

三相 APF 的切换系统建模与二次最优控制

李春文¹, 汤洪海², 郑雪生², 戎袁杰²

(1. 河南省信息化电器重点实验室, 河南省 郑州市 450000; 2. 清华大学自动化系, 北京市 海淀区 100084)

Modeling and Quadratic Optimal Control of Three-phase APF Based on Switched System

LI Chun-wen¹, TANG Hong-hai², ZHENG Xue-sheng², RONG Yuan-jie²

(1. Key Laboratory of Informational Electric Apparatus in Henan Province, Zhengzhou 450000, Henan Province, China;

2. Department of Automation, Tsinghua University, Haidian District, Beijing 100084, China)

ABSTRACT: A new equivalent discrete-time switched linear system (EDSLS) model of the three-phase active power filter (APF) based on the pulse-width modulator (PWM) theory is proposed. Then the EDSLS model is further transformed to a linear equivalent discrete-time switched linear system (LEDSLS) by linearization at some neighborhood of the equilibrium manifold. Finally, a quadratic linear optimal controller is designed with on-time tracking property, where the duty cycle is adopted as the control variables. The proposed control scheme has clearer physical significance and can be easily adopted in practice. The simulation results show that the proposed three-phase APF model and the control strategy are correct and effective.

KEY WORDS: active power filter; switched linear system; pulse width modulation; digital optimal control

摘要: 为提高三相有源电力滤波器(active power filter, APF)的动态控制性能, 基于 PWM 原理提出一种三相 APF 的等效离散切换系统模型(equivalent discrete-time switched linear system, EDSLS), 经平衡流形邻域线性化后得到其线性离散系统模型(linear equivalent discrete-time switched linear system, LEDSLS), 最后针对该模型设计了能够实时跟踪补偿指令电流的二次线性最优控制器。该控制器以 PWM 占空比为控制量, 物理意义明确, 易于工程实现, 并具有潜在的应用价值。仿真结果证明了该系统模型的正确性, 设计的控制器可有效提高三相 APF 的动态性能。

关键词: 有源电力滤波器; 切换线性系统; 脉冲宽度调制; 数字优化控制

0 引言

有源电力滤波器(active power filter, APF)被认

基金项目: 国家自然科学基金项目(69774011, 60433050)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (69774011, 60433050).

为抑制谐波最有效的设备之一, 被广泛的研究和应用^[1-3]。

目前对 APF 分析的基本思路是线性化后进行统一建模, 即对各开关模态做时域上的平均处理, 忽略其非线性部分, 得到相应的周期平均模型^[4-5]。李玉梅的无差拍控制^[6], 周卫平、周柯等研究的电流跟踪控制^[7-8], 费万民的单周控制方法^[9], 以及 Battista 采用的滑模变结构方法均基于周期平均模型取得了一定的成果^[10-15]。但 APF 是一个典型的开关非线性不确定系统, 如果按照线性电路理论分析和设计有源滤波器, 则只能在宏观上了解其性能, 而无法准确地得到它的运动规律, 不具有一般和广泛的适用性。

从系统工作特点看, APF 是一种典型的混杂动态系统——切换线性系统, 胡宗波和 Willem 等运用切换线性系统理论在 Buck 和 Boost 等 DC-DC 变换器的能控性和能达性方面已取得了一些进展^[16-18], 文献[19]对单相 APF 采用切换系统理论进行了控制策略研究, 但对于三相 APF 的研究则因复杂的电路结构和控制目标等使得这方面的工作进展缓慢。

本文采用混杂系统理论对三相 APF 建立了一套能精确反映开关切换特性的控制数学模型, 并在其工作的平衡流形邻域近似线性化得到了线性等效离散系统模型, 最后在此基础上设计了二次线性最优控制器来提高系统的动态性能。

1 三相 APF 动态建模

图 1 为三相有源滤波器的功率逆变器电路, 它与非线性负荷并联接入电网, 其优点是结构简单、体积小、效率高。令 i_{cj}^* ($j=a,b,c$) 为非线性负载电流

