

基于市场冲击成本与机会成本的算法交易策略

燕汝贞 李平 曾勇

(电子科技大学经济与管理学院)

摘要: 提出了一种估计交易策略机会成本的方法,分析了同时考虑市场冲击成本和机会成本的投资者,在总交易成本最小的目标下制定最优交易策略的问题。研究结果表明,如果投资者只考虑冲击成本,或者虽然同时考虑机会成本但若所有交易时期指令的成交概率都相等,那么投资者最优的算法交易策略仍然是采用著名的交易量加权平均价格(VWAP)交易策略;对于所有交易时期指令的成交概率不一致但交易者能预先预期总的可执行指令大小的特殊情况,得到了此问题的解析解;对于各交易时期指令成交概率并非都相等的一般情形,通过数值示例发现,对于不同交易时期指令的成交概率分别为递增、递减和U型3种不同情形,投资者同时关注市场冲击成本和机会成本时指令提交策略(MIOC)的总交易成本均小于VWAP交易策略。

关键词: 市场冲击成本; 机会成本; 算法交易; 高频交易

中图分类号: C93; F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-884X(2012)07-0952-08

Algorithmic Trading Strategy Based on Market Impact and Opportunity Cost

YAN Ruzhen LI Ping ZENG Yong

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, China)

Abstract: This paper develops a method to estimate the opportunity cost of a trading strategy if the blocks are not completely executed, and studies an optimal trading strategy that a high-frequency trader considers both market impact and opportunity cost. The results indicate that if investor only takes into account market impact, or considers both the market impact and opportunity cost when the turnover probability of slice order is equal in all periods, the optimal trading strategy is VWAP strategy. This paper obtains an analytical solution for the special case that investor can expect the total trading volume, makes numerical experiments for the general case that the turnover probability of slice order is not equal in all trading periods, and the total transaction cost of MIOC strategy is lower than VWAP strategy under three different situations that the turnover probability is increased, decreased and U-shaped separately.

Key words: market impact; opportunity cost; algorithmic trading; high-frequency trading

1 研究背景

随着证券市场和计算机网络通信技术的快速发展以及交易所之间竞争的日益激烈,高频交易正以势不可挡的趋势席卷欧美金融市场。与传统的低频交易不同,采用高频交易的投资者会密切关注不断变化的市场情况,捕捉一切可盈利的交易机会。虽然每笔高频交易的收益非常微薄,但通过大量频繁的交易却可能获得

较高的投资收益。据纽约时报报道,在金融危机最为严重的2008年,华尔街采用低频交易的机构投资者中大约有70%都出现了严重亏损,但绝大部分采用高频交易的机构投资者的盈利情况却较为可观^[1]。

采用高频交易就一定能盈利吗?显然,答案是否定的。事实上,由于受每次交易较低收益的影响,只有那些高度关注交易成本并且努力减少交易成本的高频交易者才可能盈利。由

此,对于掌握大量资金的机构投资者而言,在整个高频交易过程中,他们不但要考虑如何捕捉最优的交易机会,还必须尽可能地减少在交易过程中产生的交易成本。在证券交易过程中,交易成本一般可分为显性交易成本和隐性交易成本^[2]。其中,显性交易成本是由各种手续费和税费构成,而隐性交易成本主要包括市场冲击成本、机会成本、择时风险等^[3,4]。考虑到隐性成本在高频交易中的重要性和不易事前估计的特性,机构投资者要想获得较高投资收益必须重视对隐性成本的有效管理。

但是,受到市场流动性有限影响,当交易者提交大额指令时,会对证券市场上的价格造成冲击,从而增加市场冲击成本^①。为了减少市场冲击成本,高频交易者通常会考虑将大额指令拆分成若干小额指令择机逐次提交,这种交易行为又称为算法交易。算法交易的关键在于根据市场环境的变化设计相应的最优交易策略,以便确定提交指令的时间、指令的价格和数量,从而最大限度地降低高频交易的成本。随着计算机和通信技术的不断发展,越来越多的经纪商和机构投资者在证券交易过程中开始采用算法交易。2007年美国已有超过90%的对冲基金采用了算法交易^[11],而2009年美国证券市场上大约73%的交易量都是采用算法交易完成^②。

采用算法交易的目的是尽量降低交易成本,而关键在于如何在交易前正确测度和估计各种隐性成本。为了最大限度地降低市场冲击成本,BERKOWITZ等^[12]提出利用交易量加权平均价格与买价(或卖价)的差额来衡量市场冲击成本的大小,并在此基础上提出了交易量加权平均价格(volume weighed average price, VWAP)交易策略,但是,如果价格冲击成本函数是线性的,且股票价格服从随机游走过程,BERTSIMAS等^[13]指出,在最小化预期交易成本的目标下,采取平均交易策略(在每一个交易时期交易相同数量的证券)才是最优交易策略。进一步,ALMGREN等^[14]将市场冲击分为临时性市场冲击和永久性市场冲击。在此基础上,KISSELL等^[4]着重分析了市场冲击成本和择时风险2个因素对交易策略的影响,提出了一种基于市场不平衡量^③的成本分配模型,并分别在开盘价基准和收盘价基准下构建了最小化交易成本的优化模型和最小化交易成本与风险的优化模型。KISSELL等^[15]分析了投资者同时考虑市场冲击成本和择时风险时的最优交易

