第 32 卷第 6 期 系统工程理论与实践 Vol.32, No.6
2012 年 6 月 Systems Engineering — Theory & Practice June, 2012

文章编号: 1000-6788(2012)06-1222-10 中图分类号: F273 文献标志码: A

多源不确定性因素下两阶段动态供应链的风险绩效

马建华, 艾兴政, 唐小我

(电子科技大学 经济与管理学院, 成都 610054)

摘 要 针对多源风险环境下供应链的产能决策和订货决策问题, 通过构建制造商与零售商在不同成本风险和需求风险环境下产能与订货两阶段动态决策模型, 揭示了多源不确定风险与供应链运作绩效关系, 风险源的影响条件和影响强度. 最后通过数值分析得到比较直观的结论和管理启示.

关键词 动态供应链; 多源风险; 产能决策

Risk performance of two-stage dynamic supply chain under multi-uncertainty

MA Jian-hua, AI Xing-zheng, TANG Xiao-wo

(School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract Focusing on capacity decision and order decision of supply chain under multi-risk environment, this paper constructs a two-stage dynamic model under which the manufacturer and the retailer should make decision under different cost risks and demand risk environment. We reveal the relation of the supply chain operational performance and the multi-risk, the conditions under which the risks will impact the operational performance as well as the intensity of the impact. At last, the intuitionistic conclusions and managerial enlightenment are obtained by numerical analysis.

Keywords dynamic supply chain; multi-risk; capacity decision

1 引言

在电子、汽车、时装等行业中, 成品的产出往往会经历产能准备、原料采购、生产等多个阶段, 厂商们要在不同的阶段去做相应的决策, 比如产能决策、订货决策、定价决策等. 同时, 较长的生产提前期使得制造商不可能在成本和需求确定之后再决策并准备产能, 零售商也不可能在需求确定之后再下订单, 厂商们因此必须面对成本、需求、市场价格等多源不确定性因素的影响. 所以在电子、汽车、时装等行业中, 研究、控制和管理多源不确定性因素的风险对提高厂商们乃至整个供应链系统的绩效有着很重要的意义.

本文所考虑的多源不确定性因素主要有产能成本, 生产成本和需求. 成本和需求的不确定性必然会导致供需不匹配的现象 (既包括产能的供需不匹配也包括产量的供需不匹配), 从而使得系统期望利润小于供需确定后再进行产能和产量决策时的系统期望利润. 为了定量的刻画这种供需不匹配的程度, 大量相关文献中都假设存在应急生产机制 (Üklü 等 [1], Van Mieghem 等 [2]), 即如果供应小于需求, 会有一个应急机制来满足过多的需求, 但会存在应急成本, 如果供应大于需求, 则要承受过剩产品价值的损失. 这种由于供需不确定造成的供需不匹配而承受的成本称为不匹配成本, 不确定因素的运作风险在大多数文献中就被定义为这种不匹配成本 (Cachon 等 [3]). 为了计算上的简便, 本文没有考虑关于产能或产量 (订货量) 的应急措施, 若产能小于实际需求, 没有应急的产能供给, 超过产能部分的需求销售全部损失, 若产能大于实际需求, 过剩产能的残值为零. 同时假设零售商按出清的市场价销售商品, 即零售商选择恰好能将订单中所有商品全部售完的批发价. 本文把运作风险定义为供需确定之后再进行决策 (从而避免了供需不匹配) 与供需不确定时进行决策 (存在供需不匹配) 的系统期望利润差, 这同存在应急生产机制时将供需不匹配成本定义为运作风险在本质上是一

收稿日期: 2010-06-11
资助项目: 国家自然科学基金重点项目 (70932005); 国家自然科学基金 (70772070)
作者简介: 马建华 (1979–), 女, 河北邯郸人, 博士研究生, 研究方向: 供应链风险管理, E-mail: majianhuamail@126.com; 艾兴政 (1969–), 四川华蓥人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 供应链协调机制与运营模式, E-mail: aixz@uestc.edu.cn.

致的.

多源不确定性因素及其风险如何影响参与者的决策和绩效也是一个值得关注的问题. 在批发价格合约下, 哪种不确定性因素的风险会对制造商的产能决策、批发价决策、零售商的订货决策和双方的绩效产生影响? 产生影响的条件和强度又如何? 多源不确定性因素的风险会不会加剧双边效应? 这些问题的解决将有助于管理者去管理和控制风险以提高自身绩效.

与本文有关的文献主要涉及到供需风险和动态多阶段供应链两方面. 有关第一类的文献及其研究内容主要有: Gerchak 等 [4] 讨论了一个静态需求分布的有限水平问题, 前提是购买者只能得到其订单的一个随机比例. Agrawal 等 [5] 给出了一个计算固定成本和被选的供应商的固定成本和产出损失的固定成本之间的权衡的模型. Gurnani 等 [6] 揭示了两期订货中零售商的延迟订货策略. Iyer 等 [7] 分析了需求延迟策略问题. 在多目标 (利润和风险) 框架下, Nagurney 等 [8] 将需求风险及供给风险模型化到一个供应链网络结构中, 给出了均衡条件和求解均衡的算法. Corbett 和 Rajaram[9] 分析了库存聚集应对需求风险的绩效策略. Takezawa 等 [10] 研究了 Spin-off 决策中母公司应用远期采购合约对冲其拥有的子公司资产所有权的风险. Üklü 等 [1] 研究了需求不确定下, 由一个合约制定者和许多初始设备制造者组成的供应链中的风险归属权问题同系统利润之间的关系. Van Mieghem[2] 研究了需求不确定性下, 报童网络结构中对专有资源, 替代性资源, 弹性资源进行投资的风险缓冲和对冲问题. 盛方正和季建华 [11] 针对带期权的远期采购合同进行了研究. Awi 和 Nan[12] 分析了需求不确定和产出不确定的前提下, 如何选择最优供应商的组合.

关于供需风险方面的文献, 要么将需求风险和供给风险割裂开来进行研究, 要么将产出的不确定性作为供给风险的表示形式来研究供需双重风险. 本文的主要创新之处就在于直接将成本设为随机变量并同时研究供应 (成本) 和需求不确定性下的供应链的风险绩效问题.