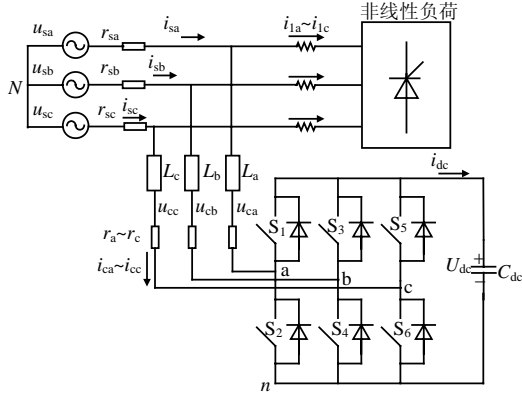


图 1 三相并联 APF 原理图

Fig. 1 Schematic diagram of three-phase shunt APF

i_{lj} 中检测出的高次谐波及无功电流分量，即指令电流。通过控制 6 个开关元件 $S_1 \sim S_6$ 的开通与关断，实现 APF 产生电流 i_{cj} 跟踪 i_{cj}^* ，从而使非线性负载从系统中吸收的电流 i_{sj} 只包含正弦有功分量，以实现谐波补偿的目的。其中 L_j 为三相滤波电感，令 $L_a=L_b=L_c=L$ ， r 为电感等值电阻， C_{dc} 为直流电容， u_{sj} 为系统电源电压， r_{sj} 为系统电源内阻， U_{dc} 为直流电容电压。

由图 1 可得

$$\begin{cases} u_{sa} = L \frac{di_{ca}}{dt} + r i_{ca} + r_{sa} i_{sa} + U_{an} + U_{nN} \\ u_{sb} = L \frac{di_{cb}}{dt} + r i_{cb} + r_{sb} i_{sb} + U_{bn} + U_{nN} \\ u_{sc} = L \frac{di_{cc}}{dt} + r i_{cc} + r_{sc} i_{sc} + U_{cn} + U_{nN} \end{cases} \quad (1)$$

用 $p_j (j=a,b,c)$ 表示开关状态，取值如下：

$$\begin{cases} p_a = \begin{cases} 1, & S_1 \text{ 闭合且 } S_2 \text{ 断开} \\ 0, & S_1 \text{ 断开且 } S_2 \text{ 闭合} \end{cases} \\ p_b = \begin{cases} 1, & S_3 \text{ 闭合且 } S_4 \text{ 断开} \\ 0, & S_3 \text{ 断开且 } S_4 \text{ 闭合} \end{cases} \\ p_c = \begin{cases} 1, & S_5 \text{ 闭合且 } S_6 \text{ 断开} \\ 0, & S_5 \text{ 断开且 } S_6 \text{ 闭合} \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

则有下式成立

$$\begin{cases} U_{an} = p_a \cdot U_{dc} \\ U_{bn} = p_b \cdot U_{dc} \\ U_{cn} = p_c \cdot U_{dc} \end{cases} \quad (3)$$

$$U_{aN} + U_{bN} + U_{cN} = 0 \quad (4)$$

因而有

$$U_{nN} = -\frac{1}{3}(p_a + p_b + p_c)U_{dc} \quad (5)$$

代入式(1)中可得

$$\frac{di_{cj}}{dt} = -\frac{r}{L} i_{cj} - \frac{r_{sj}}{L} i_{sj} - \frac{1}{L} (p_j - \frac{1}{3} \sum_{m=a,b,c} p_m) U_{dc} + \frac{u_{sj}}{L} \quad (6)$$

又

$$i_{dc} = C_{dc} \frac{dU_{dc}}{dt} = p_a i_{ca} + p_b i_{cb} + p_c i_{cc} \quad (7)$$

令开关函数为

$$S_j = p_j - \frac{1}{3} \sum_{m=a,b,c} p_m, \quad j=a,b,c$$

可以验证有

$$C_{dc} \frac{dU_{dc}}{dt} = \sum_{m=a,b,c} p_m i_{cm} = \sum_{m=a,b,c} S_m i_{cm} \quad (8)$$

写成状态方程的形式为

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{di_{cc}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 & 0 & -\frac{S_a}{L} \\ 0 & -\frac{r}{L} & 0 & -\frac{S_b}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{r}{L} & -\frac{S_c}{L} \\ \frac{S_a}{C_{dc}} & \frac{S_b}{C_{dc}} & \frac{S_c}{C_{dc}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ i_{cc} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} - \frac{r_{sa}}{L} i_{sa} \\ \frac{u_{sb}}{L} - \frac{r_{sb}}{L} i_{sb} \\ \frac{u_{sc}}{L} - \frac{r_{sc}}{L} i_{sc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

可以验证有式(10)成立

$$\frac{dU_{dc}}{dt} = \frac{1}{C_{dc}} (2S_a + S_b) i_{ca} + \frac{1}{C_{dc}} (S_a + 2S_b) i_{cb} \quad (10)$$

则状态方程可降阶为

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 & -\frac{S_a}{L} \\ 0 & -\frac{r}{L} & -\frac{S_b}{L} \\ \frac{2S_a + S_b}{C_{dc}} & \frac{S_a + 2S_b}{C_{dc}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} - \frac{r_{sa}}{L} i_{sa} \\ \frac{u_{sb}}{L} - \frac{r_{sb}}{L} i_{sb} \\ 0 \end{bmatrix} = A(S_a, S_b) \mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (11)$$