策略问题,引入一个常数交易速率,并对所有时期的预期市场成交量都相等的特殊情形给出了解析解。

最近,方兆本等^[16]提出了一种新的交易算法,除了利用VWAP算法来决定指令大小之外,还基于自回归条件持续期模型来选择具体的交易时间。仲黎明等^[17]假设市场冲击成本为线性情形,考虑了机构投资者在既定风险承受能力下期望损失最小的最优变现策略。林辉等^[18]构建了基于流动性调整的算法交易模型,认为在行情看涨时,若初始持仓过量则应采取U型的卖出交易策略;若初始持仓适量,则应采取递增型的卖出交易策略;若初始持仓较少,则应先采取递增型的买入交易策略,后采取递增型卖出交易策略。此外,HENDERSHOTT等^[19]利用纽约证券交易所2001年2月~2005年12月的数据,以2003年纽约证券交易所启动自动化报价为背景,研究了算法交易对流动性的影响,发现算法交易确实可以改善证券市场的流动性。

从现有关于算法交易的研究来看,大部分文献主要关注市场冲击成本,部分文献涉及了择时风险,在构造交易策略时也只是考虑了这2种隐性交易成本。如果投资者总是采用市价指令的方式提交委托单,那么只考虑市场冲击成本是可行的,但是,在证券市场上,为了获得有利的成交价格,绝大部分投资者会采用限价指令的方式提交委托单。在这种情况下,由于市场的高度不确定性,投资者在事前制定的指令提交策略并不能保证不同阶段的指令都能全部成交。THATCH等^[20]通过分析特拉维夫证券交易所的数据发现,在所有分拆的限价指令中,只有大约48%的指令能够成交。换言之,在高频交易中,指令执行的机会成本是一项不可忽视的重要因素。然而,就作者所知,目前尚缺乏同时考虑市场冲击成本与机会成本的算法交易模型。

2 高频交易中的隐性成本

2.1 市场冲击成本

市场冲击是指由某一特定指令引起证券价格的变化,其大小等于该指令发生时的证券价

① 关于市场冲击成本产生原因的文献可参见文献[5~10]。

② “SEC runs eye over high-speed trading”, Financial Times, July 29, 2009.

③ 市场不平衡量是指在一段时期内某一市场上买(卖)方发起的股票交易量和卖(买)方发起的股票交易量之间的差额。

格和该指令不发生证券价格的差额。市场冲击成本一般会受到指令的大小、证券的流动性、证券价格的波动性以及在一时期内证券市场的交易量等因素的影响。然而,在现实市场上,无法同时观察到这 2 组数据,因此这种现象被称为海森堡不确定原理^[3]。

虽然在技术上不可能直接精确测度市场冲击成本,但是市场冲击成本仍然受到学术界和实业界的广泛关注。对于研究市场微观结构理论的学者而言,必须要关注市场冲击成本,因为市场冲击反映了交易、价格和三者之间复杂的联系,具有重要的理论意义。对于从事大额交易和采用高频交易的机构投资者来说,由于市场冲击成本是交易成本的最重要组成部分之一,而且它总是会使得价格向反方向变化,因此,投资者要降低交易成本、增加投资利润就必须研究和控制市场冲击成本。

下面将简要介绍 KISSELL 等^[4]提出的一种间接估计市场冲击成本的方法。假设某投资者在某段时间内需要交易总量为 S 的证券,并且采用分阶段的交易策略 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$, 其中, $x_t (t \in [1, m])$ 表示此投资者在交易时期 t 提交指令的大小,且指令大小恰好等于市场的不平衡量,则此交易策略的市场冲击成本可以表示为

$$MI_{\S}^{\text{total}}(x) = \sum_{i=1}^m x_i \left[\frac{\alpha x_i}{S(t_i + 0.5v_i)} + \frac{(1-\alpha)I}{S} \right], \quad (1)$$

式中, m 表示交易时期个数; I 表示瞬时冲击成本^①; α 表示临时性市场冲击成本占总市场冲击成本的比例^②, $\alpha \in [0, 1]$; v_i 表示在 t 时期预期的市场交易量; S 表示总的指令大小,即 $S = \sum_{i=1}^m x_i$ 。

下面将考虑一种极端情况。如果投资者仅关注市场冲击成本对交易策略的影响,那么,优化模型可表示为^[3]

$$\min TC(x) = \sum_{i=1}^m x_i \left[\frac{\alpha x_i}{S(t_i + 0.5v_i)} + \frac{(1-\alpha)I}{S} \right], \quad (2)$$

$$\text{s. t. } S = \sum_{i=1}^m x_i; \quad (2a)$$

$$x_i \geq 0. \quad (2b)$$

此问题的解为

$$x_t = S \frac{v_t}{V}, \quad t \in [1, m], \quad (3)$$

式中, V 表示所有时期总的预期市场成交量,即

$$V = \sum_{i=1}^m v_i.$$

显然,对于采用高频交易的投资者而言,如果在交易过程中只关注市场冲击成本,那么其

最优交易策略为 VWAP 交易策略,即根据历史成交量制定未来某段时间所提交指令的大小,使得交易平均执行价格尽可能等于交易量加权平均价格。

2.2 机会成本

当投资者提交限价指令时,证券市场上的流动性不足和证券价格的快速剧烈变化可能会导致投资者在不同阶段提交的指令不能被全部执行,因此,除了市场冲击成本,投资者在交易过程中还可能面临一种新的成本——机会成本。机会成本是指未能执行完全指令而损失的那部分收益^[3]。当指令趋向于全部执行的时候,机会成本将相应减少至零。在通常情况下,采用高频交易的投资者为了减少在交易过程中产生的机会成本会尽可能地促使指令全部执行。但是,当面对不利的市场环境时,如果仍然选择全部执行指令,无疑会大幅增加市场冲击成本。正如 CHRIS 所说,交易会冲击市场,不进行交易会冲击市场,因此,采用高频交易的投资者在制定交易策略时,机会成本同样是一种不可忽视的重要因素。

