

直升机旋翼载荷中的非线性 强迫振动方程迭代算法

刘祥件 沈铎康 薛正中

(中国直升机设计研究所, 景德镇, 333001)

ITERATIVE COMPUTATION METHOD FOR NONLINEAR FORCED VIBRATION EQUATION ON HELICOPTER MAIN ROTOR LOAD

Liu Xiangjian, Shen Xinkang, Xue Zhengzhong

(Chinese Helicopter Research and Development Institute, Jindezhen, 333001)

摘要 介绍用迭代方法求解直升机桨叶气动载荷中的非线性强迫振动方程。计算时, 先假定诱导下洗已确定, 求出桨叶的初始载荷; 再通过非线性强迫振动方程求出弯-弯-扭弹性变形。以某一直升机为例, 求出了桨叶的各阶谐波载荷和弹性变形。计算结果与实验数据吻合。

关键词 旋翼, 振动效应, 载荷, 迭代解

中图分类号 V215.34, TP391.75

Abstract An iterative computation method for nonlinear forced vibration equation on helicopter blade aerodynamic load is given. Initial load of blade is calculated by supposing that downwash flow is determined, and then flapping-swing-torsional elastic deformation is calculated by nonlinear forced vibration equation. Harmonic load and elastic deformation of various orders in blades are calculated in the \times -type helicopter computation example; the calculated results coincide with the test data.

Key words rotary wings, vibration effects, loads (forces), iterative solution

直升机桨叶的气动载荷分析是直升机空气动力学与动力学的基本课题之一。因为它是一个极其复杂的气动弹性响应问题。求解响应方程的方法, 一般都是一个迭代过程。根据文献[1]提供的物理模型和文献[2]提供的载荷计算基本公式, 并参考了文献[3, 4], 采用未知外载荷(含有未知的位移非线性函数)求解非线性强迫振动方程, 最后得出弹性位移、载荷、弯矩互为一体的数据。其诱导下洗采用自由尾迹迭代计算的结果^[5]。计算结果与实验数据相符。

1 计算方法与说明

根据叶素理论, 将桨叶沿展向分为 N 个站, 用 i 标识; 桨盘分为 M 个方位, 用 j 标识。 $N1$ 表示桨叶开始站号, $N-1$ 为桨尖站号。由于桨盘上各站的载荷 F_{zij} 、 F_{yij} 等是由环量 Γ_{ij} 确定的, 故先计算桨叶环量 Γ_{ij}

1991年3月22日收到, 1993年9月30日收到修改稿

$$\Gamma_{ij} = b_i u_{ij} c_l(\alpha_{ij} Ma_{ij}) + 2\pi b_i [(l_{pi} + \frac{b_i}{2})(\dot{\theta}_{0j} - \overline{Kx}_{0j}) + (l_{ei} + \frac{b_i}{2})\dot{\varphi}_{ij} + \Omega x_{ij}(l_{shi} + \frac{b_i}{2})] - 2u_{ij} T_{1i} \quad (1)$$

式中 $u_{ij} = \sqrt{u_{ij}^2 + \overline{V}_{ij}^2}$; $U_{ij} = r_i \Omega + V_f \sin \psi_j \cos \alpha_s$; $\overline{V}_{ij} = V_f \sin \alpha_s + W_{zij} - V_f \cos \alpha_s \cos \psi_j + \dot{V}_{ij}$; $\alpha_{ij} = \theta_{0j} + \theta_{1i} + \varphi_{ij} - \overline{Kx}_{ij} + \text{tg}^{-1}(\overline{V}_{ij} / U_{ij})$;

$$Ma_{ij} = u_{ij} / a; T_{1i} = \int_{-b_i}^{b_i} \frac{dY_{mi}}{d\xi} \sqrt{\frac{b_i + \xi}{b_i - \xi}} d\xi;$$

其中, b_i 为桨叶 i 截面半弦长; u_{ij} 为垂直于翼展的气流速度; $c_l(\alpha_{ij}, Ma_{ij})$ 为翼型在 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 攻角范围的升力系数; l_{ei} , l_{pi} 分别为弹性中心和变距轴在 $1/2$ 弦点之前的距离; \overline{K} 为桨叶挥舞调节距; $dY_{mi} / d\xi$ 为翼剖面中弧线对 ξ 的导数; W_{zij} 为下洗速度; \dot{V}_{ij} 为挥舞速度; Ma_{ij} 为马赫数。