至此即得到了三相 APF 的切换动态模型式(11)。为实现负荷电流补偿，选择输出函数为

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} [i_{ca} - i_{ca}^* \quad i_{cb} - i_{cb}^* \quad U_{dc} - U_{dc0}]^T \quad (12)$$

式中： \mathbf{x} 、 (S_a, S_b) 、 \mathbf{y} 分别为对应于 APF 的状态向量、输入向量和输出向量； $A(S_a, S_b)$ ， \mathbf{b} ， \mathbf{C} 为 APF 工作模式的系数矩阵。

2 三相 APF 切换系统离散化

本文对补偿电流采用三相统一 PWM 调制，如图 2 所示。三相共载波 PWM 波形生成方法突出特点是将三相作为一个完整体系去处理，即在同一载波周

期内,对A、B、C三相同步进行调制。对应于图2,在同一载波周期内经过调制产生7个时间子区间,即 $t_1 \sim t_7$,每一时间子区间对应不同的状态。为简化计算不妨对图2的脉宽重新排列得到图3所示的三相共载波PWM脉冲,其中脉宽大小顺序与计算出的指令电流大小相一致。则在同一载波周期内经过PWM调制产生4个时间子区间,只需计算出 d_1 、 d_2 和 d_3 的大小即可确定该载波周期内的三相PWM波形,然后根据脉宽大小顺序与三相指令电流进行对相。

假设 k 点的三相指令电流的大小顺序为: $i_{\text{lcak}}^* > i_{\text{lcbk}}^* > i_{\text{lcck}}^*$,由图3根据 p_a 、 p_b 、 p_c 的变化可将系统式(11)看作4个线性子系统组成的切换线性系统,见式(13),其中各子系统的开关函数取值如表1所示。

4个子系统的状态方程分别为

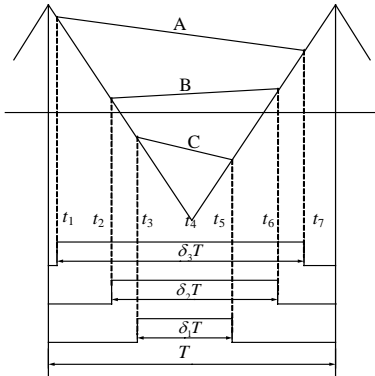


图2 三相共载波 PWM 脉冲生成

Fig. 2 Three-phase PWM pulses generation with common carrier wave

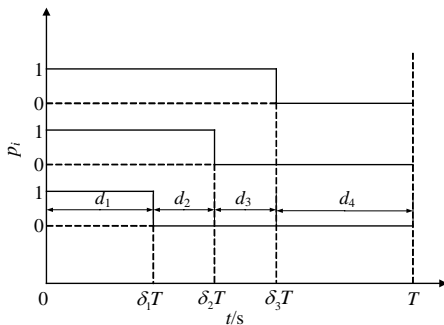


图3 三相 PWM 脉冲

Fig. 3 Three-phase PWM pulses

表1 S_j 数值表

Tab. 1 Value of S_j

子系统	S_a	S_b
sys1	0	0
sys2	1/3	1/3
sys3	2/3	-1/3
sys4	0	0

$$\begin{cases}
 \text{sys1:} \begin{cases} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{r}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} & \frac{r_{sa}}{L} \\ \frac{u_{sb}}{L} & \frac{r_{sb}}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} = \\
 \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b} \\
 \text{sys2:} \begin{cases} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{r}{L} & 0 & -\frac{1}{3L} \\ 0 & -\frac{r}{L} & \frac{1}{3L} \\ \frac{1}{C_{dc}} & \frac{1}{C_{dc}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} & \frac{r_{sa}}{L} \\ \frac{u_{sb}}{L} & \frac{r_{sb}}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} = \\
 \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b} \\
 \text{sys3:} \begin{cases} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{r}{L} & 0 & -\frac{2}{3L} \\ 0 & -\frac{r}{L} & \frac{1}{3L} \\ \frac{1}{C_{dc}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} & \frac{r_{sa}}{L} \\ \frac{u_{sb}}{L} & \frac{r_{sb}}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} = \\
 \mathbf{A}_3 \mathbf{x} + \mathbf{b} \\
 \text{sys4:} \begin{cases} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{dU_{dc}}{dt} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{r}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ U_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} & \frac{r_{sa}}{L} \\ \frac{u_{sb}}{L} & \frac{r_{sb}}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} = \\
 \mathbf{A}_4 \mathbf{x} + \mathbf{b}
 \end{cases} \quad (13)$$