下面将介绍如何估计某一具体交易策略的机会成本。假设某投资者在某段时间内需要交易总量为 S 的证券,同样采用分阶段的交易策略 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$, 即 $S = \sum_{i=1}^m x_i$, 且在任意交易时期 t 投资者所面临的机会成本与将来可能无法执行交易的证券数量和证券价格变化量有关,因此,机会成本的期望值可以表示为

$$E[OC(X)] = \sum_{i=1}^m x_i (1 - \rho_i) [E(P_m) - P_0], \quad (4)$$

式中, ρ_i 为在任意时期 t 指令成交的概率,且 $\rho \in [0, 1]$; P_m 和 P_0 分别是证券在最后一个交易时期和期初的价格。由于临时性市场冲击不会改变证券的内在价值,且假设临时性市场冲击仅影响当前交易时期,因此,在最后一个交易时期证券价格的期望值可以表示为

$$E(P_m) = P_0 + \frac{(1-\alpha)I}{X}, \quad (5)$$

式中, X 表示所有时期指令成交的数量,即

① 如果投资者在某段时间内需要交易总量为 S 的证券,且采用不拆单交易策略,即将所有指令以市价指令的形式一次性提交至证券市场进行交易,此时投资者所受到的总市场冲击成本称为瞬时冲击成本。对于瞬时冲击成本的估计, KISSELL 等^[3]提出了如下方法进行估计: $I_{\S} = a_1(Q/ADV)^{a_2} \sigma P_0 Q$, 其中, Q 表示市场的不平衡量; ADV 表示市场的日均交易量; σ 表示证券收益的年波动率; P_0 表示证券交易的初始价格。

② KISSELL 等^[3]通过实证研究表明,临时性市场冲击成本占总市场冲击成本的比例一般为 95%, 即 $\alpha = 0.95$ 。

$$X = \sum_{i=1}^m x_i \rho_i。$$

3 受市场冲击成本和机会成本共同影响的交易模型

如果仅考虑市场冲击成本,那么采取 VWAP 交易策略可以实现交易成本(市场冲击成本)最小;如果只考虑机会成本对交易策略的影响时,那么采取不拆单的交易策略可以最小化交易成本(机会成本)。但是,在现实的高频交易中,投资者很少仅仅关心这 2 种因素的某一种,而是需要同时考虑市场冲击成本和机会成本对交易策略的影响。

假设某投资者计划在未来 m 个交易时期内交易总数量为 S 的指令,并且采用分阶段的交易策略 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$,其中, x_t 表示投资者在时期 t 准备提交的指令数量,对应的成交概率为 ρ_t 。若投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本,那么他面临的决策模型可以表示为:

$$\min E[TC(x)] = \sum_{i=1}^m x_i \rho_i \left[\frac{\alpha I x_i \rho_i}{X(x_i \rho_i + 0.5 v_i)} + \frac{(1-\alpha)I}{X} \right] + \sum_{i=1}^m x_i (1-\rho_i) \frac{(1-\alpha)I}{X}, \quad (6)$$

$$\text{s. t. } X = \sum_{i=1}^m x_i \rho_i; \quad (6a)$$

$$S = \sum_{i=1}^m x_i; \quad (6b)$$

$$x_i \geq 0。 \quad (6c)$$

3.1 每一交易时期的指令执行概率都相等

首先考虑一种特殊情形。对于采用分阶段交易策略的投资者而言,假设在交易过程中所有阶段指令执行的概率都相等,即 $\rho_t = \rho$,其中, ρ_t 为在任意时期 t 指令成交的概率, $\rho \in [0, 1]$, $t=1, 2, \dots, m$ 。在这种情况下,投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本的模型可以表示为:

$$\min E[TC(x)] = \sum_{i=1}^m x_i \rho \left[\frac{\alpha I x_i \rho}{S \rho (x_i \rho + 0.5 v_i)} + \frac{(1-\alpha)I}{\rho S} \right] + \sum_{i=1}^m x_i (1-\rho) \frac{(1-\alpha)I}{\rho S}, \quad (7)$$

$$\text{s. t. } S = \sum_{i=1}^m x_i; \quad (7a)$$

$$x_i \geq 0。 \quad (7b)$$

对于以上模型,利用 Kuhn-Tucker 条件求解可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_1^2 + x_1 v_1}{(x_1 + 0.5 v_1)^2} \\ \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_2^2 + x_2 v_2}{(x_2 + 0.5 v_2)^2} \\ \dots \\ \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_m^2 + x_m v_m}{(x_m + 0.5 v_m)^2} \end{bmatrix} - \lambda^* \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

