2011 年 6 月 运 筹 学 学 报 第 15 卷 第 2 期
June, 2011 Operations Research Transactions Vol.15 No.2

一类非光滑分布参数系统的可辨识性及最优性条件 *

白乙拉 [1†] 吕 巍 [2]

摘要 变压器温度场参数辨识问题是一种分片光滑的分布参数辨识问题，以流速为辨识参数，针对传质传热的一类分布参数系统参数辨识问题，证明了系统最优参数的存在性和控制参数为最优的必要条件，为变压器温度场的数值模拟研究提供了理论基础.

关键词 非光滑分布参数系统，参数辨识，最优性条件

中图分类号 O231.4

数学分类号 93B30, 93E12

Identification for A Non-Smooth Distributed Parameter System and Its Optimality Conditions

BAI Yila[1†] LÜ Wei[2]

Abstract The parameter identification problem of the temperature field of the transformer is a piecewise smooth identification problem. Taking the flow velocity as the identification parameter, consider a parameter identification problem of temperature field of the transformer, prove the existence of the optimal parameter and the necessary optimality conditions, and present a theoretical basis for the numerical simulation of temperature field of transformers.

Keywords non-smooth distributed parameter system, parameter identification, optimality conditions

Chinese Library Classification O231.4

2010 Mathematics Subject Classification 93B30, 93E12

0 引 言

温升控制是变压器安全可靠运行的保证，也是变压器使用寿命、耐老化等问题研究的基础. 因为变压器绕组绝缘的耐热寿命、绝缘寿命等是由绕组最热点温度及持续时间决定的，所以变压器设计中必须进行变压器的温升计算. 到目前为止变压器温升计算一般是根据多年的实际经验和一些实验研究结果给出，存在着设计周期长、试验

收稿日期： 2011 年 1 月 26 日.

* 基金项目：国家自然科学基金 (10671126,40806075)，辽宁省自然科学基金 (20102003).

1. 渤海大学数理学院，辽宁锦州 121000; Department of Mathematics, Bohai University, Jinzhou Liaoning 121000, China

2. 上海大学理学院数学系，上海 200444; Department of Mathematics, Shanghai University, Shanghai 200444, China

† 通讯作者 Corresponding author

结果不能反映热点温升，难于确定最热点等一系列问题. 因此对变压器温度场，从传热学理论出发进行数值模拟具有重要的实际意义.

已有关于变压器温度场计算的文献，主要集中于干式变压器的温升计算 [1−3]. 对于油浸变压器的温度场计算，往往只考虑流场，或只考虑流场和绕组，或只考虑绕组和铁芯等简单模型 [4−5]；丛龙飞等 [6−7] 关于油浸风冷三相变压器的三维非稳态温度场的计算，全面考虑了大型变压器的流场、绕组和铁芯诸介质的传质传热问题，为充分利用变压器结构件的局部光滑性，采用重叠区域分解法克服变压器温度场本身的非光滑性，建立铁芯与油区域的直角坐标系下的温度场方程和各线圈区域柱坐标下的温度场方程以及各界面之间的界面条件，建立了以流速为辨识参数的分布参数系统参数辨识模型. 近年来，分布参数系统辨识研究取得了一系列的研究成果 [8−13], 该方法成功应用于油气勘探、淬火炉、极地海冰、多孔介质传热等温度场热力学参数的辨识领域.

本文针对油浸风冷式三相变压器的三维非稳态温度场的参数辨识和数值模拟问题，在文献 [6 − 7] 所建立的变压器温度场计算模型以及优化算法的基础上，对此多区域耦合的分片光滑分布参数系统参数辨识问题，证明其最优参数的存在性和控制参数为最优的必要性条件.