由式(13)可见APF的系统状态为连续变量,而每个子系统的工作时间 d_i 为离散量,导致开关函数 S_j 也为离散量,APF的工作原理即通过控制各子系统持续时间 d_k 的长短来改变系统模型,从而实现补偿电流对指令电流的跟踪。因此若要深入研究APF的混杂特性并设计高性能的控制器,则需进一步考虑每个子系统的动态过程。通过切换 \mathbf{x}_k 经中间状态 $\mathbf{x}_k^{\delta_{1k}}$ 、 $\mathbf{x}_k^{\delta_{2k}}$ 、 $\mathbf{x}_k^{\delta_{3k}}$ 变为 \mathbf{x}_{k+1} ,即

$$\begin{cases}
 \mathbf{x}_k^{\delta_{1k}} = \Phi_1^{\delta_{1k}} \mathbf{x}_k + \gamma_1^{\delta_{1k}} \\
 \mathbf{x}_k^{\delta_{2k}} = \Phi_1^{\delta_{2k}} \mathbf{x}_k^{\delta_{1k}} + \gamma_1^{\delta_{2k}} \\
 \mathbf{x}_k^{\delta_{3k}} = \Phi_1^{\delta_{3k}} \mathbf{x}_k^{\delta_{2k}} + \gamma_1^{\delta_{3k}} \\
 \mathbf{x}_{k+1} = \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \mathbf{x}_k^{\delta_{3k}} + \gamma_0^{1-\delta_{3k}}
 \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\Phi_1^{\delta_{1k}} = e^{A_1 \delta_{1k}}$, $\gamma_1^{\delta_{1k}} = \int_0^{\delta_{1k}} e^{A_1 \mu} \mathbf{b} d\mu$;

$\Phi_1^{\delta_{2k}} = e^{A_2 \delta_{2k}}$, $\gamma_1^{\delta_{2k}} = \int_{\delta_{1k}}^{\delta_{2k}} e^{A_2 \mu} \mathbf{b} d\mu$;

$\Phi_1^{\delta_{3k}} = e^{A_3 \delta_{3k}}$, $\gamma_1^{\delta_{3k}} = \int_{\delta_{2k}}^{\delta_{3k}} e^{A_3 \mu} \mathbf{b} d\mu$;

$$\Phi_0^{1-\delta_3} = e^{A_4(1-\delta_3)T}, \gamma_0^{1-\delta_3} = \int_{\delta_3 T}^T e^{A_4 \mu} b d\mu。$$

取非连续输入 $\delta = [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3]^T$ 为输入函数, 则系统式(11)的等效离散切换系统(EDSLS)为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} i_{ca(k+1)} \\ i_{cb(k+1)} \\ U_{dc(k+1)} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\delta_k) \begin{bmatrix} i_{cak} \\ i_{cbk} \\ U_{dck} \end{bmatrix} + \mathbf{g}(\delta_k)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_{cak} - i_{lca}^* \\ i_{cbk} - i_{lcb}^* \\ U_{dck} - U_{dc} \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \quad (15)$$

式(15)的解为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \Phi_2^{\delta_{2k}} \Phi_3^{\delta_{1k}} \mathbf{x}_k + \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \Phi_2^{\delta_{2k}} \Phi_3^{\delta_{1k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} + \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} + \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} + \gamma_0^{1-\delta_{3k}} \quad (16)$$

此时输入向量由 (S_a, S_b) 等效变换为离散切换线性系统式(15)的 $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$, 其中

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\delta_k) = \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \Phi_2^{\delta_{2k}} \Phi_3^{\delta_{1k}} \\ \mathbf{g}(\delta_k) = \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \Phi_2^{\delta_{2k}} \Phi_3^{\delta_{1k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} + \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} + \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \gamma_1^{\delta_{1k}} \end{cases} \quad (17)$$

式(17)为输入 $(\delta_{1k}, \delta_{2k}, \delta_{3k})$ 的非线性函数, 且

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{C} [i_{lca}^* \ i_{lcb}^* \ 800]^T。$$

3 三相 APF 离散系统线性化

由式(17)可见系统式(15)对状态 \mathbf{x}_k 是仿射的, $\mathbf{F}(\delta_k)$ 和 $\mathbf{g}(\delta_k)$ 是输入 $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \delta_{3k}$ 的非线性函数。在控制器设计时首先对系统式(15)进行线性化, 有如下定义:

定义: 当系统三相补偿电流等于零(系统电流无畸变)时, APF 的输出电压为 $u_{cj} = u_{sj} - r_{sj} i_{sj}$ ($j=a,b,c$)。在一个工频周期内与输出电压 u_{cj} 相对应的三相 SPWM 脉宽函数为 $\delta(t) = [\delta_1(t), \delta_2(t), \delta_3(t)]$, 此时称三相 APF 系统的平衡流形为

$$\Psi_{\delta, \mathbf{x}} = \{[\delta(t), \mathbf{x}_0(t)] | q[\delta(t), \mathbf{x}_0(t)] = 0, t \in \mathbf{R}\} \quad (18)$$