式中, λ^* 是拉格朗日乘子。由式(7a)和式(8)可得

$$x_t = S \frac{v_t}{V}, \quad t \in [1, m], \quad (9)$$

式中, $V = \sum_{i=1}^m v_i$ 。由于 Kuhn-Tucker 条件只是最优解的必要条件,所以下面将分析此最优解的充分性。此模型目标函数的 Hessian 阵为

$$\nabla^2 TC(x) = \frac{\alpha I}{\rho S} \begin{bmatrix} \frac{2(0.5 v_1)^2}{(x_1 + 0.5 v_1)^3} & 0 & \dots & 0 \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \frac{2(0.5 v_m)^2}{(x_m + 0.5 v_m)^3} \end{bmatrix}。 \quad (10)$$

显然, Hessian 阵 $\nabla^2 TC(x)$ 的特征值都大于零,所以此 Hessian 阵为正定矩阵;而此模型的约束条件式(7a)为线性函数,且可行域为凸集,所以此问题为凸规划。对于凸规划问题而言, Kuhn-Tucker 条件既是最优解的必要条件,也是充分条件,因此,式(9)是此模型的全局最优解。

事实上,由于受不同阶段指令成交概率的影响,在任意时期 t ,投资者考虑指令未全部执行情形下应提交的最优指令大小为

$$x_t^* = x_t \rho_t = \rho S \frac{v_t}{V}, \quad t \in [1, m]。 \quad (11)$$

显然,此最优交易策略是一个 VWAP 交易策略,但由于受不同阶段指令成交概率的影响,与普通的 VWAP 交易策略或投资者在仅考虑市场冲击成本情形下的最优交易策略相比,此最优交易策略每一时期的指令大小都根据指令成交概率同比例减少。

3.2 每一交易时期的指令执行概率并非都相等

现在考虑一般情形,即并非每一交易时期指令成交的概率都相等。在此情形下,通常无法获得算法交易的解析解,但是,在投资者可以预期总的可执行指令大小的特殊情况下,可以得到此模型解的解析解。

假设投资者预期总可成交的指令大小为:

$$X = S \bar{\rho}, \text{ 其中 } \bar{\rho} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \rho_i。 \text{ 在此情形下,投资者}$$

同时考虑市场冲击成本和机会成本时的数学模型可以表示为:

$$\min E[TC(x)] = \sum_{i=1}^m x_i \rho_i \left[\frac{\alpha I x_i \rho_i}{S \bar{\rho} (x_i \rho_i + 0.5 v_i)} + \frac{(1-\alpha)I}{S \bar{\rho}} \right] + \sum_{i=1}^m x_i (1-\rho_i) \frac{(1-\alpha)I}{S \bar{\rho}}, \quad (12)$$

$$\text{s. t. } S = \sum_{i=1}^m x_i; \quad (12b)$$

$$x_i \geq 0。 \quad (12c)$$

对于以上模型,利用 Kuhn-Tucker 条件求解可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_1^2 \rho_1^3 + x_1 \rho_1^2 v_1}{(x_1 \rho_1 + 0.5 v_1)^2} \\ \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_2^2 \rho_2^3 + x_2 \rho_2^2 v_2}{(x_2 \rho_2 + 0.5 v_2)^2} \\ \dots \\ \frac{\alpha I}{\rho S} \frac{x_m^2 \rho_m^3 + x_m \rho_m^2 v_m}{(x_m \rho_m + 0.5 v_m)^2} \end{bmatrix} - \lambda^* \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (13)$$

式中, λ^* 是拉格朗日乘子。将上式化简可得

$$x_t = \frac{0.5 v_t}{\rho_t} \left[\left(1 - \frac{S \bar{\rho}}{\alpha I \rho_t} \lambda^* \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right], \quad t \in [1, m]. \quad (14)$$

为了简化计算,不妨令 $f(\lambda^*) = \left(1 - \frac{S \bar{\rho}}{\alpha I \rho_t} \lambda^* \right)^{-\frac{1}{2}}$, 并将 $f(\lambda^*)$ 在 $\lambda^* = 0$ 处进行泰勒展开可得

$$f(\lambda^*) = 1 + \frac{S \bar{\rho}}{2 \alpha I \rho_t} \lambda^* + O(\lambda^*). \quad (15)$$

由此,式(14)可以表示为

$$x_t = \frac{0.5 v_t S \bar{\rho}}{2 \alpha I \rho_t^2} \lambda^*, \quad t \in [1, m]. \quad (16)$$

将式(16)与式(12a)联立求解,可得

$$\lambda^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{0.5 v_i}{\rho_i^2} \frac{\bar{\rho}}{2 \alpha I}}. \quad (17)$$

将式(17)代入式(16),可得

$$x_t = S \frac{v_t}{\rho_t^2 \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{\rho_i^2}}, \quad t \in [1, m]. \quad (18)$$

与所有时期指令执行概率都相等情形相同,此模型也是一个凸规划问题,所以式(18)是此模型的全局最优解。因此,在任意时期 t ,投资者考虑指令未全部执行情形下应提交的最优指令大小

$$x_t^* = x_t \rho_t = S \frac{v_t}{\rho_t \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{\rho_i^2}}, \quad t \in [1, m]. \quad (19)$$