1 变压器三维温度场参数辨识模型

在文献 [6-7] 中，根据变压器结构对称的形状特点，在变压器温度场整个计算区域上建立了两种坐标体系：直角坐标系和柱坐标系，总坐标系为直角坐标系. 将变压器温度场的计算区域分成：①包括铁芯、上下铁轭和绕组外的油在内的直角坐标区域用 Ω 表示， Γ_Ω 表示区域 Ω 的外边界. ②包括绕组及绕组内的油道在内的柱坐标区域 $M=M_B\cup M_C$，其中 M_B, M_C 分别表示 B 、C 相绕组，$\Gamma_{M\Omega}=\Omega\cap M$ 表示 M 与 Ω 交界的重叠区域， $\Gamma_M=\partial M\backslash\Gamma_{M\Omega}$ 为 M 的外边界. 常数 L 表示达到稳态所需的时间，令 $\Sigma=M\cup\Omega$， $Q=\Sigma\times(0,L)$，变压器结构横截面和纵截面图详见文献 [6] 的图 1 和图 2. 从而，变压器温度场计算是多区域耦合问题，采用区域分解法求解. 柱坐标区域中的 z 坐标与直角坐标相同，重叠区域内坐标变换时只需对水平坐标进行变换。给出了直角坐标和柱坐标系下的变压器三维温度场的系统方程及其内、外边界条件和初值条件.

为讨论变压器三维温度场分布参数系统的可辨识性及其最优性条件，依油浸风冷三相变压器运行的实际情况，可作如下假设：

H1: 函数 $c_p(x,y,z)$, $k_x(x,y,z)$， $k_y(x,y,z)$， $k_z(x,y,z)$， $q_1(x,y,z)$, $q_2(x,y,z)\in PC(\Omega;R)$ 及 $c_p(r,\phi,z)$， $k_r(r,\phi,z), \psi' k_z(r,\phi,z), q_3(r,\phi,z), k_4(r,\phi,z)\in PC(M;R)$ 为已知分片连续的函数.

H2：$T_0\in C(Q;R)$ 为已知的函数; 其中 $c_p(x,y,z)$ 为比热与密度的乘积; $u_x(x,y,z,t)$, $u_y(x,y,z,t)$, $u_z(x,y,z,t)$ 分别为 x,y,z 方向油的流速； $k_x(x,y,z)$, $k_y(x,y,z)$, $k_z(x,y,z)$

分别为 x, y, z 方向导热系数； $f(x,y,z,t)$ 为发热项； $q_1(x,y,z)$, $q_2(x,y,z)$ 为已知分段连续函数； $T_M(x,y,z,t)$ 为 t 时刻重迭区域 $\Gamma_{M\Omega}$ 内柱坐标下的温度； $T_0(x,y,z,t)$ 为外界温度.

变压器三维温度场系统方程采用直角坐标方程和柱坐标方程，只是数值求解时为便于计算而对系统定量描述所采用的不同方法，实质上柱坐标方程完全可以通过坐标变换转化为直角坐标方程. 为描述方便，用直角坐标系下的系统方程统一描述整个温度场系统 (限于篇幅，系统方程参看文献 [6-7]), 用下标 1,2,3 分别表示 x, y, z 三个坐标方向. 由于变压器由铁芯、绕组、油等若干结构件构成，其中的各部分结构件都是由不同物质组成，而系统方程中的参数 c_p, u_1, u_2, u_3, k_1, k_2, k_3 等都是变压器结构件物质的物理参数，它们分别是结构件物质的比热与密度之积、油区油的流速和导热系数. 对于变压器上下铁轭、铁芯、绕组 (铜质) 及变压器油等物质，其比热、密度、导热系数等热物理参数，虽与其介质本身的温度有关，但在温度变化范围不大的条件下可以近似为常数。但铁芯、绕组、变压器油三种介质的导热系数、比热、密度等差异很大，因此系统方程的系数 c_p, u_1, u_2, u_3, k_1, k_2, k_3 在相同介质内充分光滑，在不同介质的交接处是间断的，从而变压器三维温度场系统方程是一个分片光滑、多区域耦合、重叠区域边界的抛物型偏微分方程定解问题.