可以证明 $\delta(t)$ 为图 4 所示三相正弦曲线。

定义在平衡流形式(18)邻域的差分为 $\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_0$, $\Delta \delta_k = \delta_k - \delta(t_k)$ 和 $\Delta \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{y}_0$, t_k 为第 k 个采样点与工频周期相对应的时刻, 相应 $\delta(t_k)$ 为与 1 个工频周期相对应的三相脉宽, 周期为 20 ms, $\delta(t_k)$ 可在系统参数确定后离线计算生成数据表。式(16)在平衡流形邻域近似线性化得到

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(\delta(t_k)) \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{H}(\delta(t_k)) \Delta \delta_k \\ \Delta \mathbf{y}_k = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{D}_k \end{cases} \quad (19)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\delta(t_k)) = \Phi_0^{1-\delta_{3k}} \Phi_1^{\delta_{3k}} \Phi_2^{\delta_{2k}} \Phi_3^{\delta_{1k}}, \\ \mathbf{H}(\delta(t_k)) = [\mathbf{H}_1(\delta(t_k)) \ \mathbf{H}_2(\delta(t_k)) \ \mathbf{H}_3(\delta(t_k))] = \\ \left[\begin{array}{c} \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\delta_k)}{\partial \delta_{1k}} \right|_{\delta(t_k)} \mathbf{x}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\delta_k)}{\partial \delta_{1k}} \right|_{\delta(t_k)} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\delta_k)}{\partial \delta_{2k}} \right|_{\delta(t_k)} \mathbf{x}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\delta_k)}{\partial \delta_{2k}} \right|_{\delta(t_k)} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\delta_k)}{\partial \delta_{3k}} \right|_{\delta(t_k)} \mathbf{x}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\delta_k)}{\partial \delta_{3k}} \right|_{\delta(t_k)} \end{array} \right] \end{cases} \quad (20)$$

式(20)也可在 APF 投入运行前系统参数设计完成后离线计算生成数据表。这样系统式(19)就转化为如下线性等效离散切换系统(LEDLS):

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Delta i_{ca(k+1)} \\ \Delta i_{cb(k+1)} \\ \Delta U_{dc(k+1)} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\delta(t_k)) \begin{bmatrix} \Delta i_{cak} \\ \Delta i_{cbk} \\ \Delta U_{dck} \end{bmatrix} + \\ \mathbf{H}_1(\delta(t_k)) \Delta \delta_{1k} + \mathbf{H}_2(\delta(t_k)) \Delta \delta_{2k} + \mathbf{H}_3(\delta(t_k)) \Delta \delta_{3k} \quad (21) \\ \Delta \mathbf{y}_k = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \Delta i_{cak} \\ \Delta i_{cbk} \\ \Delta U_{dck} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_{lca}^* \\ i_{lcb}^* \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_{cak} \\ i_{cbk} \\ \Delta U_{dck} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_{lca}^* \\ i_{lcb}^* \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

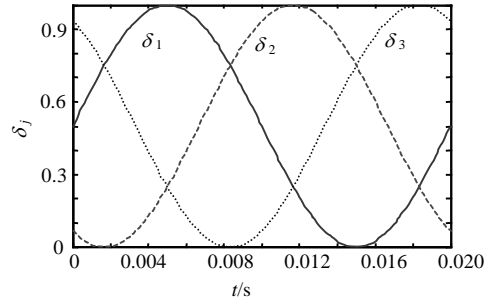


图 4 平衡流形的脉宽曲线
Fig. 4 Balance manifold pulse width curve

4 二次最优控制器设计

三相 APF 的切换系统模型更加精确, 不仅可以进行系统的稳定性分析, 还可以分析能控性、能观性等基本控制特性。对式(21)所示的离散线性系统, 若存在

$$\mathbf{Q}_k = [\mathbf{C}\mathbf{H}(\delta(t_k)) : \mathbf{C}\mathbf{F}(\delta(t_k))\mathbf{H}(\delta(t_k)), \dots, \mathbf{C}\mathbf{F}^{n-1}(\delta(t_k))\mathbf{H}(\delta(t_k))] \quad (22)$$

满秩, 则系统输出可控。取 $\mathbf{C}=1$, 对任意的 t_k , 只要满足式(23)满秩, 则系统式(21)输出可控。经验证, 本文中对任意 $\|\delta(t_k)\| \leq 1$, 均有 $\text{Rank}(\mathbf{Q}_k) = 3$, 所以系统输出可控。

下面对系统式(21)进行二次最优控制器设计, 定义目标函数为

$$J = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (\Delta \mathbf{y}_k^T \mathbf{Q} \Delta \mathbf{y}_k + \Delta \delta_k^T \mathbf{R} \Delta \delta_k) \quad (23)$$

