48(12): 4285-4295.

- [11] Varshney K, Cetin M, Fisher J, et al. Sparse representation in structured dictionaries with application to synthetic aperture radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3548–3561.
- [12] Candes E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Academic des Sciences, 2008, I(346): 589–592.
- [13] Bioucas-Dias J M and Figueiredo M A T. A new TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(12): 2992–3004.
- 武 昕: 女, 1986 年生, 博士生, 研究方向为随机噪声雷达及噪 声 SAR 信号处理.
- 王岩飞: 男,1963年生,研究员,博士生导师,研究方向为微波 成像雷达系统及其理论、数字信号处理等.
- 刘 畅: 男, 1978 年生, 副研究员, 研究方向为 SAR 成像理论 及其信号处理等.