# 基于频域最小二乘 APES 的非均匀多基线 SAR 层析成像算法

张福博\* 刘 梅

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所 哈尔滨 150001)

**摘 要:**基于非均匀立体构型多基线 SAR 的层析成像主要存在两个难题,一是混合基线引起的二次相位误差问题, 二是非均匀基线引起的散焦问题。针对二次相位误差问题,该文首次分析并推导了多基线 SAR 各方向基线对不同 位置散射点干涉相位的影响,并根据它们结构的不同,分别采用相位补偿和变量代换技术进行了修正;针对非均匀 基线引起的散焦问题,该文提出了基于信噪比加权的频域最小二乘幅度相位估计(Amplitude and Phase EStimation, APES)算法,实现了非均匀基线情况下的高度维聚焦。仿真数据和 ALOS 星载 SAR 实测数据的实验结果验证了该 文算法的有效性。

关键词:多基线 SAR; 层析; 非均匀基线; 混合基线; 聚焦
 中图分类号: TN957.52
 文献标识码: A
 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01184

文章编号: 1009-5896(2012)07-1568-06

# Uneven Multi-baseline SAR Tomography Base on Frequency Domain Least Squares Amplitude and Phase Estimation (APES)

Zhang Fu-bo Liu Mei

(Research Institute of Electronic Engineering Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: There are two problems in three-dimensional architecture multi-baseline SAR tomography, the hybrid baseline and the non-uniform baseline. To solve the hybrid baseline problem, this article analyzes and deduces the formula to calculate the impact of hybrid baseline on interferometric phase differences between different scatters for the first time. According to their structures, different compensatory approaches are adopted. For the non-uniform baseline problem, a new method named frequency domain least squares Amplitude and Phase EStimation (APES) is proposed, realizing focusing in the height direction with non-uniform data. The results of simulations and the ALOS data prove the effectiveness of the proposed method.

Key words: Multi-baseline SAR; Tomography; Uneven baseline; Hybrid baseline; Focusing

## 1 引言

多 基线 层 析 SAR(Tomographic Synthetic Aperture Radar)是单基线 InSAR 技术的延伸,通过在垂直于视线方向上依次增加多个基线,在层析向上形成一个大孔径,具有高度向几何分辨率,从而实现目标高精度 3 维成像<sup>[1,2]</sup>。然而,由于受到轨道动力学和相对摄动的影响,要保持多颗卫星之间拥有恒定的基线,需要消耗大量的能源,实际多基线 SAR 系统中,各个卫星之间的基线大小和方向是不断变化的,通常都是非均匀的<sup>[3]</sup>,因此研究基于非均匀空间立体阵的 SAR 层析成像技术有重要的意义。

近年来,国内外很多单位逐步重视层析 SAR 技术,但获得的研究成果基本都是基于均匀或非均匀

线阵的层析成像<sup>[1,4,5]</sup>,没有考虑到混合基线对地面不同位置散射点干涉相位的影响。本文首次推导了多基线 SAR 各方向基线分量对不同散射点的干涉相位影响的表达式,并根据它们的结构,给出了相应的补偿方法。多基线 SAR 层析中的另一个重要问题是基线少,而且不均匀,目前存在的一些处理方法聚焦效果不理想<sup>[5,6]</sup>。本文提出了一种基于信噪比加权的频域最小二乘幅度相位估计(APES)算法,将其应用于层析成像,得到了良好的聚焦效果。实验结果验证了本文算法的有效性和正确性。

### 2 多基线 SAR 干涉相位分析

非均匀空间立体构型多基线 SAR 层析成像原 理如图 1 所示,多颗卫星从不同角度对同一地区录 取数据,通过层析获得 3 维图像。在成像处理过程 中,需要对各幅图像进行相位校准,以保证它们之 间的单频特性<sup>[6]</sup>。由于受到各种条件的限制,此处的 校准相位只能从回波信号中估计,然而地面上不同