为讨论上述非光滑分布参数系统参数辨识问题的可辨识性和最优性条件，定义如下函数空间：

$$\begin{aligned} &H = L^2(\textstyle\sum), \\ &V = \left\{ T \in H^1(\textstyle\sum) \,\middle|\, T_{\Gamma_{M\Omega}} = 0, \quad \left(a\frac{\partial T}{\partial n} + bT \right)_{\Gamma_\Omega \cap \Gamma_M} = 0 \right\}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

并引入如下的范数和内积：

$$\|u\|_{k,p,\Sigma} = \left(\sum_{|a| \leqslant k} \|D^a u\|^p_{L^P(\Sigma)} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad u \in V,$$

$$\langle u, \upsilon \rangle_{k,\Sigma} = \int\limits_{\Sigma} \sum_{|a| \leqslant k} D^a u D^a \upsilon \mathrm{d}x, \quad u, \upsilon \in V,$$

则 H 和 V 构成可分的 Hilbert 空间.

设 V 是由 (1.1) 式定义的 Hilbert 空间，对 $\forall\, T \in V$ ，引入微分算子：

$$A(t,u)T = -\frac{1}{c_p} \nabla \cdot (k \nabla T) + u \nabla T, \tag{1.2}$$

可将变压器三维温度场系统方程写成如下形式的定解问题：

$$\frac{\partial T}{\partial t} + A(t,u)T = h(x,t), \qquad (x,t) \in Q \tag{1.3}$$

$$a(x,t)\frac{\partial T}{\partial n} + b(x,t)(T - T_0(x,t)) = 0, \quad (x,t) \in \Gamma \times [0, L] \tag{1.4}$$

$$T(x,t) = T_M(x,t), \qquad (x,t) \in \Gamma_{M\Omega} \times [0,\mathrm{L}] \tag{1.5}$$

$$T(x,t)|_{t=0} = T_0(x,0), \qquad x \in \Sigma \tag{1.6}$$

其中

$$h(x,t)=\begin{cases} f(x,t)/c_p(x), & (x,t)\in\Omega\backslash(M\cap\Omega)\times(0,L),\\ F(x,t)/c_p(x), & (x,t)\in M\backslash(M\cap\Omega)\times(0,L),\\ 0, & (x,t)\in(M\cap\Omega)\times(0,L).\end{cases}\quad \Gamma=\begin{cases}\Gamma_\Omega, & (x,t)\in\Omega\times(0,L),\\ \Gamma_M, & (x,t)\in M\times(0,L).\end{cases}$$

$$a(x,t)=\begin{cases} q_1(x,t), & (x,t)\in\Omega\times(0,L),\\ q_3(x,t), & (x,t)\in M\times(0,L).\end{cases}\qquad b(x,t)=\begin{cases} q_2(x,t), & (x,t)\in\Omega\times(0,L),\\ q_4(x,t), & (x,t)\in M\times(0,L).\end{cases}$$

这里 $(x,t)=(x,y,z,t)$, $f(x,t)$ 是铁芯的热源函数， $F(x,t)$ 是绕组的热源函数．当 $(x,t)\in(M\cap\Omega)\times(0,L)$ 时，定义 $h(x,t)=0$, 这是由于直角坐标区域 Ω 和极坐标区域 M 的重叠部分是变压器油区，没有发热源．在文 [6] 中的条件 (3a)-(3c) 下，可以证明系统 (1.3)-(1.6) 存在惟一弱解．本文均假设变压器三维温度场系统方程满足文献 [6] 中的条件 (3a)-(3c).

以变压器油的流场分布函数作为控制变量建立参数辨识的最优控制模型，对变压器温度场进行求解。流场分布函数控制允许集为：

$$U_{ad}=\{u=(u_1,u_2,u_3)\in PC(Q;R^3)\,|0\leqslant u_i\,(x,t)\leqslant K, i=1,2,3;(x,t)\in Q\} \tag{1.7}$$

其中 $K>0$ 为给定常数．显然， U_{ad} 是 $PC(Q;R^3)$ 的有界紧子集.