式(19)可以看出,此情形下的最优交易策略不是 VWAP 交易策略,但是如果在交易过程中的所有时期指令成交概率都相等,即 $\rho_t = \rho$, $t \in [1, m]$,那么式(19)可以简化为

$$x_t^* = \rho S \frac{v_t}{V}, \quad t \in [1, m]. \quad (20)$$

显然,在这种情况下得到的结果与前文所考虑的所有时期指令成交概率都相等情形下的结果相同。

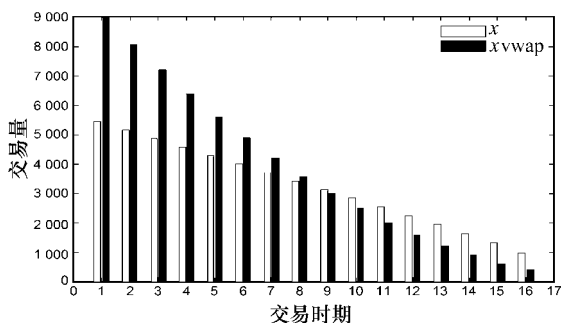
3.3 数值示例

假如在每一交易时期指令成交的概率并非都相等,那么对于采用高频交易的投资者而言,由于同时考虑市场冲击成本和机会成本的模型

过于复杂无法得到解析解,下面将通过数值示例来分析。

3.3.1 成交概率 ρ 为递减情形

当不同阶段的指令成交概率 ρ 为递减情形时,在保持总指令大小、瞬时冲击成本、交易时期个数以及临时性市场冲击成本的比例等参数^①不变的情形下,图 1 给出了当投资者采用 MIOC 交易策略与 VWAP 交易策略的关系。若投资者只考虑市场冲击成本因素,则投资者所采用的最优交易策略为 VWAP 交易策略。由图 1 可知,当投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本,并且各个时期的指令成交概率不相等时,MIOC 交易策略与 VWAP 交易策略存在明显不同。在前 8 个交易时期内,受市场冲击成本的影响,MIOC 交易策略所提交的指令明显小于 VWAP 交易策略;在后 8 个交易时期内,MIOC 交易策略中每一时期所提交的指令都大于 VWAP 交易策略的指令大小。



注: x 和 $xvwap$ 分别表示投资者采用 MIOC 交易策略和 VWAP 交易策略时在每一交易时期所提交的指令大小,下同。

图 1 MIOC 和 VWAP 交易策略的对比(ρ 为递减)

从林辉等^[18]的研究结论不难看出,在行情看跌时,不论是买入还是卖出所采用的最优交易策略都是递减型的,而本文所考虑的成交概率 ρ 为递减情形可在一定程度上理解为林辉等考虑的行情看跌情形,显然,本文在 ρ 为递减情形下的结论和林辉等的结论一致,都是采用递减型的交易策略。

当不同阶段的指令成交概率 ρ 为递减情形时,图 2 给出了投资者采用 MIOC 交易策略下

① 本例及以下各情形中的总指令大小、瞬时冲击成本、以及临时性市场冲击成本比例均取自文献[3]: $I = \$100\,000$; $S = 30\,000$; $\alpha = 0.95$; 同时,根据本文的需要假设交易时期的数目为: $m = 16$; 假设在 ρ 为递减情形时,不同时期的指令成交概率和预期市场成交量分别为: $\rho = [0.90\ 0.85\ 0.80\ 0.75\ 0.70\ 0.65\ 0.60\ 0.55\ 0.50\ 0.45\ 0.35\ 0.30\ 0.25\ 0.20\ 0.15]$; $v = [100\,000\ 95\,000\ 90\,000\ 85\,000\ 80\,000\ 75\,000\ 70\,000\ 65\,000\ 60\,000\ 55\,000\ 50\,000\ 45\,000\ 40\,000\ 35\,000\ 30\,000\ 25\,000]$ 。

各交易成本间的关系。由图 2 可知,在整个交易时期($1 \leq m \leq 16$)内,随着交易的进行,市场冲击成本逐渐减小,而受指令成交概率逐渐减小的影响,机会成本逐渐增大,市场冲击成本和机会成本呈反方向变化。

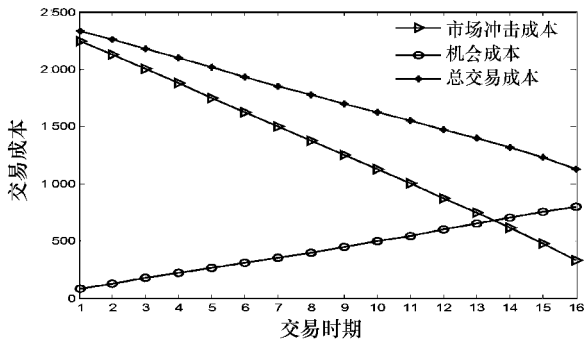


图 2 MIOC 交易策略的交易成本(ρ 为递减)

当不同阶段的指令成交概率 ρ 为递减情形时,图 3 给出了投资者采用 MIOC 交易策略和 VWAP 交易策略总的交易成本的关系。由图 3 可知,在整个交易时期中,投资者采用 MIOC 交易策略的总交易成本始终明显小于 VWAP 交易策略。