<sup>2011-11-14</sup> 收到, 2012-03-26 改回 \*通信作者:张福博 zhangfubo8866@126.com



图 1 多基线 SAR 层析技术示意图

散射点回波信号的二次相位之间存在差异,校准过 程需要将图像分成很多区域分别进行,这一方面使 得计算量剧增,另一方面又使相位估计结果更容易 受到噪声的干扰。要避免上述问题,统一地进行相 位校准,就需要校正它们之间二次项的差异。

图 1 中,多颗卫星之间是非均匀的立体构型,r 和 s 分别表示视距方向和垂直于视距的仰角方向, 它们在 yoz 平面内。将 xyz 坐标系转化为 xrs 坐标系, 如图 2 所示,图中表示出了两颗卫星 S<sub>1</sub>,S<sub>2</sub>的基线 关系,和地面上两个散射点 P, P'之间的位置关系。 a,b,c 分别表示两颗卫星基线 B 的方位向,俯仰向, 视距向的分量,l,h 表示两个散射点在视距向和俯仰 向的距离,R<sub>c</sub>为参考斜距。



图 2 卫星基线和地面散射点关系示意图

设多基线星载 SAR 系统工作模式为一发多收, 主星 S<sub>1</sub>发射并接收信号,其它卫星只接收信号。在 层析成像之前,对各个 SAR 的图像数据进行相位校 准,假设校准是对 P 点所在区域进行的,则校准之 后卫星 S<sub>1</sub>和 S<sub>2</sub>对 P' 点剩余干涉相位为

$$\begin{split} \Delta \phi_{P'} &= \phi_{P'} - \phi_P \\ &= \left\{ 2\pi \left( \sqrt{(R_c - c + l)^2 + (b - h)^2 + a^2} \right. \\ &- \sqrt{(R_c - c)^2 + b^2 + a^2} \\ &- \sqrt{(R_c + l)^2 + h^2} + R_c \right) \right\} / \lambda \end{split}$$
(1)

令  $f(a,b,c) = \Delta \phi_{P'} \times \lambda/2/\pi$ ,该函数是影响高度 维聚焦的重要因素,需要进行补偿。由式(1)中可以 看到,剩余干涉相位主要受到变量 a,b,c和参量 l,h的影响,为了便于补偿和分析,将 f 函数对变量 a,b,c作麦克劳林展开,精确到二次项,得到

$$f(a,b,c) \approx f(0,0,0) - \frac{h}{R_c + l}b + \frac{h^2}{2(R_c + l)^2}c - \frac{l}{2R_c^2}a^2 - \frac{l}{2(R_c + l)^2}b^2 + \frac{h^2}{2(R_c + l)^3}c^2 - \frac{h}{(R_c + l)^2}bc$$
(2)

由式(2)中可以看到,系数最大的一项为 b 的一 次项,它和基线长度和目标高度成正比,是层析成 像所用的线性相位项,其他项对层析效果有影响需 要消除。

在干涉相位二次项补偿过程中,视距方向的变化 *l* 可以直接由 2 维图像中得到,它引入的二次相位可以直接进行相位补偿,但是仰角方向的变化 *h* 是不能从 2 维图像中得到的,需要采用如下方式进行补偿。取出式(2)中关于 *h* 的函数项,表示为 *g*(*h*),

且由于
$$h \ll b \ll R_c$$
,式(2)中 $\frac{h^2}{2(R_c+l)^2}c \ll$ 

 $\frac{h}{(R_c+l)^2}bc, \frac{h^2}{2(R_c+l)^3}c^2 \ll \frac{h}{(R_c+l)^2}bc$ ,故g(h)可近 似表示为

$$g(h) \approx -\frac{h}{R_c + l}b - \frac{h}{(R_c + l)^2}bc$$
$$= -\frac{h}{R_c + l}\left(b + \frac{bc}{R_c + l}\right) = -\frac{h}{R_c + l}b',$$
$$b' = b + \frac{bc}{R_c + l}$$
(3)