根据实验数据及经验公式可以拟合得到变压器温度场的温度近似分布函数 $T_L(x,t)\in L^2(\Sigma\times(0,L))$, 因此可定义参数辨识模型的性能指标泛函如下：

$$J(T,u)=J(u)=\int_0^L\!\!\int_\Sigma (T(x,t;u)-T_L(x,t))^2\mathrm{d}\Sigma\mathrm{d}t, \tag{1.8}$$

其中 $(x,t)\in Q, u\in U_{ad}$. 这样，以 $J(u)$ 为性能指标，辨识变压器流场分布函数 $u\in U_{ad}$ 的参数辨识模型为：

$$(\mathrm{P1}):\qquad \begin{array}{rl} \min & J(u)=J(T(x,t;u))\\ \mathrm{s.t.} & T(x,t;u)\in S,(x,t)\in Q\\ & u\in U_{ad}\end{array}$$

其中$S=\{T=T(x,t;u)\in L^2(Q,U_{ad};R)\big|T(x,t;u)$是系统$(1.3)-(1.6)$对应于$u\in U_{ad}$的弱解$\}$.

由偏微分方程理论可知，系统 (1.3)-(1.6) 的解函数 $T(x,t;u)$ 连续依赖于控制参量 u, 对任意 $u\in U_{ad}$, 系统 (1.3)-(1.6) 存在惟一弱解 $T(x,t;u)\in S$, 简记为 $T(t,u)$. 因此可将系统 (1.3)-(1.6) 简写为如下等价的抽象抛物方程初值问题：

$$\frac{\mathrm{d}T(t,u)}{\mathrm{d}t}+A(t,u)T(t,u)=h(t),\quad (x,t)\in Q \tag{1.9}$$

$$T(0,u)=T_0,\qquad x\in\Sigma \tag{1.10}$$

其中 $h(t)=h(x,t)$.

此时参数辨识模型 (P1) 也可写成如下的等价形式:

$$
(\mathrm{P2}):\quad \begin{array}{ll} \min & J(u) = J(T(t,u)), \\ \text{s.t.} & T(t,u) \in S', \quad (t,u) \in [0,L] \times U_{ad}, \\ & u \in U_{ad} \end{array}
$$

这里 $S' = \{T = T(t,u) \in L^2([0,L], U_{ad}; R) \big| T(t,u)\text{是系统}(1.9)-(1.10)\text{对应于}u\text{的解}\}$, 从而问题 (P2) 的最优解也是问题 (P1) 的最优解.

2　参数辨识模型最优解的存在性与必要条件

定理 1 在假设 H1, H2 下，参数辨识问题 (P2) 至少存在一个最优解 $\bar{u} \in U_{ad}$.

证明 首先 $U_{ad} \subset PC(Q; R^3)$ 是有界紧集. 另外，可以设边界条件 (1.4) 和 (1.5) 是齐次的，即非齐次项 $b(x,t)T_0(x,t)\big|_{\Gamma\times[0,L]} = 0$ 和 $T_M(x,t)\big|_{\Gamma_{M\Omega}\times[0,L]} = 0$. 否则，构造一个函数 T_1, 它在有界区域 Q 内充分光滑，且满足非齐次边界条件

$$
\left(a\frac{\partial T_1}{\partial n} + bT_1\right)\bigg|_{\Gamma\times[0,L]} = bT_0 \quad \text{及} \quad T_1\big|_{\Gamma_{M\Omega}\times[0,L]} = T_M.
$$

作变换 $w = T - T_1$, 即可转化为齐次边界条件问题.

设 $\Lambda(V,\ V')$ 是 V 到 V' 的 Gâteaux 可微的全体一致有界线性算子构成的 Banach 空间，对 $\forall A(t,u) \in \Lambda(V,\ V')$， $t \in [0,T]$，定义双线性型:

$$
a(t,u;T,\psi) = \langle A(t,u)T, \psi\rangle_{V',V}, \quad \forall T, \psi \in V, \tag{2.1}
$$

其中 V' 是 V 的对偶空间。对 $\forall\, u', u'' \in U_{ad}$, 存在 $M_1 \in C([0,L] \times R^+; R^+)$，使得双线性型 $a(t,u;T,\psi)$ 满足以下不等式

$$
\begin{aligned}
|a(t,u';T,\psi) - a(t,u'';T,\psi)| &= |\langle (A(t,u') - A(t,u''))T, \psi\rangle| \\
&\leqslant \|(A(t,u') - A(t,u''))T\| \cdot \|\psi\|_V \\
&\leqslant \|(u' - u'')\nabla T\| \cdot \|\psi\|_V \\
&\leqslant M_1(t, \|(u' - u'')\|_{U_{ad}})\, \|T\|_V \cdot \|\psi\|_V, \forall T, \psi \in V,
\end{aligned}
$$

并有 $M_1(t,0) \equiv 0$, 从而文献 [14] 中的假设条件 (B1) 成立.