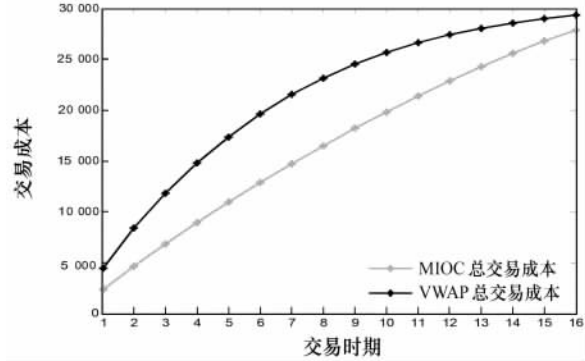


图 3 MIOC 交易策略和 VWAP 交易策略总交易成本的对比(ρ 为递减)

3.3.2 成交概率 ρ 为递增情形

当不同阶段的指令成交概率 ρ 为递增情形时,在保持总指令大小、瞬时冲击成本、交易时期个数以及临时性市场冲击成本的比例等参数^①不变的情形下,图 4 给出了当投资者采用 MIOC 交易策略与 VWAP 交易策略的关系。若投资者只考虑市场冲击成本因素,则投资者所采用的最优交易策略为 VWAP 交易策略。由图 4 可知,当投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本,并且各个时期的指令成交概率不相等时,MIOC 交易策略与 VWAP 交易策略存在明显不同。在前 8 个交易时期($1 \leq m \leq 8$)内,MIOC 交易策略所提交的指令明显大于

VWAP 交易策略;在后 8 个交易时期($9 \leq m \leq 16$)内,MIOC 交易策略中每一时期所提交的指令大小都小于 VWAP 交易策略。

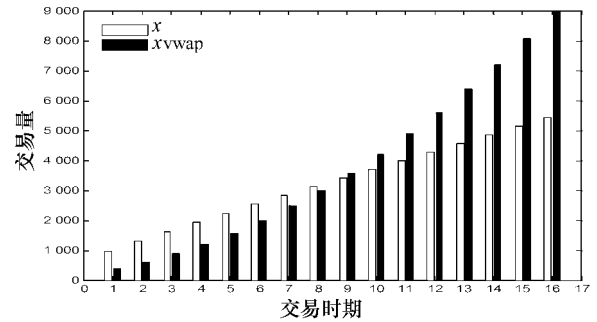


图 4 MIOC 和 VWAP 交易策略的对比(ρ 为递增)

本文在 ρ 为递增情形下的结论和林辉等的研究结论一致,都是采用递增型的交易策略。

在不同阶段的指令成交概率 ρ 为递增时,图 5 给出了投资者采用 MIOC 交易策略下各交易成本间的关系。由图 5 可知,在整个交易时期($1 \leq m \leq 16$)内,随着交易的进行,市场冲击成本逐渐增大,而受指令成交概率逐渐减小的影响,机会成本逐渐减小,市场冲击成本和机会成本呈反方向变化。

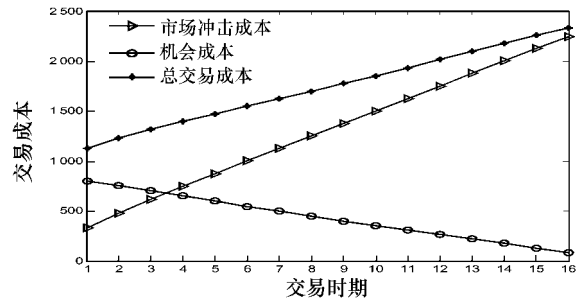


图 5 MIOC 交易策略的交易成本(ρ 为递增)

当不同阶段指令成交概率 ρ 为递增情形时,图 6 给出了投资者采用 MIOC 交易策略和 VWAP 交易策略总的交易成本的关系。由图 6 可知,从在整个交易时期来看,投资者采用 MIOC 交易策略的总交易成本小于 VWAP 交易策略。

3.3.3 成交概率 ρ 为 U 型

当不同阶段的成交概率 ρ 为 U 型时,在保持总指令大小、瞬时冲击成本、交易时期个数以

^① 假设在 ρ 为递增情形时,不同时期的指令成交概率和预期市场成交量分别为: $\rho = [0.15 \ 0.20 \ 0.25 \ 0.35 \ 0.40 \ 0.45 \ 0.50 \ 0.55 \ 0.60 \ 0.65 \ 0.70 \ 0.75 \ 0.80 \ 0.85 \ 0.90]$; $v = [25\ 000 \ 30\ 000 \ 35\ 000 \ 40\ 000 \ 45\ 000 \ 50\ 000 \ 55\ 000 \ 60\ 000 \ 65\ 000 \ 70\ 000 \ 75\ 000 \ 80\ 000 \ 85\ 000 \ 90\ 000 \ 95\ 000 \ 100\ 000]$ 。

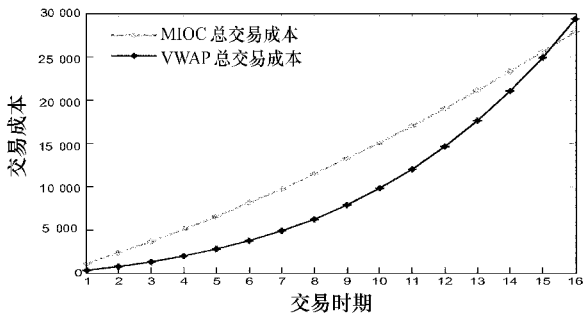


图6 MIOC交易策略和VWAP交易策略总交易成本的对比(ρ 为递增)