有关第二类的文献及其研究内容主要有: Van Mieghem 和 Data[13] 提供了一个包含有产能准备和产品生产两个阶段的决策模型, 计算了定价延迟策略的价值. Chod 和 Rudi[14] 将 Van Mieghem 和 Data 的模型推广到了两类产品的情况, 研究了资源弹性和价格延迟的价值. 此类文献主要是基于需求不确定的, 并没有研究供需双重不确定前提下的多次决策问题. Cho 和 Tang[15] 研究了需求不确定和制造商产出不确定的前提下两期订货的价值, 将产出不确定作为供应风险, 同时将两次订货期作为两个阶段而没有考虑产能的因素. 本文则考虑的是成本不确定和需求不确定下包含产能准备和产品生产两个阶段的动态决策问题, 并深入研究了供需多重不确定性因素的运作风险, 揭示了风险如何影响决策和绩效.

本文通过构建制造商与零售商在不同成本风险和需求风险环境下产能与订货两阶段动态决策模型, 首先计算了产能成本, 生产成本和需求三重不确定性因素下动态两阶段供应链的决策, 绩效和运作风险 (即由于供需不匹配造成的系统预期利润的损失); 然后分析比较了运作风险同各个不确定性因素的风险的敏感性程度; 最后识别了哪种不确定性因素的风险会对决策和绩效产生影响, 并揭示了产生影响的条件和影响的强度.

2 基本模型

由一个制造商和一个零售商所组成一个二级供应链, 制造商为 Stackelberg 领导者, 生产易逝性产品并通过零售商在零售市场进行销售, 销售季为单销售季, 采用批发价格合约. 制造商的产品提前期为两个阶段: 第一阶段为产能准备期, 该阶段产能成本, 生产成本和需求均不确定, 制造商要在第一阶段决策并准备产能. 第二阶段为产品生产期, 该阶段制造商的产能已备好, 产能成本和生产成本都已确定, 但需求仍未确定, 制造商在第二阶段初向零售商提供批发价和自己的产能, 零售商得知批发价和产能之后, 向供应商订货, 订货数量不能超过制造商的产能, 制造商收到零售商的订单之后, 在已有产能基础上进行生产, 每个产能可以生产一个产品. 第二阶段结束后, 销售季开始, 需求确定, 零售商按出清的市场价销售产品. 在第一阶段初, 制造商决策产能时面临着成本和需求的不确定性; 在第二阶段初, 零售商决策订货量时, 只面临着需求的不确定性.

基于经济学基本原理, 假设市场价格满足逆需求函数

$$p = a - Q,$$

其中 $a \sim N(a_0, {\sigma_a}^2)(a_0 > 0)$ 为市场总体潜在需求规模, 受到经济环境与政策等不确定因素的影响. Q 是零售商的订货量, p 为产品零售价格, K 表示制造商的产能, 零售商的订货量不能超过制造商的产能, w 表示制造商提供给零售商的批发价. $c_1 \sim N(c_{10}, {\sigma_{c_1}}^2)(c_{10} > 0)$ 表示制造商每准备一个产能的成本, 简称为产能成

本. $c_2 \in (0, u_{c_2})$ 表示制造商将产能转化为具体产品的单位生产成本, 简称为生产成本, 期望为 c_{20}, 方差为 $\sigma_{c_2}^2$, $g_2(x)$, $G_2(x)$ 分别表示其概率密度和分布函数, $T(x) = \int_0^x G_2(x)\mathrm{d}x$ 表示 c_2 的分布函数的原函数, 满足 $T(0) = 0$, $T(u_{c_2}) \le u_{c_2}$, $T'(x) = G_2(x) > 0$. $c_1 + c_2$ 为每一产品的总的边际成本, 简称为成本. 为了表述上的简便, 文中把 u_{c_2} 当做有限数来讨论, 但所得结论也适用于 u_{c_2} 为 $+\infty$ 的情况. 对于 a, c_1 和 c_2 都令其取值为正, 该条件对于正态分布并不适用, 这种情况下此可以假设它们的方差比较小, 从而使得其取值为负的概率几乎为 0. 假设 $a_0 \ge c_{10} + c_{20}$, 这是为了保证每个产品的预期边际收入为正.

文中所涉及到的所有随机变量均独立, 所有的知识为共同知识. 制造商和零售商都是风险中性的. 下标 c 表示一体化时的均衡, 下标 d 表示分散化时的均衡. 用方差来表示各个不确定因素的风险, 即 $\sigma_{c_1}^2$, $\sigma_{c_2}^2$, σ_a^2 分别表示产能成本风险, 生产成本风险, 需求风险.

3 一体化情况

首先研究一体化的假设下即只有一个中心决策者时的决策和绩效. 决策者要在第一阶段决策并准备产能, 此时成本和需求均不确定; 第二阶段, 决策者在已有产能的基础上决策产量并进行生产, 此时成本确定但需求仍不确定. 决策者决策时以最大化期望利润为目标, 一体化时的博弈顺序如图 1 所示.

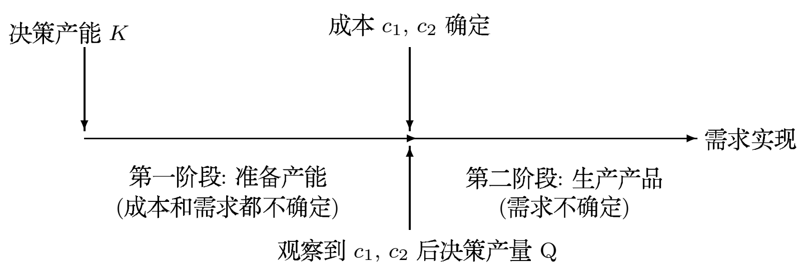

图 1 一体化时的博弈顺序

采用逆向归纳法, 先考虑第二阶段的决策, 然后将相应的结果嵌套到第一阶段, 最后得出均衡结果. 在第二阶段, 产能成本和生产成本都已确定, 不确定的只是市场的总体潜在需求, 所以第二阶段初决策者的预期利润决策为

$$\max_{Q\le K}\{E_a\pi\} = \max_{Q\le K}\{(a_0 - Q - c_2)Q - c_1K\} \tag{1}$$

决策者的最优产量即为

$$Q_c = \min\left\{\frac{(a_0 - c_2)^+}{2}, K\right\} \tag{2}$$

注意到在第一阶段初, 成本和需求均不确定, 因此将上式关于产量的决策代入到 (1) 式中, 再对成本求期望, 得到决策者在第一阶段初的期望利润

$$E\pi = E_{c_1,c_2}(E_a\pi) = \int_{a_0-2K}^{a_0} \frac{(a_0 - x)^2}{4} g_2(x)\mathrm{d}x + \int_0^{a_0-2K} (a_0 - K - x)Kg_2(x)\mathrm{d}x - c_{10}K \tag{3}$$