式中 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别是输出变量和输入变量的加权矩

阵。要使式(23)达到最小值，需求解下式：

$$P(t_k)F(\delta(t_k)) + F^T(\delta(t_k))P(t_k) - P(t_k) \cdot H(\delta(t_k))R^{-1}H^T(\delta(t_k))P(t_k) + C^TQC = 0 \quad (24)$$

式(24)为一组RICCATI方程，称为RICCATI方程集，其方程个数与PWM调制周期有关，即 $n=T_s/T$ ， T_s 表示工频载波周期， T 表示PWM调制周期。由式(20)在APF投入运行前离线计算出 n 个RICCATI方程的正定解 $P(t_k)$ ，并生成数据表供APF运行时使用。

系统式(21)的线性最优输出反馈控制律为

$$\Delta\delta_k = -R^{-1}H^T(\delta(t_k))P(t_k) \begin{bmatrix} i_{cak} - i_{cak}^* \\ i_{cbk} - i_{cbk}^* \\ \Delta U_{dck} \end{bmatrix} = -K(t_k) \begin{bmatrix} i_{cak} - i_{cak}^* \\ i_{cbk} - i_{cbk}^* \\ \Delta U_{dck} \end{bmatrix} \quad (25)$$

5 仿真实验研究

下面对本文构造的三相APF系统模型和所设计的线性最优控制器在Matlab软件环境下进行数字仿真试验验证。载波频率为 10 kHz，电路参数 $r_{si}=0.5 \Omega$ ， $L_j=0.3 \text{ mH}(j=a,b,c)$ ， $C_{dc}=10\ 000 \mu\text{F}$ ，系统电压为 380 V/ 50 Hz，电容电压定为 $U_{dc0} = 800 \text{ V}$ ， $t = 0.02 \text{ s}$ 时投入APF。非线性负荷取为整流桥带感性负载，系统的谐波电流如表 2 所示。

表 2 谐波电流
Tab. 2 Harmonic current

次数 n	5	7	11	13	17	19
电流/A	22.9	10.1	8.0	6.5	5.1	4.3

在式(24)中取 $Q=R=I$ ，根据系统参数仿真前需分别计算出 $n=200$ 时，矩阵 $F(\delta(t_k))$ 、 $H(\delta(t_k))$ 和 $P(t_k)$ 的数值，仿真时通过判断A相电压过零点来对应计算式(25)。B、C两相补偿电流分别滞后和超前A相补偿电流 120°。仿真时需将指令电流的大小与计算得到的脉宽 $\Delta\delta_k$ 先对相再补偿，否则会出现错相导致系统失控。

本例中APF投入控制后效果如图 5~12 所示。其中图 5 为系统电压波形，图 6 为APF接入系统点的电压波形，此两电压差产生了APF注入系统的谐波电流；图 7 为APF注入系统电流波形，通常包括负荷电流 $i_L(t)$ 中的谐波分量和逆变器消耗的有功电流两部分；图 8 是产生图 6 所示电压时的脉宽函数示意图；图 9、10 分别为APF补偿前系统电流的波