及临时性市场冲击成本的比例等参数^①不变的情形下,图7给出了投资者采用MIOC交易策略与VWAP交易策略的关系。若投资者只考虑市场冲击成本因素,则投资者所采用的最优交易策略为VWAP交易策略。由图7可知,当投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本,并且各个时期的指令成交概率不相等时,MIOC交易策略与VWAP交易策略存在明显不同。在开始的4个交易时期和最后的3个交易时期内,受市场冲击成本的影响,MIOC交易策略所提交的指令小于VWAP交易策略;在其他交易时期($5 \leq m \leq 13$)内,MIOC交易策略中每一时期所提交的指令大小都大于VWAP交易策略。

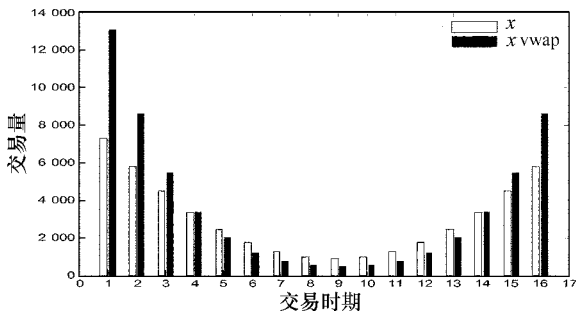
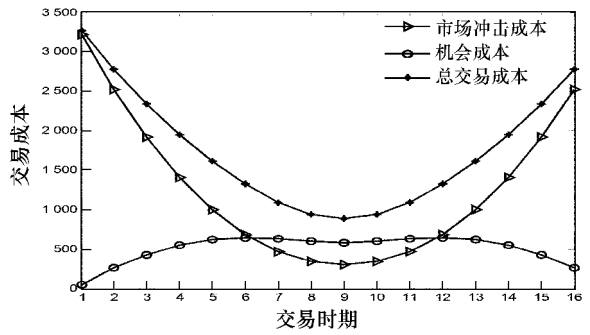


图7 MIOC和VWAP交易策略的对比(ρ 为U型)

当不同阶段的成交概率 ρ 为U型时,图8给出了投资者采用MIOC交易策略下各交易成本间的关系。由图8可知,在前6个交易时期($1 \leq m \leq 6$)内,随着交易的进行,市场冲击成本逐渐减小,而受指令成交概率逐渐减小的影响,机会成本逐渐增大;在最后4个交易时期($13 \leq m \leq 16$)内,市场冲击成本逐渐增大,而受市场指令成交概率逐渐增大的影响,机会成本逐渐减小。从整个交易时期来看,市场冲击成本和机会成本大体上是呈反方向变化。

当不同阶段成交概率 ρ 为U型时,图9给出了投资者采用MIOC交易策略和VWAP交易策略总的交易成本的关系。由图9可知,在



注:Market Impact、Opportunity Cost和Total Cost分别表示投资者采用MIOC交易策略时在每一交易时期的市场冲击成本、机会成本和总交易成本。不同阶段的指令成交概率 ρ 为U型。

图8 MIOC交易策略的交易成本(ρ 为U型)

整个交易时期,投资者采用MIOC交易策略的总交易成本始终小于VWAP交易策略。

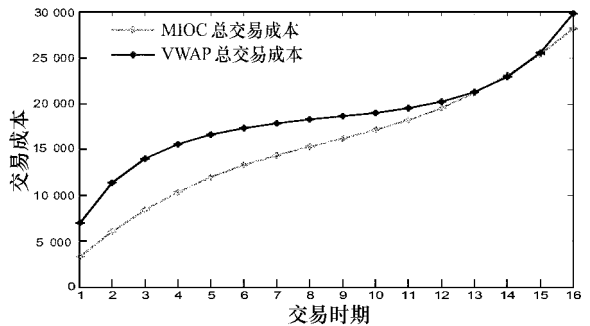


图9 MIOC交易策略和VWAP交易策略总交易成本的对比(ρ 为U型)

4 结语

本文首先介绍了市场冲击成本的定义及度量方法以及基于拆分指令的VWAP策略;然后,针对各阶段指令可能未全部成交的情况,给出了机会成本的定义和估计方法;最后,考虑在不同交易阶段指令可能未全部成交的情况下,分析了投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本时应如何制定算法交易策略的问题。研究结论表明,如果所有交易阶段指令的成交概率都相等,那么投资者最优的算法交易策略仍然是采用VWAP交易策略。对于所有交易阶段指令的成交概率并非都相等但交易者能预先预期总的可执行指令大小的特殊情况,本文得到了

① 假设 ρ 为U型时,不同阶段的指令成交概率和预期市场成交量分别为: $\rho = [0.958 \ 0.778 \ 0.622 \ 0.490 \ 0.382 \ 0.298 \ 0.238 \ 0.202 \ 0.190 \ 0.202 \ 0.238 \ 0.298 \ 0.382 \ 0.490 \ 0.622 \ 0.778]$; $v = [136 \ 875 \ 110 \ 625 \ 87 \ 875 \ 68 \ 625 \ 52 \ 875 \ 40 \ 625 \ 31 \ 875 \ 26 \ 625 \ 24 \ 875 \ 26 \ 625 \ 31 \ 875 \ 40 \ 625 \ 52 \ 875 \ 68 \ 625 \ 87 \ 875 \ 110 \ 625]$ 。