于是便得到载荷

$$Y_{ij} = \rho u_{ij} \Gamma_{ij} + \rho \{ b_i \dot{\Gamma}_{ij} + 2b_i^2 \frac{\partial}{\partial t} (C_{mij}, \dots, u_{ij}) + \pi b_i^2 [(l_{pi}(\dot{\theta}_{0j} - \overline{Kx}_{0j}) + l_{ei} \dot{\varphi}_{ij} + \Omega x_{ij} l_{shi})] \} - 2\rho u_{ij} T_{2i} \quad (2)$$

其中, $T_{2i} = \int_{-b_i}^{b_i} \frac{dY_{mi}}{d\xi} \sqrt{b_i^2 - \xi^2} d\xi$ 。

这里, C_{mij} 为力矩系数; $\frac{\partial}{\partial t} (C_{mij} u_{ij})$ 及含有 (\cdot, \dots) 的项用中心差分计算

$$X_{ij} = \rho u_{ij}^2 b_i c_d \quad (3)$$

这里, C_d 为阻力系数。

根据 X_{ij} , Y_{ij} 可求出气动力在 $oxyz$ 坐标系中 y 、 z 轴上的分量 F_{zij} , F_{yij} 和弹性轴的气动力矩 $M_{\phi ij}$, 相应地便可确定绕弹性轴的扭矩 Q_{xij} 及分别平行于 y 、 z 轴的外力分量 Q_{yij} , Q_{zij} 。

$$F_{zij} = \frac{U_{ij}}{u_{ij}} Y_{ij} + \frac{\overline{V}_{ij}}{u_{ij}} X_{ij} \quad (4)$$

$$F_{yij} = \frac{\overline{V}_{ij}}{u_{ij}} Y_{ij} - \frac{U_{ij}}{u_{ij}} X_{ij} \quad (5)$$

$$M_{\phi ij} = 2\rho C_m u_{ij}^2 b_i^2 + \pi \rho u_{ij} b_i^2 [l_{pi}(\dot{\theta}_{0j} - \overline{Kx}_{1j}) + l_{ei} \dot{\varphi}_{ij} + \Omega x_{ij} l_{shi}] - \frac{\rho}{4} [b_i^2 \dot{\Gamma}_{ij} + \frac{\pi b_i^4}{4} (\dot{\theta}_{0j} - \overline{Kx}_{0j} + \dot{\varphi}_{ij} + \Omega x_{ij})] - F_{zij} l_{ei} \quad (6)$$

利用正态函数的正交性, 得出响应方程

$$\ddot{\zeta}_k + \omega_k^2 \zeta_k = (1/M_k) F_k(t) \quad (7)$$

方程中 M_k 为 k 阶广义质量; ω_k 为桨叶 k 阶振频; ζ_k 为第 k 阶振动的广义坐标; $F_k(t)$ 为广义力。这里的 $F_k(t)$ 含有未知函数 ζ , $\dot{\zeta}$ 是非线性的, 因而采用迭代法求解。为改善其收敛性, 在方程两端各加上阻尼项 $2\sigma_k \omega_k \dot{\zeta}_k$, 于是得到方程

$$\ddot{\zeta}_k + 2\sigma_k \omega_k \dot{\zeta}_k + \omega_k^2 \zeta_k = (1/M_k) F_k(t) + 2\sigma_k \omega_k \dot{\zeta}_k \quad (8)$$

响应方程的解用杜哈美公式表示

$$\zeta_k(t_j) = 1/M_k \bar{\omega}_k \int_0^{t_j} e^{-\sigma_k \omega_k (t_j - \tau)} \sin \bar{\omega}_k (t_j - \tau) F_k(\tau) d\tau + \frac{e^{-\sigma_k \bar{\omega}_k t_j}}{\bar{\omega}_k (S_k^2 + C_k^2)}$$

$$[(S_k I_{ck} + C_k I_{sk}) \cos \bar{\omega}_k t_j + (C_k I_{ck} - S_k I_{sk}) \sin \bar{\omega}_k t_j]$$

$$\dot{\zeta}_k(t_j) = \frac{1}{M_k} \int_0^{t_j} e^{-\sigma_k \omega_k (t_j - \tau)} \cos \bar{\omega}_k (t_j - \tau) F_k(\tau) d\tau + \frac{e^{-\sigma_k \bar{\omega}_k t_j}}{S_k^2 + C_k^2}$$

$$[-(S_k I_{ck} + C_k I_{sk}) \sin \bar{\omega}_k t_j + (C_k I_{ck} - S_k I_{sk}) \cos \bar{\omega}_k t_j] - \sigma_k \omega_k \zeta_k(t_j)$$