将 b 代换为b',可见所得关系式中函数 g 与 h, b' 成正比,将其代入 f 函数中得到

$$f(a,b,c) \approx f(0,0,0) - \frac{h}{R_c + l}b' - \frac{l}{2R_c^2}a^2 - \frac{l}{2(R_c + l)^2}b^2,$$
  
$$b' = b + \frac{bc}{R_c + l}$$
(4)

上述过程考虑到了空间混合基线对干涉相位的 影响,在实际层析处理中,空间视角的去相关问题 也要考虑,因此需要在高程成像之前对每幅图像进 行预滤波<sup>[7,8]</sup>,预滤波过程中同样会引入干涉相位的 二次项,如图3所示。

图 3 中表示了 S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>3 个 SAR 的回波距离向频谱的频率相位关系,图中两个小点之间的线段表示预滤波截取的频谱部分,黑点 O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>表示截取频谱的相位中心,可以看到, O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>3 个点是



图 3 预滤波引入干涉相位二次项示意图

不共线的,即截取之后3个 SAR 信号的相位中心之间不再是线性关系,它们之间存在二次项。根据图2中卫星和地面散射点位置关系,得到去相关引起的 *S*<sub>1</sub>, *S*<sub>2</sub>两星对 *P'*点的干涉相位为 *\(\phi\_{co}\)* 

$$= -\frac{l\cos(\Delta\theta/2)\cos(\Delta\varphi/2) + h\sin(\Delta\theta/2)\cos(\Delta\varphi/2)}{c/f_s/2} \times \frac{2\pi}{N} \times \frac{(\Delta\theta/2)f_c}{\tan\theta} \times \frac{N_r}{f}$$
(5)

其中 $\theta$ 为下视角,  $f_s$ 为距离向采样率,  $N_r$ 为距离向 采样点数,  $\Delta \theta = b/R_c$ ,  $\Delta \varphi = a/R_c$ 。化简式(5)可 以得到

$$\phi_{co} = -\frac{2\pi l}{\lambda R_c \tan \theta} b - \frac{\pi h}{\lambda R_c^2 \tan \theta} b^2 \tag{6}$$

式(6)中第1项与*l*成正比,具体体现为平地效应,第2项是去相关引入的二次相位项,它是仰角方向的位移 *h*引入的二次相位,需要采用变量代换方式进行处理,代换的关系式为

$$b'' = b' + \frac{1}{2R_c \tan \theta} b^2 = b + \frac{bc}{R_c + l} + \frac{1}{2R_c \tan \theta} b^2(7)$$

经过上述补偿之后,地面上不同位置散射点的 干涉相位二次项的差异得到了消除,从而可以统一 进行相位校准,进一步实现3维聚焦成像。

# 3 基于信噪比加权的频域最小二乘 APES 算法

非均匀基线下高度维聚焦问题是多基线 SAR 层析成像研究中的一个难题,近年来,解决该问题 的主要算法有非均匀快速傅里叶变换(NUFFT),插 值方法等<sup>[9,10]</sup>,但是这些算法对多个信号分量的区分 程度不是很高,有的文章采用 MUSIC 算法进行频 谱估计,但不能得到信号分量的幅度信息<sup>[11]</sup>。借鉴 最小二乘复频域法的思想<sup>[12]</sup>,本文提出了一种基于 信噪比加权的频域最小二乘 APES 方法进行高度维 聚焦,获得了较好的效果。

最小二乘复频域法目标是构造频响函数, 拟合 过程采用"矩阵分式"模型, 如式(8)所示。

$$H(w) = \frac{\sum_{r=0}^{p} Z^r \beta_r}{\sum_{r=0}^{p} Z^r \alpha_r}, \quad Z = e^{-jw\Delta t}$$
(8)