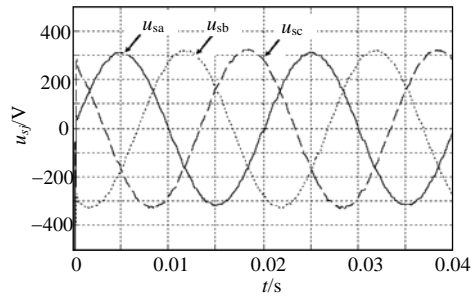


图 5 系统电压波形

Fig. 5 System voltage waveform

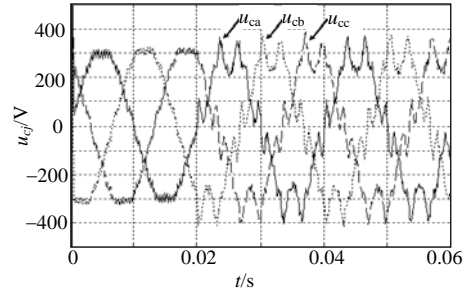


图 6 APF 输出电压波形

Fig. 6 Output voltage waveform of APF

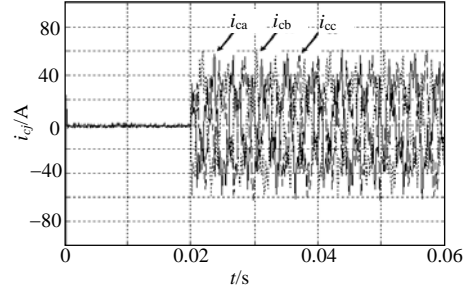


图 7 APF 补偿电流波形

Fig. 7 Current waveform of APF

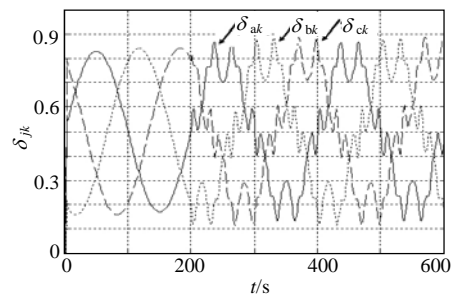


图 8 三相脉宽函数 δ_k

Fig. 8 Three-phase pulse width function δ_k

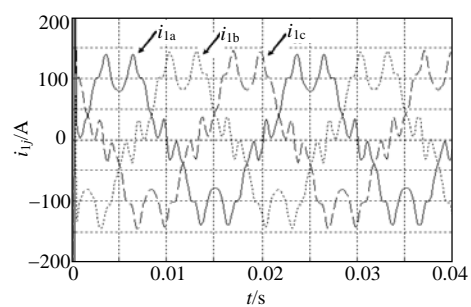


图 9 补偿前系统电流波形

Fig. 9 System current waveform before compensation

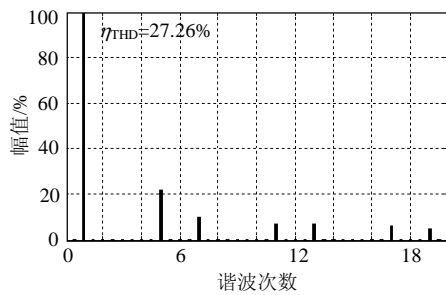


图 10 补偿前系统电流频谱

Fig. 10 System current spectrum before compensation

形和频谱, 可以看到谐波含量 η_{THD} 达到了 27.26%; 图 11、12 分别为经过补偿后的系统电流波形和频谱, 可以看到在控制器作用下系统电流 η_{THD} 降为 3.86%, 波形已基本上和系统电压波形一致。

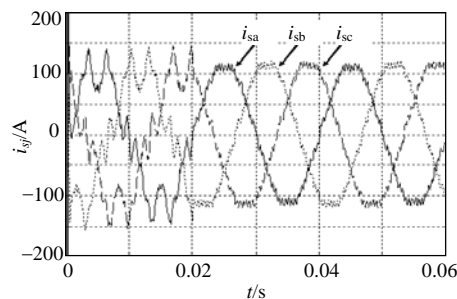


图 11 补偿后系统电流波形

Fig. 11 System current waveform after compensation

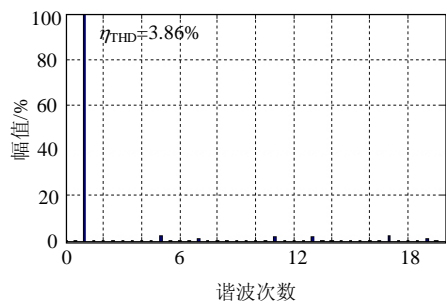


图 12 补偿后系统电流频谱

Fig. 12 System current spectrum after compensation

6 结论

本文根据PWM特点对计及开关动态变化的三相APF进行离散等效处理, 通过对平衡流形邻域进行近似线性化得到了以脉宽为控制量的等效模型, 并以脉宽为控制量设计了能够实时跟踪补偿指令电流的数字线性二次最优控制器。Matlab仿真实验验证了上述等效模型和控制器的正确性和有效性。