命题 1 一体化时的产能决策, 产量决策, 系统期望利润满足

1) 当 $c_{10} + c_{20} > u_{c_2}$ 时,

$$K_c = \frac{a_0 - c_{10} - c_{20}}{2}, \quad Q_c = \frac{a_0 - c_{10} - c_{20}}{2}, \quad E\pi_c = \frac{(a_0 - c_{10} - c_{20})^2}{4};$$

2) 当 $a_0 > u_{c_2} \ge c_{10} + c_{20}$ 时,

$$K_c = \frac{a_0 - T^{-1}(c_{10})}{2}, \quad Q_c = \frac{a_0 - \max\{c_2, T^{-1}(c_{10})\}}{2},$$

$$E\pi_c = \frac{(a_0 - c_{20})^2 + \sigma_{c_2}^2 - 2a_0c_{10}}{4} - \frac{1}{2}\int_0^{T^{-1}(c_{10})} T(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2}c_{10}T^{-1}(c_{10});$$

3) 当 $u_{c_2} \ge a_0 > T^{-1}(c_{10})$ 时,

$$K_c = \frac{a_0 - T^{-1}(c_{10})}{2}, \quad Q_c = \frac{(a_0 - \max\{c_2, T^{-1}(c_{10})\})^+}{2}, \quad E\pi_c = \frac{1}{2}\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0} T(x)\mathrm{d}x - \frac{1}{2}(a_0 - T^{-1}(c_{10}))c_{10};$$

4) 当 $a_0 \le T^{-1}(c_{10})$ 时, $K_c = 0$, 即供应链不具有运作性.

证明 见附录.

4 分散化情况

分散化的情况即为第 2 节所描述模型, 本节首先求解均衡时的决策, 绩效和系统运作风险, 然后分析比较运作风险同各个风险的敏感性程度, 最后识别出对决策和双方绩效产生影响的风险源, 并进一步揭示产生影响的条件和影响的结果.

为了方便计算系统的运作风险, 首先考虑一个特殊情况, 即制造商和零售商均在成本和需求确定之后再进行决策, 此时不会产生供需不匹配现象, 系统不存在运作风险, 这种情况下系统的期望利润为

$$E\pi_d{}^0 = \frac{3(a_0 - c_{10} - c_{20})^2 + 3\sigma_a^2 + 3\sigma_{c_1}^2 + 3\sigma_{c_2}^2}{16} \tag{4}$$

(4) 式将做为基准来计算系统的运作风险.

4.1 分散化时的均衡结果

分散化时的博弈顺序如图 2.

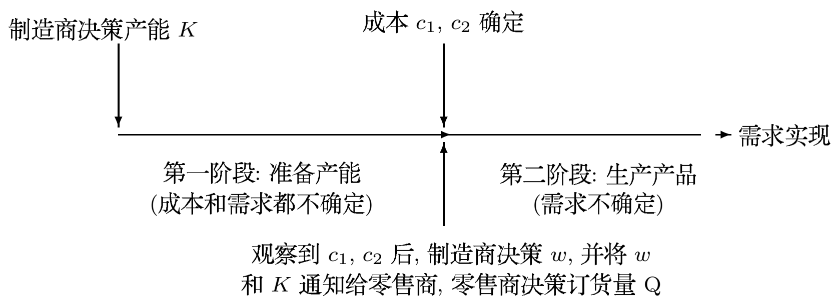

图 2　分散化时的博弈顺序

4.1.1 第二阶段的均衡结果

在第二阶段初, 产能成本和生产成本都已确定, 不确定的只是市场的总体潜在需求. 得知制造商的产能和批发价之后, 零售商的预期利润决策为:

$$\max_{Q\le K}\{E_a\pi_R\} = \max_{Q\le K}\{(a_0 - Q)Q - wQ\},$$

零售商的最优订货量即为

$$Q_d = \min\left\{\frac{(a_0 - w)^+}{2}, K\right\} \tag{5}$$

收到零售商的订单后, 制造商的利润为

$$\pi_M = wQ_d - c_2Q_d - c_1K = \begin{cases} -c_1K, & \dfrac{a_0 - w}{2} \le 0 \\ \dfrac{(w - c_2)(a_0 - w)}{2} - c_1K, & 0 < \dfrac{a_0 - w}{2} < K \\ (w - c_1 - c_2)K, & \dfrac{a_0 - w}{2} \ge K \end{cases}$$

制造商选择使其利润最大的产能和批发价.

命题 2 分散化时, 在制造商产能为 K 的前提下, 均衡的批发价和订货量分别为

$$w_d = \frac{a_0 + \delta_d}{2}, \quad Q_d = \frac{(a_0 - \delta_d)^+}{4},$$

其中 $\delta_d = \max\{c_2, a_0 - 4K\}$.

δ_d 可以理解为是修正后的生产成本, 取值大于等于初始生产成本 c_2. $\delta_d = c_2 > a_0$ 时, 由于确定之后的生产成本太高甚至超过了预期需求, 使得零售商的预期边际收入将为负, 因此零售商不会订货, 产能全部过剩; $\delta_d = c_2 < a_0$ 时, 由于确定之后的生产成本虽然较高但还没有超过预期需求, 结果只是导致批发价格较高, 预期市场销量减小, 小于成本未确定之前的预期销量 (即产能), 造成部分产能过剩; $\delta_d > c_2$ 时, 由于确定后的生产成本较低, 导致批发价格较低, 预期市场销量相对会比较大, 超过了在成本未确定之前的预期销量 (即产能), 因此订货量会受到产能的限制, 造成产能不足.

4.1.2 第一阶段的均衡结果

制造商要在第一阶段初, 产能成本, 生产成本, 需求均不确定的情况下决策产能. 将命题 2 的结论代入到 (5) 中, 求得制造商在第一阶段初的期望利润为

$$E\pi_M = E_{c_1,c_2}\pi_M = \int_{a_0-4K}^{u_{c_2}} \frac{(a_0-x)^2}{8} g_2(x)\mathrm{d}x + \int_0^{a_0-4K} (a_0-2K-x)Kg_2(x)\mathrm{d}x - c_{10}K.$$

制造商选择产能 K 以最大化其期望利润. 采用和命题 1 完全类似的推导过程可以得到命题 3.