其中 $\Delta t$ 为时域采样的时间间隔, p为数学模型设定 阶次。对于任意频率 $w_k$ ,由实测的频响函数 $\overline{H}(w_k)$ 列 出方程式(8),当频率点数足够多时,便可通过最小 二乘估计求得待定分子和分母矩阵多项式系数  $\alpha_r, \beta_r$ 。

以上是最小二乘复频域法的主要思想,借鉴上 述思想,在非均匀采样的情况下,我们构造一个系 统,该系统输入为非均匀采样信号,输出为该信号 对应的频谱,即系统实现非均匀采样谱估计功能。 然后在任一频率点上,构造一个非均匀采样单频信 号和其相应的期望输出,当频率点数足够多的时候, 就可以利用最小二乘方法求出该系统的转移矩阵 W,之后利用该系统即可进行非均匀采样的谱估计。

为了减小上述构造的误差,加强系统的稳定性, 一般需要采用较多的频率点进行构造,并且将相应 均匀采样信号的 FFT 频谱作为期望输出。另外由非 均匀采样信号重构理论可知,相同时间长度和相同 采样点数的非均匀采样和均匀采样相比,非均匀采 样能够重构的信号带宽比均匀采样窄,因此可以选 择非均匀采样能够重构的频谱区间,赋予较大的权 值,对于非均匀采样不能重构的频谱区间,赋予较 小的权值,两权值之间的比例和信噪比有关。

设定非均匀采样时刻为 $t_{nu} = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T$ ,对 应采样值为 $s_{nu} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ ,算法主要步骤如下:

(1)选取非均匀采样的第一点和最后一点,将其 作为均匀采样的起始点和终结点,求取均匀采样的 其他采样时刻;

(2)对于每一频率,构造一个均匀采样的单频信 号和一个非均匀采样的单频信号,赋予一定的权值 (非均匀采样能够重构的频率权值为 1,非均匀采样 不能重构的频率权值为 10<sup>-SNR/20</sup>,然后将非均匀采样 样的单频信号存入非均匀采样矩阵 *S<sub>nu</sub>*,作为一列, 将均匀采样单频信号作 FFT,存入均匀采样矩阵 *S<sub>u</sub>* 中,作为一列;

(3)利用最小二乘方法求取非均匀采样信号的 傅里叶变换因子矩阵 $W_{nu} = S_u \cdot S_{nu}^+$ ,其中 $S_{nu}^+$ 为 $S_{nu}$ 的 penrose 广义逆;

(4)计算真实非均匀采样信号的傅里叶变换  $f_{nu} = W_{nu} \cdot s_{nu}$ ;

(5)对 *f<sub>nu</sub>* 作 IFFT,得到均匀采样的信号,然后利用 APES 算法进行信号的频谱分析。

上述过程(2)中,理论上需要对每个频率进行构造,但实际中的频率分量是无限的,不可能全部构

造,只需每隔 f<sub>s</sub> / N / M 进行一次构造即可, M 一般 取 4-8,即可以在不明显增大计算量的情况下获得 比较好的聚焦效果。

## 4 仿真结果

首先利用仿真实验验证频域最小二乘 APES 算 法处理非均匀采样信号谱估计问题的优越性。设定



采样点数 64 点,平均采样间隔为 1 s,仿真一个 4 频率分量信号,频率分别为-0.13 Hz,-0.17 Hz, -0.235 Hz,-0.26 Hz,利用本文方法进行频谱估计, 并和 APES,拉格朗日插值+APES 方法,NUFFT 方法比较得到结果如图 4 所示。