其中 $\bar{\omega}_k = \sqrt{1 - \sigma_k^2} \omega_k$, $S_k = e^{-\sigma_k \omega_k T} \sin \bar{\omega}_k T$, $C_k = 1 - e^{-\sigma_k \omega_k T} \cos \bar{\omega}_k T$,

$$I_{sk} = \frac{1}{M_k} \int_0^T e^{-\sigma_k \omega_k (T - \tau)} \sin \bar{\omega}_k (T - \tau) F_k(\tau) d\tau,$$

$$I_{ck} = \frac{1}{M_k} \int_0^T e^{-\sigma_k \omega_k (T - \tau)} \cos \bar{\omega}_k$$

$(T - \tau) F_k(\tau) d\tau$, $T = 2\pi / \Omega$ 。

得到响应方程的广义坐标后, 用的模态法求桨叶的弹性挥舞、摆振、扭转 V 、 W 、 φ 等。

$$\left. \begin{aligned} V_{ij} &= \sum_{k=1}^k A_{vi}^{(k)} \zeta_k(t_j) \\ \dot{V}_{ij} &= \sum_{k=1}^k A_{vi}^{(k)} \dot{\zeta}_k(t_j) \\ V'_{ij} &= \sum_{k=1}^k A_{vi}^{(k)} \zeta_k(t_j) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

求变形时用到的振型 A_v 、 A_w 、 A'_v 、 A'_w 、 A_φ , 由常规方法很容易得到。

为满足桨盘总拉力与飞机重量平衡, 还需修正总距角、拉力与重量平衡后才可进一步计算。

重复计算式 (1)~ 式 (9), 进行迭代, 直到 $\sum_{i=0}^{N-1} (F_{zij}^{(n+1)} - F_{zij}^{(n)})^2 / \sum_{i=1}^{N-1} (F_{zij}^{(n+1)})^2 \leq \varepsilon$ 。便可求得对应于下洗速度 W_z 的变形 V 、 W 、 φ 及其导数, 这时, 再计算一次式 (1)~

式 (3), 便可得出相应的载荷, 其流程见图 1。

在诱导下洗已定的情况下, 载荷与弹性变形相互依赖, 即环量 Γ 与广义时间座标函数 $\zeta(t)$ 互为非线性函数, 因而可用迭代的方法求出与给定下洗相应的载荷与弹性变形。然

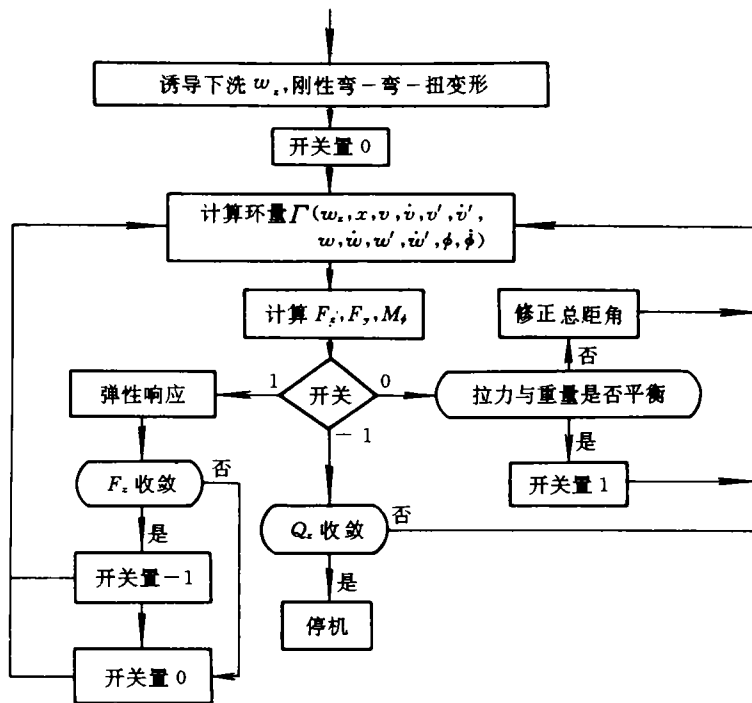


图 1 计算总流程

而在解响应方程时, 因桨叶的阻尼系数 $2\sigma_k \omega_k$ 无法精确地确定, 使载荷与响应迭代遇到极大的困难, 这是因响应方程缺少一阶项使方程不稳定, 其解会导致载荷与响应迭代发散^[6]。解中的衰减因子 (如 $e^{-\sigma_k \omega_k t}$) 消失, 而 $\omega_k T$ 接近 $2k\pi$, 导致 S_k, C_k 很小, 使