命题 3 分散化时均衡的产能、批发价、订货量、制造商期望利润、零售商期望利润和系统运作风险分别为

1) 当 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 时,

$$K_d = \frac{a_0-c_{10}-c_{20}}{4},\quad w_d = \frac{a_0+c_{10}+c_{20}}{2},\quad Q_d = \frac{a_0-c_{10}-c_{20}}{4},$$

$$E\pi_{dM} = \frac{(a_0-c_{10}-c_{20})^2}{8},\quad E\pi_{dR} = \frac{(a_0-c_{10}-c_{20})^2}{16},\quad \Delta E\pi_d = \frac{3{\sigma_a}^2+3{\sigma_{c_1}}^2+3{\sigma_{c_2}}^2}{16};$$

2) 当 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 时,

$$K_d = \frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{4},\quad w_d = \frac{a_0+\delta_d}{2},\quad Q_d = \frac{a_0-\delta_d}{4},$$

$$E\pi_{dM} = \frac{(a_0-c_{20})^2+\sigma_{c_2}^2-2a_0c_{10}}{8} - \frac{1}{4}\int_0^{T^{-1}(c_{10})} T(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{4}c_{10}T^{-1}(c_{10}),$$

$$E\pi_{dR} = \frac{(a_0-c_{20})^2+\sigma_{c_2}^2-2a_0c_{10}}{16} - \frac{1}{8}\int_0^{T^{-1}(c_{10})} T(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{8}c_{10}T^{-1}(c_{10}),$$

$$\Delta E\pi_d = \frac{3\sigma_{c_1}^2+6c_{10}c_{20}+3c_{10}^2+3\sigma_a^2}{16} + \frac{3}{8}\int_0^{T^{-1}(c_{10})} T(x)\mathrm{d}x - \frac{3}{8}c_{10}T^{-1}(c_{10});$$

3) 当 $u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 时,

$$K_d = \frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{4},\quad w_d = \frac{a_0+\delta_d}{2},\quad Q_d = \frac{(a_0-\delta_d)^+}{4}$$

$$E\pi_{dM} = \frac{1}{4}\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0} T(x)\mathrm{d}x - \frac{1}{4}(a_0-T^{-1}(c_{10}))c_{10},\quad E\pi_{dR} = \frac{1}{8}\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0} T(x)\mathrm{d}x - \frac{1}{8}(a_0-T^{-1}(c_{10}))c_{10},$$

$$\Delta E\pi_d = \frac{3(a_0-c_{10}-c_{20})^2+3{\sigma_a}^2+3{\sigma_{c_1}}^2+3{\sigma_{c_2}}^2+6a_0c_{10}}{16} - \frac{3}{8}\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0} T(x)\mathrm{d}x - \frac{3}{8}c_{10}T^{-1}(c_{10});$$

4) 当 $a_0\leq T^{-1}(c_{10})$ 时, $K_d=0$,

其中 $\delta_d=\max\{c_2,\ T^{-1}(c_{10})\}$, $\Delta E\pi_d=E\pi_d^0-E\pi_d$, $E\pi_d=E\pi_{dM}+E\pi_{dR}$ 表示分散化时系统期望利润.

生产成本的最大可能值 u_{c_2} 的取值范围在某种程度上反应了生产成本风险的大小. 条件 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 说明生产成本的最大可能取值小于期望总成本, 生产成本风险比较小, 生产成本确定后不会产生产能过剩的情况, 因此制造商的最优决策是选择和订货量相等的产能, 并且是产能和订货量相等的前提下高估产能和低估产能的一个权衡, 即 $K_d=\frac{a_0-c_{10}-c_{20}}{4}$. 条件 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 说明生产成本的最大可能取值高于期望总成本但没有超过期望需求, 生产成本风险较适中, 确定后生产成本的值如果较高就会产生产能过剩, 较低则会产生产能不足, 制造商最优的产能决策是产能不足和产能过剩的一个权衡, 即 $K_d=\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{4}$, 因为期望需求大于生产成本的最大可能值, 所以确定后的生产成本不会超过期望需求, 制造商的订货量总为正. 条件 $u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 说明生产成本的最大可能取值超过期望需求, 生产成本的风险非常高, 产能决策的选择也是产能不足和产能过剩的一个权衡, 由于期望需求小于生产成本的最大可能值, 当实现的生产成本超过期望需求时, 零售商销售产品时的期望边际收入为负, 订货量将为零. $a_0\leq T^{-1}(c_{10})$ 时有 $u_{c_2}\geq T^{-1}(c_{10})\geq a_0$, 说明期望需求太低, 生产成本的风险过高, 制造商将选择不生产.

4.2 多源不确定因素的风险分析

这一小节重点考察产能成本风险, 生产成本风险, 需求风险对系统效率、系统运作风险、制造商产能决策和批发价决策、零售商订货决策、双方期望利润的影响.

引入如下比例:

$$R_K = K_d/K_c,\quad R_Q = Q_d/Q_c,\quad R_P = 1-E\pi_d/E\pi_c,$$

R_K 表示产能产出比, 从产能的角度衡量分散化系统的无效率程度; R_Q 表示产量产出比, 从产量的角度衡量分散化系统的无效率程度; R_P 表示竞争惩罚 (Cachon, Zipkin[16]), $R_P=0$ 说明分散化系统是完全协调的, 其利润同中心化时一样, $R_P=1$ 则说明分散化系统完全无效率.

命题 4　$R_K=0.5,\ R_Q=0.5,\ R_P=0.25.$

只有需求不确定时批发价合约下的供应链中, 系统产出比总为 0.5, 效率比总为 0.25. 命题 4 说明多源风险没有放大或缩小批发价合约的双边效应.