此问题解的解析解。对于各阶段指令成交概率并非都相等的一般情形,通过数值示例发现:在不同阶段的指令成交概率 ρ 为递减时,投资者在同时考虑市场冲击和机会成本情形下的最优交易策略(MIOC)与 VWAP 交易策略具有明显的不同,在前 8 个交易时期内 MIOC 交易策略每一个时期的指令大小都小于采用 VWAP 交易策略,而在后 8 个交易时期, MIOC 交易策略每一个时期的指令大小都大于 VWAP 交易策略;在不同阶段的指令成交概率 ρ 为递增时,在前 8 个交易时期内 MIOC 交易策略每一个时期的指令大小都大于采用 VWAP 交易策略,而在后 8 个交易时期, MIOC 交易策略每一个时期的指令大小都小于 VWAP 交易策略;在不同阶段的指令成交概率 ρ 为 U 型时,在最初的 4 个交易时期和最后 3 个交易时期内 MIOC 交易策略每一交易时期的指令大小都小于 VWAP 交易策略,而在其他交易时期内, MIOC 交易策略每一个时期的指令大小都大于 VWAP 交易策略。在不同阶段的指令成交概率 ρ 为递减、递增和 U 型 3 种情形下,投资者采用 MIOC 交易策略的总交易成本都小于 VWAP 交易策略。

参 考 文 献

[1] ALDRIDGE I. High-Frequency Trading: A Practical Guide to Algorithmic Strategies and Trading Systems [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

[2] WAGNER W H, EDWARDS M. Best Execution[J]. Financial Analysts Journal, 1993, 49(1): 65~71.

[3] KISSELL R, GLANTZ M. Optimal Trading Strategies: Quantitative Approaches for Managing Market Impact and Trading Risk[M]. New York: Amacom, 2003.

[4] KISSELL R, GLANTZ M, MALAMUT R. A Practical Framework for Estimating Transaction Costs and Developing Optimal Trading Strategies to Achieve Best Execution[J]. Finance Research Letters, 2004, 1(1): 35~46.

[5] MIKKELSON W, PARTCH M. Stock Price Effects and Costs of Secondary Distributions[J]. Journal of Financial Economics, 1985, 14(2): 165~194.

[6] HARRIS L, GUREL E. Price and Volume Effects Associated with Changes in the S&P 500 List: New Evidence for the Existence of Price Pressures [J]. Journal of Finance, 1986, 41(4): 815~829.

[7] SHLEIFER A. Do Demand Curves for Stocks Slope Down? [J]. Journal of Finance, 1986, 41(3): 579~

590.

[8] LODERER C, COONEY J W, VAN DRUNEN L D. The Price Elasticity of Demand for Common Stock [J]. Journal of Finance, 1991, 46(2): 621~651.

[9] HOLTHAUSEN R, LEFTWICH R, MAYERS D. The Effect of Large Block Transactions on Security Prices[J]. Journal of Financial Economics, 1987, 19(2): 237~267.

[10] LOEB T F. Trading Costs: The Critical Link between Investment Information and Results[J]. Financial Analysts Journal, 1983, 39(3): 39~43.

[11] LEINWEBER D. Algo vs. Algo[J]. Institutional Investor Alpha Magazine, 2007, 2(2): 44~51.

[12] BERKOWITZ S A, LOGUE D E, NOSER E A. The Total Cost of Transactions on the NYSE[J]. Journal of Finance, 1988, 43(1): 97~112.

[13] BERTSIMAS D, LO A. Optimal Control of Execution Costs[J]. Journal of Financial Markets, 1998, 1(1): 1~50.

[14] ALMGREN R, CHRISS N. Optimal Execution of Portfolio Transactions[J]. Journal of Risk, 2001, 3(1): 5~40.

[15] KISSELL R, MALAMUT R. Algorithmic Decision-Making Framework [J]. The Journal of Trading, 2006, 1(1): 12~21.

[16] 方兆本, 镇磊. 基于非对称效应 ACD 模型和分时 VWAP 算法对 A 股市场算法交易的量化分析研究 [J]. 中国科学技术大学学报, 2011, 41(9): 753~759.

[17] 仲黎明, 刘海龙, 吴冲锋. 机构投资者的最优变现策略 [J]. 管理科学学报, 2002, 5(5): 18~22.

[18] 林辉, 张涤新, 杨浩, 等. 流动性调整的最优交易策略模型研究 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(5): 65~76.

[19] HENDERSHOTT T, JONES C M, MENKVELD A J. Does Algorithmic Trading Improve Liquidity? [J]. The Journal of Finance, 2011, 66(1): 1~33.

[20] THATCH I, ALAM Z S. Slice Order in TASE—Strategy to Hide? [Z]. Atlanta: Georgia State University, 2007.

(编辑 刘继宁)

通讯作者: 曾勇(1963~), 男, 四川成都人。电子科技大学(成都市 610054)管理学院院长, 教授、博士研究生导师。研究方向为公司财务与资本市场。E-mail: zengy@uestc.edu.cn