解 $\zeta_k(t), \dot{\zeta}_k(t)$ 迅速增大。因此, 在载荷与响应迭代中, 在方程的两端加上平均气动阻尼

$$项 2\sigma_k \omega_k \zeta, 2\sigma_k \omega_k \dot{\zeta} = (1/2M_k)\rho\Omega b \bar{C}_{la} \int_{r_0}^R r A_v^{(k)2}(r) dr = \frac{1}{4M_k} \sum_{i=0}^{N-1} \bar{C}_{la} \rho c \Omega r_i [A_{vi}^{(k)}]^2 (r_{i+1} - r_{i-1}),$$

作为阻尼项, 而计算广义力 $F_k(t)$ 时, 环量 Γ 中不计 $v, \dot{w}, \dot{\varphi}$, 从而使迭代迅速收敛。在无法获得结构阻尼的情况下, 这样处理无阻尼方程对弹性桨叶来说则是较好的描述。在一般情况下, $\dot{V} \ll V, \dot{V}$ 为小量, 设为 δ , 则对新的合速 u_1 有

$$u_{ij} - u_1 = \sqrt{u_{ij}^2 - \bar{V}_{ij}^2} - \sqrt{U_{ij}^2 - (\bar{V} - \delta)^2} \approx \left[(2\bar{V}_{ij}\delta - \delta^2) / 2u_{ij}^2 \right] < (\bar{V}_{ij} / u_{ij})\delta$$

因为 $\bar{V}_{ij} \ll u_{ij}$, 于是 $u_{ij} - u_1 < \delta$ 。设下洗角 $\alpha = \text{tg}(\bar{V}_{ij} / u_{ij})$, 新的下洗角

$$\alpha' = \text{tg}^{-1}[(\bar{V}_{ij} - \delta) / u_{ij}] \text{ 于是 } \text{tg}^{-1}(\alpha - \alpha') = \frac{(\bar{V}_{ij} / U) - [(\bar{V}_{ij} - \delta) / U_{ij}]}{1 + [\bar{V}_{ij}(\bar{V}_{ij} - \delta) / U_{ij}]}$$

$$= \frac{u_{ij} \delta}{U_{ij} + \bar{V}_{ij} - \bar{V}_{ij} \delta} < \frac{\delta}{u_{ij}} \ll \delta \quad \text{故 } \alpha - \alpha' = \text{tg}^{-1}(\delta / u_{ij}) \ll \delta$$

可见在响应迭代中, 不计 V 、 W 、 Φ 对合速 u_{ij} 及攻角 α_{ij} 只是忽略了高阶小量的影响, 因而环量 Γ_{ij} 和激振力受影响很小, 响应迭代求出的变形应接近真值。实际计算已证实这点。