命题 5　系统运作风险对各个不确定性因素的风险的敏感性程度满足

1) 当 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 时,

$$\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}=\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_a}^2}=\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_1}}^2}=\frac{3}{16};$$

2) 当 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 时, 如果 $\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(\leq)\frac{1}{2}$, 则有

$$\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(\leq)\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_a}^2}=\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_1}}^2}=\frac{3}{16};$$

3) 当 $u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 时, 如果 $\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}<(\geq)0$, 则有

$$\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(\leq)\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_a}^2}=\frac{\partial(\Delta E\pi_d)}{\partial{\sigma_{c_1}}^2}=\frac{3}{16}.$$

命题 5 表明分散化时系统运作风险总是随着产能成本风险或需求风险的增大而增大, 并且递增的程度相等. 当 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 时, 系统运作风险随着生产成本风险的增大而增大, 并且系统运作风险关于各个不确定性因素的风险的敏感性程度相等. 当 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ ($u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$) 成立时, 如果 $\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>0.5$ ($\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}<0$), 则系统运作风险随着生产成本风险的增大而增大, 并且随生产成本风险的递增程度大于其随产能成本风险或需求风险的递增程度; 如果 $0<\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}<0.5$ ($0.5>\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>0$), 则系统运作风险随着生产成本风险的增大而增大, 并且随生产成本风险的递增程度小于其随产能成本风险或需求风险的递增程度; 如果 $\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}<0$ ($\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>0.5$), 则系统运作风险随着生产成本风险的增大而减小.

由命题 3 可以看出, 产能成本风险和需求风险没有对产能、批发价、订货量、双方期望利润造成影响. 关于生产成本风险对决策和绩效的影响, 有如下命题:

命题 6　分散化时生产成本风险对决策和绩效的影响为

1) 当 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 时, 生产成本风险对决策和双方绩效没有影响;

2) 当 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 时, 如果 $\frac{\partial T^{-1}(c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(<)0$, 则 K_d, Q_d 关于 ${\sigma_{c_2}}^2$ 都是单调不增 (减) 的, w_d 关于 ${\sigma_{c_2}}^2$ 是单调不减 (增) 的; 如果 $\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}<(>)\frac{1}{2}$, 则零售商期望利润, 制造商期望利润以及系统期望利润关于 ${\sigma_{c_2}}^2$ 都是单调递增 (减) 的;

3) 当 $u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 时, 如果 $\frac{\partial T^{-1}(c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(<0)$, 则 K_d, Q_d 关于 $\sigma_{c_2}^2$ 都是单调不增 (减) 的, w_d 关于 $\sigma_{c_2}^2$ 是单调不减 (增) 的, 如果 $\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}>(<)0$, 则零售商期望利润, 制造商期望利润以及系统期望利润关于 ${\sigma_{c_2}}^2$ 都是单调递增 (减) 的.

命题 4–6 可以直接由命题 3 推出. 需要注意的是命题 5 和 6 中对 $\frac{\partial T^{-1}(c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}$, $\frac{\partial(\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x-c_{10}T^{-1}(c_{10}))}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}$ 和 $\frac{\partial(\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x+T^{-1}(c_{10})c_{10})}{\partial{\sigma_{c_2}}^2}$ 的取值, 只列出了比较简单的情况, 更一般的是其取值随着 ${\sigma_{c_2}}^2$ 取值范围的不同而变化, 这时只要根据它们的符号, 对 ${\sigma_{c_2}}^2$ 分区间讨论即可.

4.3 数值算例

本节通过给出具体的参数值和生产成本的分布来重点揭示分散化时生产成本风险对产能决策,双方绩效和系统运作风险的影响, 并比较系统运作风险关于各风险的敏感性程度.

设 $g_2(x)=\frac{kx^{k-1}}{(u_{c_2})^k}$, $x\in(0,u_{c_2})$, $G_2(x)=(\frac{x}{u_{c_2}})^k$, $x\in(0,\ u_{c_2})$, 即生产成本服从区间 $(0,\ u_{c_2})$ 上的幂指分布, 可以推出 $T(x)=\frac{x^{k+1}}{(k+1)(u_{c_2})^k}$, $x\in(0,\ u_{c_2})$, $c_{20}=\frac{ku_{c_2}}{k+1}$, ${\sigma_{c_2}}^2=\frac{(c_{20})^2}{k(k+2)}$. 令 $u_{c_2}=\frac{(k+1)c_{20}}{k}$, 则可

以保证当 k 发生变化时, 生产成本期望保持不变, 方差 (风险) 不断减小. 相应的有 $T(x)=\frac{k^k x^{k+1}}{(c_{20})^k(k+1)^{k+1}}$, $T^{-1}(x)=(\frac{c_{20}}{k})^{\frac{k}{k+1}}(k+1)x^{\frac{1}{k+1}}$, $T^{-1}(c_{10})=(\frac{c_{20}}{k})^{\frac{k}{k+1}}(k+1)(c_{10})^{\frac{1}{k+1}}$. 不难推出如下命题 7.

命题 7 当 $k>\frac{c_{20}}{c_{10}}$ 时有 $c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 成立; 当 $\frac{c_{20}}{a_0-c_{20}}<k\leq\frac{c_{20}}{c_{10}}$ 时有 $a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 成立; 当 $k\leq\frac{c_{20}}{a_0-c_{20}}$ 时有 $u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 成立.

令 $a_0=1$, $c_{10}=0.1$, $c_{20}=0.2$, ${\sigma_a}^2=0.05$, ${\sigma_{c_1}}^2=0.02$, $u_{c_2}=\frac{(k+1)c_{20}}{k}$ 进行数值计算可以得到相关结论如图 3–6 所示:

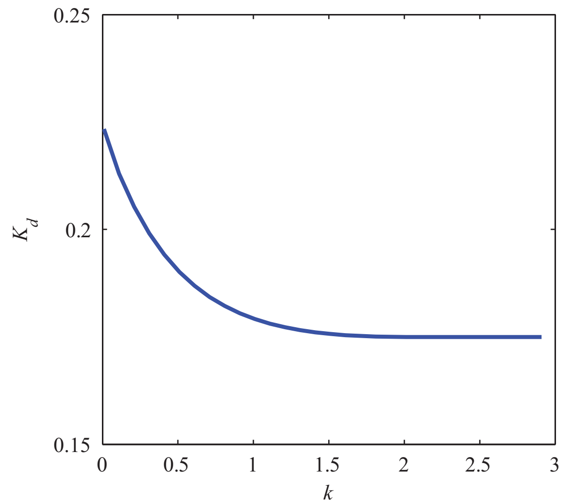

图 3 产能决策

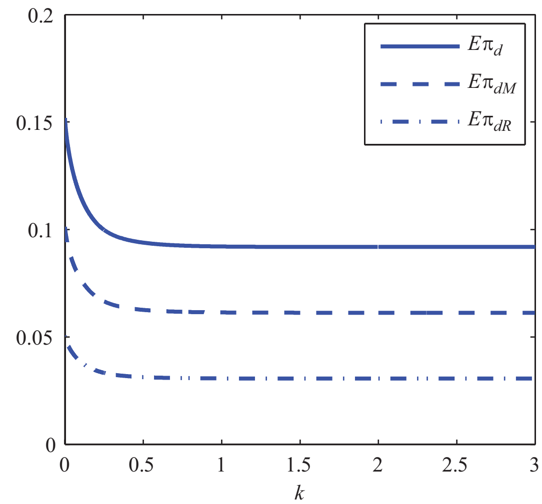

图 4 零售商期望利润, 制造商期望利润, 系统期望利润

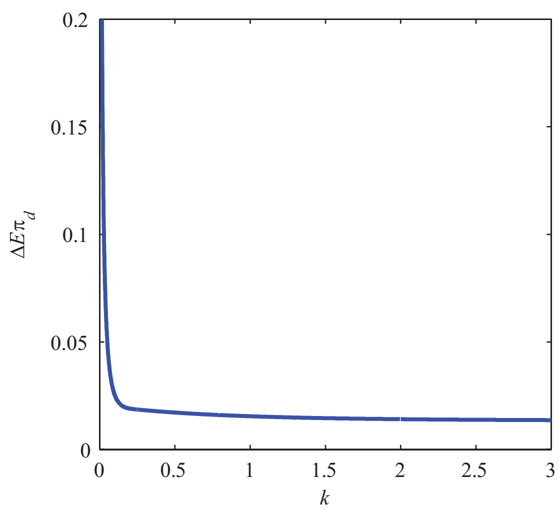

图 5 系统运作风险

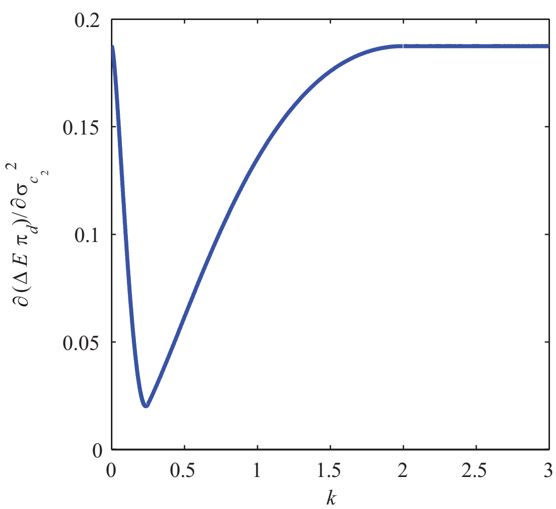

图 6 系统运作风险对生产成本方差的一阶偏导

注意到 $\sigma_{c_2}^2=\frac{(c_{20})^2}{k(k+2)}=\frac{0.04}{k(k+2)}$, 当 k 在 $(0,+\infty)$ 上由小到大变化取值时, c_{20} 保持不变为 0.2, $\sigma_{c_2}^2$ 的值则不断减小, 并且满足 $\sigma_{c_2}^2\in(0,+\infty)$. 进一步, 当 $k\in(0,0.25)$ 时, $\sigma_{c_2}^2\in(0.711,+\infty)$; 当 $k\in(0.25,2)$ 时, $\sigma_{c_2}^2\in(0.005,0.711)$; 当 $k\in(2,+\infty)$ 时, $\sigma_{c_2}^2\in(0,0.005)$. 观察图 3–6 再结合命题 3 和命题 5–7, 可以得到结论 1)–3).

1) 由图 3 和图 4 可以看出, 当 $k\leq 2$ 时, 产能、制造商期望利润、零售商期望利润、系统期望利润分别关于 k 严格单调递减, 说明当 $\sigma_{c_2}^2\geq 0.005$ 时, 产能、制造商期望利润、零售商期望利润、系统期望利润分别关于生产成本方差严格单调递增. 而当 $k>2$ 时, 产能、制造商期望利润、零售商期望利润、系统期望利润都保持不变, 说明当 $\sigma_{c_2}^2<0.005$ 时, 生产成本方差的变化对这些因素不再产生影响. 所以产能、制造商期望利润、零售商期望利润、系统期望利润分别关于生产成本风险在区间 $(0,+\infty)$ 上先不变然后严格单调递增.

2) 由图 5 可以看出, 系统运作风险关于 k 严格单调递减, 说明系统运作风险总是随着生产成本风险 (方

差) 的增大而增大.

3) 由图 6 可以看出当 $k \leq 0.25$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度关于 k 严格单调递减, 说明当 $\sigma_{c_2}^2 \geq 0.711$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度关于生产成本方差严格单调递增; 当 $0.25 < k \leq 2$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度关于 k 严格单调递增, 说明当 $0.005 \leq \sigma_{c_2}^2 < 0.711$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度关于生产成本方差严格单调递减; 当 $k > 2$ 时系统运作风险随生产成本方差的递增程度关于 k 保持不变, 说明当 $\sigma_{c_2}^2 < 0.005$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度不受生产成本方差的影响. 并且当 $k \leq 2$ 即 $\sigma_{c_2}^2 \geq 0.005$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度总小于其随产能成本方差或需求方差的递增程度; 当 $k > 2$ 即 $\sigma_{c_2}^2 < 0.005$ 时, 系统运作风险随生产成本方差的递增程度等于其随产能成本方差或需求方差的递增程度为常数 3/16. 所以, 系统运作风险随生产成本风险的递增程度关于生产成本风险在区间 $(0, +\infty)$ 上先不变然后严格单调递减最后严格单调递增, 并且严格单调变化的过程中, 系统运作风险随生产成本风险的递增程度严格小于系统运作风险随产能成本风险或需求风险的递增程度.