由图 4(a)中可以看到, APES 算法所得频谱估



图 4 本文算法和其他非均匀采样信号频谱估计算法比较

计结果副瓣非常高,而且多个频率分量之间区分度 不高;拉格朗日插值+APES 算法有比较低的副瓣, 但是它对多分量之间区分度不高,而且容易产生虚 假的频率分量;由图 4(b)中可以看到,NUFFT 方 法估计结果副瓣很高,主瓣较宽;利用 NUFFT 思 想插值成均匀信号,再用 APES 算法估计性能比 NUFFT 好,但效果仍不理想;本文算法有比较低 的副瓣,而且频率分量区分度很高。以上结果是因 为拉格朗日插值方法使信号变得平滑,很容易产生 低频的伪峰,而 NUFFT 还属于经典谱估计的范畴, 未突破瑞利限,NUFFT 插值+APES 未从根本上成 功解决非均匀问题,本文算法充分考虑了采样的非 均匀性,并采取了较好的稳定机制,是一种有效的 非均匀采样频谱估计算法。

利用仿真星载 SAR 数据验证本文算法有效性。 SAR 系统的参数如表 1 所示,共有 10 颗卫星进行 数据采集,工作模式为一发多收,相邻卫星之间基 线在(200 m, 1000 m)内随机变动,它们之间为非均 匀立体构型,如图 5 所示。

设定地面场景为3个阶梯,高度分别为-6m,0, 6m,仿真产生非均匀空间立体构型多基线SAR回 波数据,设定信噪比为10dB。利用所得回波进行 层析成像,确定某一方位向位置,所得场景沿距离 向和高度向的层析结果如图6所示。

由图 6(a)中可以明显看到, FFT 算法主瓣较宽,

分辨率不高; 由图 6(b)中可见, 不处理非均匀情况 下,聚焦效果很差; 由图 6(c)中可见, 不考虑二次 项补偿情况下, 散焦较大, 而且散射点距离中心越 远, 散焦情况越严重, 和本文中推导的公式是对应



图 5 仿真实验中卫星分布情况图

表1 星载 SAR 仿真参数

波长	$0.03 \mathrm{~m}$
采样率	$55 \mathrm{~MHz}$
PRF	3200 Hz
卫星速度	$7000~{\rm ms}^{-1}$
脉冲宽度	$16\mu s$
信号带宽	$50 \mathrm{~MHz}$
参考斜距	800 km
下视角	$60~^\circ$



图 6 仿真场景层析成像结果及对比图

的;本文算法考虑到了上述影响因素,能够达到良 好的聚焦效果,是一种有效的 SAR 层析成像方法。

利用 ALOS 星载 SAR 数据进行本文算法的验证。采用的数据为 2007 年 7 月至 2008 年 11 月之间 共 3 次航过的回波,最小基线长度为 275 m,最大 为 1654 m。本文实验场景为某地入海口处,区域内 有工业区,河流和桥梁,该区域的 Google 地图如图 7 所示,对应的 SAR 2 维成像结果如图 8 所示。利 用谱分析方法估计信噪比,再用本文算法进行 3 维 成像,所得成像结果如图 9(a)所示,检测出的层叠 区域如图 9(b)所示(白色区域为层叠区域)。

对比图 7,图 8 和图 9,可以看到,工业区的 SAR 图像比较亮,对应的层析成像结果噪声小;河 流区域的 SAR 图像较暗,信噪比相对较低,层析结 果中噪声较大,呈现比较大的起伏。由图 9 中可以 看到,河流区域海拔较低,桥梁高度略高于平地, 并且桥梁所在位置层叠效应比较明显,其他层叠比



较明显的区域为工业区,这和实际情况是相符的, 验证了本文成像结果的正确性和成像算法的有效 性。

由 Google 地图中可以看到,场景中有两座桥, 在它们所在位置沿距离向进行切片(如图 8 中白色虚 线所示,由左至右依次编号为 1, 2),所得到的层析 成像切片结果如图 10。由图中可以明显看到高亮度 的工业区和地势较高的桥梁和山坡,并估计它们的 高度,图像中有些距离单元内在不同高度向有多个 散射点,在图像中可以明显区分这些点。图像聚焦 效果和分辨性能优良。