由于挥舞变形在弹性变形中起主导作用, 所以上只讨论挥舞变形在响应迭代中的影响。如能测出桨叶的结构阻尼系数, 计算结果将会更准确。

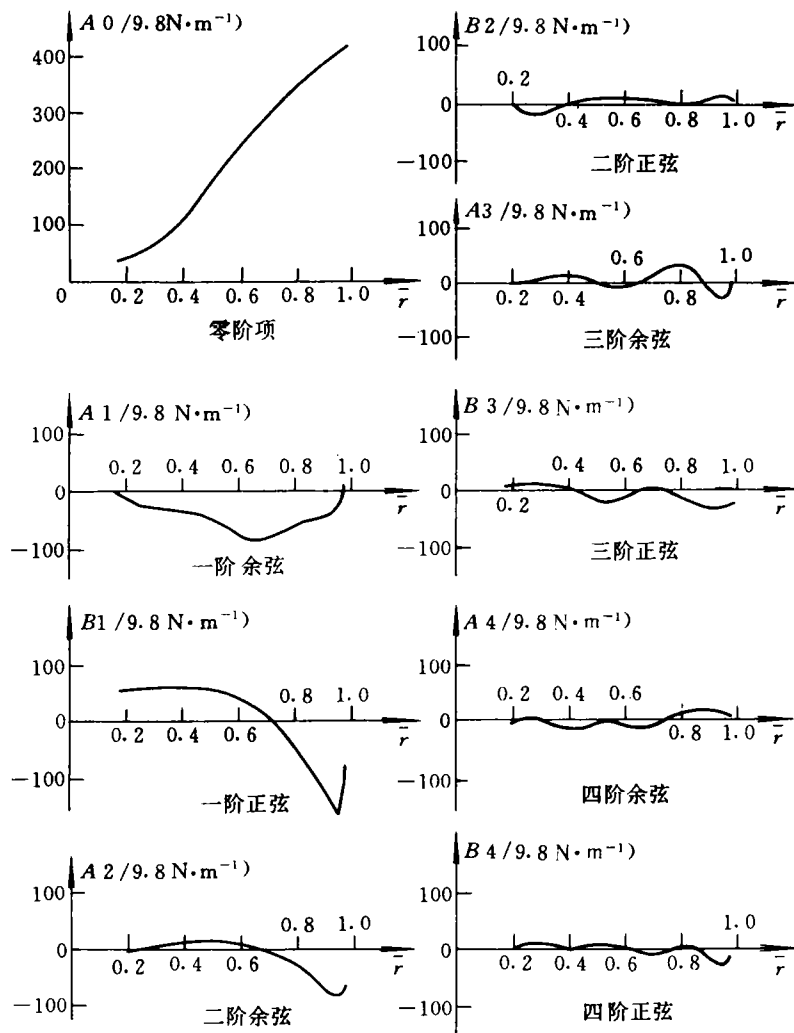


图 2 桨叶上各阶谱波载荷分布($\mu=0.2414$)

2 算例及计算结果

计算了直五直升机当 $\mu=0.2414$ 的前飞状态。在诱导下洗合乎规律的情况下, 计算出的载荷各阶谐波系数与其它算法相比^[7], 量级相近, 其计算结果如图 2 所示。为验证其方法应用的可靠性, 对 H-34 机, $\mu=0.2498$ 退化的挥舞面进行了计算, 计算结果与实验数据基本吻合, 如图 3 所示的曲线。说明这种计算方法是正确的, 可用于工程设计。

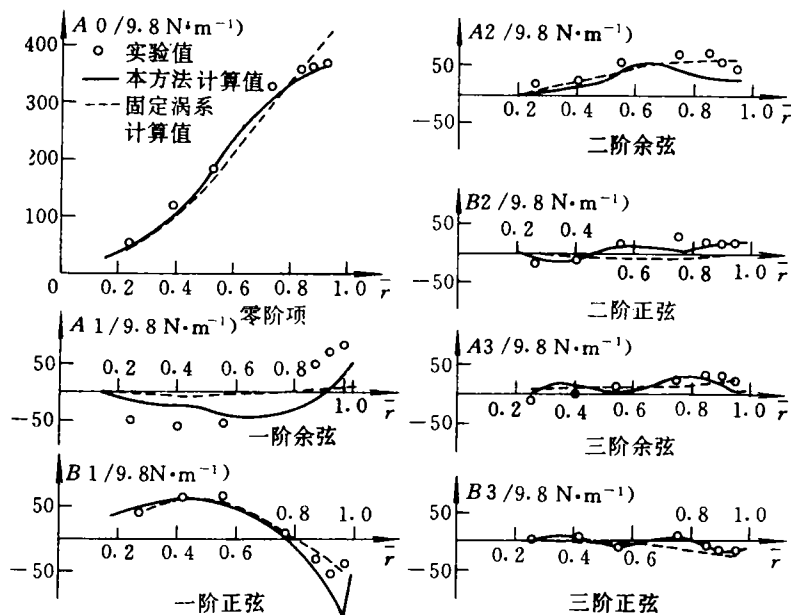


图 3 H-34 桨叶各阶谐波载荷分布($\mu=0.2498$)

本课题力学模型和算例原始数据由阮天恩、李瑞光、韩庆瑞、周志德提供, 在计算中曾得到紫金山天文台熊大闰研究员指导, 在此致以谢意。

参 考 文 献

- 1 Sadler S G. Development and application of a method for prediction rotor free wake positions and resulting rotor blade air load. NASA CR-1911, 1971
- 2 阮天恩等. 用自由涡系计算旋翼载荷. 空气动力学学报, 1984; (2): 50-60
- 3 Piziali R A. A method for prediction the aerodynamic load and dynamic response of rotor blades. AD 628583, 1966
- 4 米里, 景山译, 宁航校. 直升机计算和设计(空气动力学). 北京: 国防工业出版社, 1977
- 5 刘祥件, 薛正中. 全耦合自由涡系计算直升机桨叶气动载荷. 中国直升机设计研究所资料 82Z/20-5, 1986
- 6 李心灿. 常微分方程组及运动稳定性. 北京: 国防工业出版社, 1982: 58-62
- 7 丘振汉. 用谐波分析法研究旋翼气动载荷. 航空学报, 1986; 7(1): A11-A17