5　结束语

通过构建制造商与零售商在不同成本风险和需求风险环境下产能与订货两阶段动态决策模型, 揭示了多源不确定风险与供应链运作绩效关系, 风险源的影响条件和影响强度. 结论表明产能成本风险和需求风险对决策和双方期望利润没有产生影响而生产成本风险则会产生影响; 系统运作风险随产能成本风险和需求风险的敏感性程度相等且为固定常数. 最后通过数值计算, 分析了当生产成本服从幂指分布时两阶段动态供应链的运作风险、决策、双方绩效关于生产成本方差的敏感性程度. 数值结果表明当生产成本方差低于特定临界值时, 产能决策, 制造商期望利润, 零售商期望利润, 系统期望利润不受生产成本波动性的影响; 当生产成本方差超过该临界值时, 产能决策, 制造商期望利润, 零售商期望利润, 系统期望利润均随生产成本波动性的增加而增加. 系统运作风险始终随着生产成本波动性的增加而增加, 当生产成本方差低于上述临界值时, 系统运作风险关于生产成本波动性的变化程度保持不变且等于系统运作风险关于产能成本或需求波动性的变化程度; 当生产成本方差高于该临界值时, 系统运作风险关于生产成本波动性的变化程度经历了由递减到递增的过程, 但总是低于生产成本方差小于该临界值时的变化程度. 这些研究结论将给管理者提供很好的控制和管理风险的依据, 管理者可以根据自己的风险态度, 将生产成本的风险控制在一个最佳点以最大化自己的期望效用.

参考文献

[1] Üklü S, Beril Tokay L, Yücesan E. Risk ownership in contract manufacturing[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2007, 9(3): 225–241.

[2] Van Mieghem J A. Risk mitigation in newsvendor networks: Resource diversification, flexibility, sharing, and hedging[J]. Management Science, 2007, 53(8): 1269–1288.

[3] Cachon G P, Terwiesch C. Matching Supply with Demand[M]. Boston: Irwin McGraw-Hill, 2006.

[4] Gerchak Y, Vickson R, Parlar M. Periodic review production models with variable yield and uncertain demand[J]. IIE Transactions, 1988, 20(2): 144–150.

[5] Agrawal N, Nahmias S. Rationalization of the Supplier Base in the Presence of Yield Uncertainty[M]// Lee H L, Ng S M. Global Supply Chain and Technology Management, Florida: Production and Operations Management Society Publishers, 1998.

[6] Gurnani H, Tang C S. Note: Optimal ordering decisions with uncertain cost and demand forecast updating[J]. Management Science, 1999, 45: 1456–1462.

[7] Iyer A, Deshpande V, Wu Z. A postphonement model for demand management[J]. Management Science, 2003, 49(8): 983–1002.

[8] Nagurney A, Cruz J, Dong J, et al. Supply chain networks, electronic commerce, and supply side and demand side risk[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 164(1): 120–142.

[9] Corbett C J, Rajaram K A. Generalization of the inventory pooling effect to nonnormal dependent demand[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2006, 8(4): 351–357.

[10] Takezawa N, Rajasekera J. Risk hedging through forward supply contract and equity ownership in a spin-off decision[J]. International Journal of Production Economics, 2007, 106(2): 532–543.

[11] 盛方正, 季建华. 基于供应链风险管理的带期权的远期合同 [J]. 工业工程与管理, 2007(6): 13–17.

Sheng F Z, Ji J H. Optional forwards based on supply chain risk management[J]. Industrial Engineering and Management, 2007(6): 13–17.
[12] Awi F, Nan Y. Selecting a portfolio of suppliers under demand and supply risks[J]. Operations Research, 2009, 56(4): 916–936.
[13] Van Mieghem J A, Data M. Price versus production postponement: Capacity and competition[J]. Management Science, 1999, 45(12): 1631–1644.
[14] Chod J, Rudi N. Resource flexibility with responsive pricing[J]. Operation Research, 2005, 53(3): 532–548.
[15] Cho S H, Tang C S. Advance booking programs for managing supply, demand, and price risks[R]. Working Paper, 2010.
[16] Cachon G P, Zipkin P H. Competition and cooperative inventory policies in a two-stage supply chain[J]. Management Science, 1999, 50: 1274–1292.

附录

命题 1 的证明

证明 先考虑 $a_0\geq u_{c_2}$ 的情况, 此时由 (3) 式可得

$$E\pi=\int_{a_0-2K}^{u_{c_2}}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\int_0^{a_0-2K}(a_0-K-x)Kg_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K.$$

上式可以表示成关于 K 的分段函数, 形式为

$$E\pi=\begin{cases}\displaystyle\int_0^{u_{c_2}}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K, & K\geq\dfrac{a_0}{2},\\ \displaystyle\int_{a_0-2K}^{u_{c_2}}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\int_0^{a_0-2K}(a_0-K-x)Kg_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K, & \dfrac{a_0-u_{c_2}}{2}\leq K<\dfrac{a_0}{2},\\ \displaystyle\int_0^{u_{c_2}}(a_0-K-x)Kg_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K, & 0\leq K<\dfrac{a_0-u_{c_2}}{2}.\end{cases}$$

$E\pi$ 关于 K 的一阶和二阶导数分别为

$$\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}=\begin{cases}-c_{10}, & K\geq\frac{a_0}{2},\\ \displaystyle\int_0^{a_0-2K}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}, & \dfrac{a_0-u_{c_2}}{2}\leq K<\dfrac{a_0}{2},\\ a_0-2K-c_{10}-c_{20}, & 0\leq K<\dfrac{a_0-u_{c_2}}{2},\end{cases}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2(E\pi)}{\mathrm{d}K^2}=\begin{cases}0, & K\geq\dfrac{a_0}{2},\\ -2G_2(a_0-2K), & \dfrac{a_0-u_{c_2}}{2}\leq K<\dfrac{a_0}{2},\\ -2, & 0\leq K<\dfrac{a_0-u_{c_2}}{2}.\end{cases}$$

通过上式可以推出 $E\pi$ 关于 K 的一阶导数在 $(0,+\infty)$ 上存在且连续性, 并且 $E\pi$ 在区间 $(0,\frac{a_0}{2})$ 上严格凹, 在区间 $(\frac{a_0}{2},+\infty)$ 上严格单调递减. 再注意到 $\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}|_{K=0}=a_0-c_{10}-c_{20}>0$, 而 $\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}|_{K=\frac{a_0}{2}}=-c_{10}<0$, 显然 $E\pi$ 的一阶导数为 0 的点即为最大值点并且落在区间 $(0,\frac{a_0}{2})$ 上. 如果 $u_{c_2}<c_{10}+c_{20}$, 则 $\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}|_{K=\frac{a_0-u_{c_2}}{2}}=\int_0^{u_{c_2}}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}=u_{c_2}-c_{10}-c_{20}<0$, 此时 $E\pi$ 的一阶导数为 0 的点落在区间 $(0,\frac{a_0-u_{c_2}}{2})$ 上, 并且满足 $a_0-2K-c_{10}-c_{20}=0$, 即 $K_c=(a_0-c_{10}-c_{20})/2$; 如果 $u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 则同理可以推出 $E\pi$ 的一阶导数为零的点落在区间 $[\frac{a_0-u_{c_2}}{2},\frac{a_0}{2})$ 上, 并且满足 $\int_0^{a_0-2K}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}=T(a_0-2K)-c_{10}=0$, 即 $K_c=(a_0-T^{-1}(c_{10}))/2$.