### 5 结论

针对层析成像中非均匀基线问题,本文提出了 一种基于信噪比加权的频域最小二乘算法,与现阶 段普遍采用的 NUFFT、插值等算法相比,该算法 能够得到更好的聚焦效果,有利于相邻目标的区分。 针对混合基线问题,本文推导了不同方向基线对不







同散射点之间干涉相位差异的表达式,并根据它们 结构的不同,分别采用了相位补偿和变量代换的方 法进行了补偿,最后得到了良好的聚焦效果。仿真 实验和真实数据处理结果表明,本文算法能够较好 地处理非均匀空间立体阵构型下的多基线 SAR 层 析成像问题。

#### 参考文献

- 王彦平,王斌,洪文,等.长序列星载合成孔径雷达数据层析 处理技术[J]. 测试技术学报, 2008, 22(6): 471-477.
   Wang Yan-ping, Wang Bin, Hong Wen, et al. Tomography processing technique using long-term spaceborne SAR data[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2008, 22(6): 471-477.
- [2] 王斌, 王彦平, 洪文, 等. 基于 MAPES 的非均匀多基线 SAR 三维成像算法[J]. 测试技术学报, 2010, 24(3): 240-247.
  Wang Bin, Wang Yan-ping, Hong Wen, et al. MAPES algorith for uneven multi-baseline SAR 3D imaging[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2010, 24(3): 240-247.
- [3] 林来兴. 分布式小卫星系统的技术发展与应用前景[J]. 航天器工程, 2010, 19(1): 60-66.
   Lin Lai-xing. Technological development and application prospects of distributed small satellite system[J]. Spacecraft Engineering, 2010, 19(1): 60-66.
- [4] 龙泓琳. 层析 SAR 三维成像算法研究[D]. [硕士论文], 电子科 技大学, 2007.
  Long Hong-lin. Research on tomography SAR 3D imaging[D].
  [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2007.
- [5] 张红, 江凯, 王超, 等. SAR 层析技术的研究与应用[J]. 遥感 技术与应用, 2010, 25(2): 282-287.

Zhang Hong, Jiang Kai, Wang Chao, *et al.*. The current status of SAR tomography[J]. *Remote Sensing Technology and Application*, 2010, 25(2): 282–287.

- [6] Budillon A, Evangelista A, and Schirinzi G. Threedimensional SAR focusing from multipass signals using compressive sampling[J]. *IEEE Transactions on Geoscience* and Remote Sensing, 2011, 49(1): 488–499.
- [7] Cumming L G, Wong F H 著, 洪文, 胡东辉, 等译. 合成孔径 雷达成像—算法与实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007: 154-190.
- [8] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版 社, 2008: 290-297.
- [9] Dutt A and Rokhlin V. Fast Fourier transforms for nonequispaced data[J]. SIAM Journal Science Computering, 1993, 14(6): 1368–1393.
- [10] 初仁辛, 孙圣和. 非均匀采样信号理论及其发展[J]. 电子科技导报, 1997, 97(7): 2-4.
  Chu Ren-xin and Sun Sheng-he. Theory and development of non-uniform sampled signals[J]. *Electronic Technology Herald*, 1997, 97(7): 2-4.
- [11] Lombardini F, Robing L, Endar J, et al. Towards a complete processing chain of multi-baseline airborne InSAR data for layover scatterers separation[C]. Urban Remote Sensing Joint Event, Paris, France, April 11–13, 2007: 1–6.
- [12] 何辉. 多参考最小二乘复频域法在飞行器模态参数识别中的应用[J]. 航空兵器, 2010, 12(6): 7-11.
  He Hui. Applications of the polymax method in aerocrafts modal parameter estimation[J]. Aero Weaponry, 2010, 12(6): 7-11.
- 张福博: 男,1988年生,硕士生,研究方向为合成孔径雷达信号 处理.
- 刘 梅: 女, 1964年生, 教授, 研究方向为阵列信号处理.