又因为方程 (1.9) 的右端函数 $h(t) = h(x,t)$, 从而 $\forall u',\ u'' \in U_{ad}$, 存在 $M_2 \in C([0,L] \times R^+ \times H)$, $M_2(t,0,T) \equiv 0$, 使得

$$
|h(t,u',T) - h(t,u",T)| \equiv 0 \leqslant M_2(t, \|u' - u''\|_{U_{ad}}, |T|),\ T \in H.
$$

亦即文献 [14] 中的假设条件 (B2) 成立，由文献 [14] 中 定理 3 可知，本定理结论成立.

我们用 φ' 表示 φ 对时间 t 的导数 $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$，定义一个如下的 Hilbert 空间 $W(0,L)$：

$$
W(0,L) = \left\{\varphi | \varphi \in L^2(0,L;V),\ \varphi' \in L^2(0,L;V')\right\}
$$

并分别定义 $W(0,L)$ 中的内积和范数为：

$$(\varphi_1,\varphi_2)_{W(0,L)}=\int_0^L\{(\varphi_1(t),\varphi_2(t))_V+(\varphi_1'(t),\varphi_2'(t))_V'\}\,\mathrm{d}t,$$
$$\|\varphi\|_{W(0,L)}=\left(\|\varphi\|^2_{L^2(0,L;V)}+\|\varphi'\|^2_{L^2(0,L;V')}\right)^{1/2}.$$

定理 2 若 $\bar u\in U_{ad}$ 是参数辨识问题 (P2) 的最优解，则 U_{ad} 到 $W(0,L)$ 上的映射 $T:u\mapsto T(u)$ 在 $\bar u$ 处 Gâteaux 可微，且 $T(u)$ 在 $\bar u$ 处沿方向 $u-\bar u\in U_{ad}$ 的 Gâteaux 微分用 $\eta=T'(\bar u)(u-\bar u)$ 表示，它是以下方程的唯一解：

$$\begin{aligned}&\langle\eta(L),\psi(L)\rangle_H+\int_0^L\langle\eta,\ -\psi'+A^*(t,u)\psi\rangle_{V'}V'\mathrm{d}t=-\int_0^L\langle(u-\bar u)\nabla T(\bar u),\ \psi\rangle\mathrm{d}t,\\&\eta(0)=0,\quad\forall\psi\in W(0,L).\end{aligned}\tag{2.2}$$

其中 $A^*(t,u)$ 是 $A(t,u)$ 的共轭算子.

证明 由定理 1 的证明过程知，抽象抛物方程初值问题 (1.8)-(1.9) 满足文献 [14] 中的假设条件 (B1)(B2). 另外有：

(1) $\forall\ u\in U_{ad}$,$\forall\ T\in H$, 因为 $h(t)=h(t,u;T)$ 是分片光滑的，所以 $h(t,u;T)$ 关于 u 是 Gâteaux 可微，关于 T 也是 Fréchet 可微，且 $h_u'(t,u;T)=h_T^*(t,u;T)\equiv0$ ，显然 $h_u'(t,u;T)$ 和 $h_T^*(t,u;T)$ 在 $U_{ad}\times H$ 上连续，并存在 $\overline\beta_1(\cdot),\overline\beta_2(\cdot)\in L^2(0,L;R^+)$ ，使得

$$\|h_u'(t,u;T)\|_{L(U_{ad},H)}\equiv0\leqslant\overline\beta_1(t),\quad\forall(u,T)\in U_{ad}\times H,\ t\in[0,L],$$
$$\|h_T^*(t,u;T)\|_{L(H)}\equiv0\leqslant\overline\beta_2(t),\quad\forall(u,T)\in U_{ad}\times H,\quad t\in[0,L].$$