(1) 本文构造的三相APF EDLSLs相比以前的平均连续线性模型更加精确, 动态过程考虑更加全面, 物理意义更加明晰。

(2) 本文提出的三相APF等效离散切换系统模

型对于采用切换系统理论进一步研究其他PWM变换器具有重要的参考价值。

参考文献

- [1] Dugan R C, McGranaghan M F, Santoso S, et al. Electrical power systems quality[M]. Columbus: McGraw Hill Professional, 2003.
- [2] Akagi H. New trends in active filters for power conditioning[J]. IEEE Trans. on Industry Applications, 1995, 32(6): 1312-1322.
- [3] Akagi H, Fujita H, Wada K. A shunt active filter based on voltage detection for harmonic termination of a radial power distribution line[J]. IEEE Trans. on Industry Applications, 1999, 35(3): 638-645.
- [4] 乐健, 姜齐荣, 韩英铎. 基于统一数学模型的三相四线有源电力滤波器的电流滞环控制策略分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(10): 85-91.
- [5] Le Jian, Jiang Qirong, Han Yingduo. The analysis of hysteresis current control strategy of three-phase four-wire APF based on the unified mathematic model[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(10): 85-91(in Chinese).
- [6] 陈菊明, 刘锋, 梅生伟. 基于无源化方法的三相四线制 APF 控制器策略[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(8): 32-36.
- [7] Chen Juming, Liu Feng, Mei Shengwei. Passivity-based controller for three-phase four-wire APF[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(8): 32-36(in Chinese).
- [8] 李玉梅, 马伟明. 无差拍控制在串联电力有源滤波器中的应用[J]. 电力系统自动化, 2001, 25(4): 28-30.
- [9] LI Yumei, Ma Weiming. Application of deadbeat control in series active power filter[J]. Automation of Electric Power Systems, 2001, 25(4): 28-30(in Chinese).
- [10] 周卫平, 吴正国, 夏立, 等. 三相三线有源电力滤波器电流跟踪性能最优化控制[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(11): 85-90.
- [11] Zhou Weiping, Wu Zhengguo, Xia Li, et al. Current tracking performance optimization control for three-phase three-wire active power filter[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(11): 85-90(in Chinese).
- [12] Fukuda S, Yoda T. A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model for PWM inverters[J]. IEEE Trans. on Industry Applications, 2001, 37(5): 888-895.
- [13] Battista H D, Mantz R J. Harmonic series compensators in power systems: their control via sliding mode[J]. IEEE Trans. on System Control Technology, 2000, 8(12): 939-947.
- [14] Round S D, Mohan N. Comparison of frequency and time domain neural network controlled active filter[C]. Industry Application Society Annual Conference, 1992.
- [15] 王广柱. 并联型有源电力滤波器电流控制的等效原理[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(15): 40-45.
- [16] Wang Guangzhu. Equivalence principle of current control for shunt active power filters[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(15): 40-45(in Chinese).
- [17] 纪飞峰, Mansoor, 解大, 等. 基于直流侧电压周期离散控制的单相并联有源滤波器[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(20): 37-43.
- [18] Ji Feifeng, Mansoor, Xie Da, et al. A single-phase shunt active filter based on cycle discrete control for dc-side voltage[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(20): 37-43(in Chinese).
- [19] 林平, 王立乔, 李建林, 等. 基于级联型错时采样空间矢量调制多电平变流器的 APF 研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(8): 70-74.

- Lin Ping, Wang Liqiao, Li Jianlin, et al. Research on cascade multi-level converters with sample time staggered svm and its application to APF[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(8): 70-74(in Chinese).
- [14] 周林, 周莉. 基于单周控制的三电平三相三线制 APF[J]. 高电压技术, 2005, 31(11): 35-38.
- Zhou Lin, Zhou Li. Three-level three-phase three-wire active power filter with one-cycle control[J]. High Voltage Engineering, 2005, 31(11): 35-38(in Chinese).
- [15] 钱挺, 吕征宇. 新型有源滤波器的双向互补控制方案[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(9): 44-47.
- Qian Ting, Lü Zhengyu. Novel double-direction compensation control scheme for UCI-APF[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(9): 44-47(in Chinese).
- [16] 胡宗波, 张波, 邓卫华, 等. 基于切换线性系统理论的 DC-DC 变换器控制系统的能控性和能达性[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 165-170.
- Hu Zongbo, Zhang Bo, Deng Weihua, et al. Controllability and reachability of DC-DC converters as switched linear systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 165-170(in Chinese).
- [17] 胡宗波, 张波, 胡少甫, 等. Boost 功率因数校正变换器单周期控制适用性的理论分析和实验验证[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(21): 19-23.
- Hu Zongbo, Zhang Bo, Hu Shaofu, et al. Theoretical analysis and experimental verification of one cycle control feasibility for boost pfc converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(21): 19-23(in Chinese).
- [18] Willem L. De Koning. Digital optimal reduced-order control of pulse-width-modulated switched linear systems[J]. Automatica, 2003, 39(11): 1997-2003.
- [19] 汤洪海, 李春文, 郑雪生, 等. 基于切换线性系统的单相 APF 建模与控制[J]. 电网技术, 2007, 31(13): 29-33.
- Tang Honghai, Li Chunwen, Zheng Xuesheng, et al. Modeling and Control of Single-phase APF Base on Switched Linear System [J]. Power System Technology, 2007, 31(13): 29-33(in Chinese).

收稿日期: 2007-08-15.

作者简介:

李春文(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 当前研究领域为非线性系统分析与控制、电力系统控制、网络控制与运动控制等;

汤洪海(1975—), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子与灵活电力系统、电能质量分析与治理、电力系统非线性控制, shh01@mails.tsinghua.edu.cn;

郑雪生(1979—), 女, 博士研究生, 研究方向为电能质量分析与治理、电力系统非线性控制;

戎袁杰(1981—), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子与灵活电力系统、电能质量分析与治理。

(编辑 王彦骏)