再来考虑 $a_0<u_{c_2}$ 的情况, 同样系统期望利润也可以表示成分段函数, 形式为

$$E\pi=\begin{cases}\displaystyle\int_0^{a_0}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K, & K\geq\dfrac{a_0}{2},\\ \displaystyle\int_{a_0-2K}^{a_0}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\int_0^{a_0-2K}(a_0-K-x)Kg_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}K, & 0\leq K<\dfrac{a_0}{2},\end{cases}$$

$E\pi$ 关于 K 的一阶和二阶导数分别为

$$\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}=\begin{cases}-c_{10}, & K\geq\dfrac{a_0}{2},\\ \displaystyle\int_0^{a_0-2K}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}, & 0\leq K<\dfrac{a_0}{2},\end{cases}\quad\frac{\mathrm{d}^2(E\pi)}{\mathrm{d}K^2}=\begin{cases}0, & K\geq\dfrac{a_0}{2},\\ -2G_2(a_0-2K), & 0\leq K<\dfrac{a_0}{2}.\end{cases}$$

同样 $E\pi$ 关于 K 的一阶导数在 $(0,+\infty)$ 上存在且连续性, 并且 $E\pi$ 在区间 $(0,\frac{a_0}{2})$ 上严格凹, 在区间 $(\frac{a_0}{2},+\infty)$ 上严格单调递减. 注意到 $\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}|_{K=0}=\int_0^{a_0}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}=T(a_0)-c_{10}$, 而 $\frac{\mathrm{d}(E\pi)}{\mathrm{d}K}|_{K=\frac{a_0}{2}}=-c_{10}<0$, 如果 $a_0\geq T^{-1}(c_{10})$, 则 $E\pi$ 的最大值点落在区间 $(0,\frac{a_0}{2})$ 上且满足一阶条件 $\int_0^{a_0-2K}G_2(x)\mathrm{d}x-c_{10}=T(a_0-2K)-c_{10}=0$, 即 $K_c=(a_0-T^{-1}(c_{10}))/2$; 如果 $a_0<T^{-1}(c_{10})$, 则 $K_c=0$.

综合上边的结论再结合 (2) 式可以得到一体化时的均衡结果为

$c_{10}+c_{20}>u_{c_2}$ 时, $K_c=Q_c=(a_0-c_{10}-c_{20})/2$, $E\pi_c=(a_0-c_{10}-c_{20})^2/4$;

$a_0>u_{c_2}\geq c_{10}+c_{20}$ 时, $K_c=\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}$, $Q_c=\frac{a_0-\max\{c_2,T^{-1}(c_{10})\}}{2}$,

$$\begin{aligned}
E\pi_c=&\int_{T^{-1}(c_{10})}^{u_{c_2}}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\int_0^{T^{-1}(c_{10})}\left(\frac{a_0+T^{-1}(c_{10})}{2}-x\right)\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}g_2(x)\mathrm{d}x\\
&-\frac{c_{10}(a_0-T^{-1}(c_{10}))}{2}\\
=&\int_0^{u_{c_2}}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x-\int_0^{T^{-1}(c_{10})}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\frac{{a_0}^2-(T^{-1}(c_{10}))^2}{4}G_2(T^{-1}(c_{10}))\\
&-\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}\left[T^{-1}(c_{10})G_2(T^{-1}(c_{10}))-\int_0^{T^{-1}(c_{10})}G_2(x)\mathrm{d}x\right]-\frac{c_{10}(a_0-T^{-1}(c_{10}))}{2}\\
=&\frac{(a_0-c_{20})^2+\sigma_{c_2}^2}{4}-\frac{1}{2}\int_0^{T^{-1}(c_{10})}(a_0-x)G_2(x)\mathrm{d}x\\
=&\frac{(a_0-c_{20})^2+\sigma_{c_2}^2-2a_0c_{10}}{4}+\frac{1}{2}c_{10}T^{-1}(c_{10})-\frac{1}{2}\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x;
\end{aligned}$$

$u_{c_2}\geq a_0>T^{-1}(c_{10})$ 时, $K_c=\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}$, $Q_c=\frac{(a_0-\max\{c_2,T^{-1}(c_{10})\})^+}{2}$,

$$\begin{aligned}
E\pi_c=&\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x+\int_0^{T^{-1}(c_{10})}\left(\frac{a_0+T^{-1}(c_{10})}{2}-x\right)\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}g_2(x)\mathrm{d}x\\
&-\frac{c_{10}(a_0-T^{-1}(c_{10}))}{2}\\
=&\int_0^{a_0}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x-\int_0^{T^{-1}(c_{10})}\frac{(a_0-x)^2}{4}g_2(x)\mathrm{d}x\\
&+\int_0^{T^{-1}(c_{10})}\left(\frac{a_0+T^{-1}(c_{10})}{2}-x\right)\frac{a_0-T^{-1}(c_{10})}{2}g_2(x)\mathrm{d}x-\frac{c_{10}(a_0-T^{-1}(c_{10}))}{2}\\
=&\frac{1}{2}\int_0^{a_0}(a_0-x)G_2(x)\mathrm{d}x-\frac{c_{10}(a_0-T^{-1}(c_{10}))}{2}-\frac{1}{2}\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x\\
=&\frac{1}{2}\int_0^{a_0}T(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}(a_0-T^{-1}(c_{10}))c_{10}-\frac{1}{2}\int_0^{T^{-1}(c_{10})}T(x)\mathrm{d}x\\
=&\frac{1}{2}\int_{T^{-1}(c_{10})}^{a_0}T(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}(a_0-T^{-1}(c_{10}))c_{10}.
\end{aligned}$$

$a_0\leq T^{-1}(c_{10})$ 时, 一定有 $u_{c_2}\geq T^{-1}(c_{10})\geq a_0$, 且 $K_c=0$, 即供应链不具有运作性. 证毕.