(2) $\forall\ u\in U_{ad}$ 及 $\forall\ T,\varphi\in V$,

$$a(t,u;T,\varphi)=\langle A(t,u)T,\varphi\rangle=\int_\Sigma\left[-\frac{1}{c_p}\nabla\cdot(k\nabla T)+u\nabla T\right]\varphi\mathrm{d}\Sigma,$$

所以

$$\begin{aligned}a_u'(t,u;T,\varphi)(\delta u)&=\lim_{\lambda\to0}\frac{a(t,u+\lambda\delta u;T,\varphi)-a(t,u;T,\varphi)}{\lambda}\\&=\lim_{\lambda\to0}\frac{\langle A(t,u+\lambda\delta u)T,\varphi\rangle-\langle A(t,u)T,\varphi\rangle}{\lambda}\\&=\lim_{\lambda\to0}\frac{\langle(A(t,u+\lambda\delta u)-A(t,u))T,\varphi\rangle}{\lambda}\\&=\lim_{\lambda\to0}\frac{\int_\Sigma\lambda\delta u\nabla T\varphi\mathrm{d}\Sigma}{\lambda}\\&=\int_\Sigma\delta u\nabla T\varphi\mathrm{d}\Sigma\\&=\langle\delta u\nabla T,\varphi\rangle,\quad\forall(t,u)\in[0,L]\times U_{ad}.\end{aligned}$$

由 $\delta u=u-\bar u$ 的有界性可知，存在 $\overline\gamma>0$, 使得

$$\|a_u'(t,u;T,\varphi)\|_{L(U_{ad},R)}\leqslant\overline\gamma\,\|T\|\,\|\varphi\|,\quad\forall(t,u)\in[0,L]\times U_{ad}.$$

由以上 (1)(2) 两部分可知，抽象抛物方程初值问题 (1.9)-(1.10) 满足文献 [14] 中的假设条件 (C1)(C2). 由文献 [14] 中定理 4 可知，本定理结论成立.

性能指标泛函 $J(u)$ 是在观测空间 $\Phi = L^2(Q)$ 中定义，在 Σ 中引入内积：

$$\langle u, v\rangle = \int_{\Sigma} uv\mathrm{d}x, \qquad \forall\, u, v \in L^2(\Sigma)$$

则 Σ 构成 Hilbert 空间，并且 $V \subset \Sigma$. 利用定理 2 即可导出参数辨识问题 (P2) 取得最优解 $\bar{u}$ 的必要条件.

定理 3 若 $\bar{u}$ 是参数辨识问题 (P2) 的最优解，则

$$-\int_0^L \langle (u-\bar{u})\nabla T(\bar{u}), p(\bar{u})\rangle \mathrm{d}t \geqslant 0, \quad \forall\, u \in U_{ad}, \tag{2.3}$$

其中 $p(\bar{u})$ 是下面伴随方程的解：

$$-\frac{\mathrm{d}p(t,\bar{u})}{\mathrm{d}t} + A^*(t,\bar{u})p(\bar{u}) = T(\bar{u}) - T_L, \quad (x,t) \in Q \tag{2.4}$$

$$p(L,\bar{u}) = 0. \tag{2.5}$$

这里 $T(\bar{u})$ 是初值问题 (1.9)-(1.10) 对应 $\bar{u} \in U_{ad}$ 的解， T_L 是由实验数据拟合得到的变压器温度场温度近似分布函数.

证明 根据定理 2， $T(u)$ 在 $\bar{u}$ 处是 Gâteaux 可微的，从而指标泛函 $J(u)$ 也在 $\bar{u}$ 处 Gâteaux 可微，并且 $J(u)$ 在 $\bar{u}$ 处取得极小值的必要条件为：

$$J'(\bar{u})(u-\bar{u}) \geqslant 0, \quad \forall u \in U_{ad} \tag{2.6}$$

对由 (1.8) 式确定的性能指标泛函 $J(u)$, 在观测空间 Φ 中计算它的 Gâteaux 微分可得

$$\begin{aligned} J'(\bar{u})(u-\bar{u}) &= \int_0^L\int_{\Sigma} 2(T(\bar{u}) - T_L)\cdot T'(\bar{u})(u-\bar{u})\mathrm{d}\Sigma\mathrm{d}t \\ &= \int_0^L \langle 2(T(\bar{u}) - T_L), \eta\rangle_{\Sigma}\mathrm{d}t, \forall u \in U_{ad} \end{aligned}$$

由 (2.6) 可知

$$\int_0^L \langle (T(\bar{u}) - T_L), \eta\rangle_{\Sigma}\mathrm{d}t \geqslant 0, \quad \forall u \in U_{ad}. \tag{2.7}$$

因为 $V \subset \Sigma$, 不等式 (2.6) 在 V 上也显然成立：

$$\int_0^L \langle (T(\bar{u}) - T_L), \eta\rangle_{V}\mathrm{d}t \geqslant 0, \quad \forall u \in U_{ad} \tag{2.8}$$

其中 $\eta = T'(\bar{u})(u-\bar{u})$, $\bar{u}$ 是最优解.

引入伴随系统 (2.4)-(2.5), 并将伴随方程 (2.4) 代入 (2.2) 式，并注意到 $p(L,\bar{u}) = 0$, 即可得到本定理的结论.

3 结 论

本文利用变分方法研究了变压器温升计算相关的分片光滑分布参数系统的参数辨识问题，对于根据观测数据所给出的二次性能指标泛函，证明了系统最优参数的存在性和控制参数为最优的必要条件，为变压器温度场实际控制问题的数值模拟研究提供了数学理论和方法.

参考文献

[1] 王文，顾昌，陈汝庆. 温度场的数值模拟法在干式电力变压器热设计中的应用 [J]. 变压器, 1997, **34**(9): 18-21.

[2] 王晓远，李保林，刘丽霞. 变压器三维温度场的分析与计算 [J]. 天津大学学报, 1996, **29**(3): 320-323.

[3] 颜寒，郭永基，林兆庄. 树脂绝缘干式变压器内部温度场分布仿真研究 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 1999, **39**(7): 1-4.

[4] Mufuta M B J M. Comparison of experimental values and numerical simulation on a set-up simulating the cross-section of a disc-type transformer[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 1999, **38**(5): 424-435.

[5] Nakadate M, Toda K, Sato K, et al. Gas cooling performance in disc winding of large-capacity gas-insulated transformer[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1996, **11**(2): 903-908.

[6] 丛龙飞，冯恩民，郭振岩等. 油浸风冷变压器温度场的数值模拟 [J]. 变压器, 2003, **40**(5): 1-6.

[7] Bai Y L, Cong L F, Feng E M, et al. Numerical simulation and parameter identification of the temperature field in the oil-immersed self-cooled three-phrase transformer[C]//The Procedings of the 8th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision Kunming, China. Kunming: Yunnan University Press, 2004: 2164-2168.

[8] Zou Z Y. Identification for a class of distributed parameter systems[J]. *Progress in Natural Science*, 2000, **10**(3): 225-232.

[9] Aziz B. Parameter identification problems and analysis of the impact of porous media in biofluid heat transfer in biological tissues during thermal therapy[J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2010, **11**(3): 1345-1363.

[10] 高桂革，顾幸生. 基于 Haar 小波微分运算矩阵的分布参数系统辨识 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2008, **48**(S2): 1821-1823.

[11] 喻寿益，曹悦彬，周璇. 大型立式淬火炉温度分布参数系统参数辨识算法 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2008, **39**(6): 1285-1290.

[12] 冯恩民，方海鹏，李志军. 多区域耦合分布参数系统辨识与应用 [J]. 应用基础与工程科学学报, 2008, **16**(2): 153-159.

[13] 石丽琼，白乙拉，李志军等. 南极海冰导温系数与空隙率关系初探 [J]. 极地研究, 2009, **21**(2): 91-99.

[14] Wang Q F, Feng D X, Cheng D Z. Parameter identification for a class of abstract nonlinear parabolic distributed parameter systems[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2004, **48**: 1847-1861.