

基于状态反馈精确线性化 Buck 变换器的最优控制

帅定新, 谢运祥, 王晓刚

(华南理工大学电力学院, 广东省 广州市 510640)

Optimal Control of Buck Converter by State Feedback Linearization

SHUAI Ding-xin, XIE Yun-xiang, WANG Xiao-gang

(College of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, Guangdong Province, China)

ABSTRACT: The selecting of weighted matrices plays important role in the synthesis design of optimal feedback control system. This paper proposed a linear quadratic performance target based on passivity considerations. Using the state-space average modeling method, a nonlinear affine model of Buck converter working on current conduction mode (CCM) was set up. The nonlinear system had been realized linearization via state feedback linearization control theory. Further, the feedback coefficients were optimized using the linear quadratic control theory. The control law proposed in this paper has some advantages of being simple, easy to implementation. The validity of the control scheme was verified by numerical simulation results. Key waveforms based on simulated extensive work show that comparing with the passivity-based control method the proposed control system has small steady errors, excellent starting-up response, constant switch frequency, and strong robust to the disturbance of input voltage and load.

KEY WORDS: Buck converter; state feedback; exact linearization; quadratic; passivity; optimal control

摘要: 加权矩阵的选取在最优反馈系统的综合设计中具有重要意义。该文基于无源性控制思想, 提出一种二次型性能指标。应用状态空间平均建模法, 建立电流连续型(current conduction mode, CCM) Buck 变换器的仿射非线性模型。采用状态反馈精确线性化方法, 推导出非线性状态反馈表达式, 实现非线性系统的线性化。进一步, 利用二次型最优控制对状态反馈反馈系数进行优化设计。所得控制律简单、容易实现。数值仿真验证了该控制方案的优越性, 仿真波形对比分析显示与传统无源性控制方法相比, 基于该控制方法的系统静态误差小, 启动性能优越, 且开关频率固定, 对输入电压扰动和负载扰动均具有较强的鲁棒性。

关键词: Buck 变换器; 状态反馈; 精确线性化; 二次型; 无源性; 最优控制

0 引言

功率开关变换器是一类典型的开关非线性系统, 基于线性控制理论的控制方法应用于这类系统具有很大的局限性, 其动态响应及控制精度不如人意, 研究新型非线性控制技术, 可从根本上解决传统线性控制技术用于开关变换器的不足^[1-3]。

非线性控制理论与应用研究在近 20 年来取得了很大的进展, 特别是以微分几何为工具发展起来的精确线性化方法受到了普遍重视。通过适当的非线性状态和反馈变换, 非线性系统可实现状态或输入/输出的精确线性化, 从而将复杂非线性系统综合问题转化为线性系统的综合问题^[4-5]。该方法已被成功地用于解决一些实际控制问题, 例如: 直升飞机、高性能飞行器^[6]、工业机器人、电力系统动态安全性^[7]及电力电子开关变换器^[8-14]等的控制。文献[7]首次将状态反馈精确线性化和二次型最优控制结合, 成功地解决了最优励磁调节器问题。文献[8-10]将该方法用于 DC-DC 变换器中, 但在求取最优控制律的过程中, 所提性能指标没有明确物理意义。而最优反馈系统的许多性质与加权阵的选择有关, 加权阵的选择在最优反馈系统的综合设计中具有重要意义^[15-16]。

本文首先应用状态空间平均建模方法, 建立适合于微分几何方法的电流连续型(current conduction mode, CCM) Buck 变换器的仿射非线性模型。基于状态反馈精确线性化理论, 推导出非线性状态反馈表达式, 实现了原系统的线性化。进一步, 基于无源性控制方法的思想^[17-20], 提出一种二次型性能指标, 导出其加权矩阵 Q , 利用二次型最优控制对状态反馈系数进行优化设计。该控制方案可使闭环系统的储能函数无源。仿真结果验证了所采用控制方

案的正确性,系统具有良好的动态性能。

1 CCM Buck 变换器状态空间平均模型

对于 PWM 型 DC-DC 变换器,目前应用最广泛的建模方法是状态空间平均法。如图 1 所示的 CCM Buck 变换器的状态空间平均模型为

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -u_C + dU_{in} \\ C \frac{du_C}{dt} = i_L - \frac{1}{R_L} u_C \end{cases} \quad (1)$$

式中 d 为占空比。

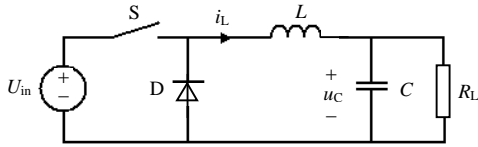


图 1 Buck 变换器原理图

Fig. 1 Main circuit of Buck converter

选取状态变量 $x=[x_1, x_2]=[i_L, u_C]$, 输入变量 $u=d$, 输出变量 $y=h(x)=x_2-U_{ref}$, 可得适合于微分几何方法的 CCM Buck 变换器的单输入单输出的仿射非线性控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) = x_2 - U_{ref} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中: } f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}x_2 \\ \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{R_L C}x_2 \end{bmatrix}; \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{U_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2 CCM Buck 变换器非线性控制系统设计原理

2.1 状态反馈精确线性化

根据微分几何理论,文献[8]已证明对于式(2)所示的仿射非线性系统满足状态反馈精确线性化的充分必要条件,并成功推导出非线性坐标变换矩阵和状态反馈表达式。

对于式(2)给定的系统求得以下李导数:

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x) = 0 \quad (3)$$

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{R_L C}x_2 \quad (4)$$

$$L_g L_f h(x) = \frac{1}{LC}U_{in} \neq 0 \quad (5)$$

$$L_f^2 h(x) = -\frac{x_1}{R_L C^2} - \frac{1}{LC}x_2 + \frac{1}{R_L^2 C^2}x_2 \quad (6)$$

可知,该系统关系度 $r=2$ =系统维数。定义如下

非线性坐标变换:

$$\xi = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(2)所示系统在新坐标系下表示为

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (8)$$

在此坐标系下式(2)所示系统的状态反馈律为

$$u = \frac{-L_f^2 h(x) + v}{L_g L_f h(x)} \quad (9)$$

式中 v 是经坐标变换后的线性系统的新输入。

2.2 二次型最优控制及基于无源性理论性能指标矩阵 Q 和 R 选择

经非线性坐标变换(7)和状态反馈律(9),仿射非线性系统(2)转换为线性系统(8),由此,非线性系统综合问题就转化为线性系统的综合问题。

根据二次型最优控制理论,线性定常系统为

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi(t) + Bv(t) \\ \xi(t_0) = \xi_0 \end{cases} \quad (10)$$

二次型性能指标为

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (\xi^T Q \xi + v^T R v) dt \quad (11)$$

式中: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; Q 为正定或半正定

对称矩阵; R 为正定对称矩阵。性能指标式(11)的第 1 项体现控制过程中和终端时刻的状态误差接近于 0,第 2 项是对控制幅度的限制。

要使性能指标函数为最小,则最优控制为

$$v = -K\xi \quad (12)$$

反馈增益矩阵:

$$K = B^T P \quad (13)$$

式中 P 是黎卡提代数方程 $PA + A^T P - PBR^{-1}B^T + Q = 0$ 的正定对称解。

无源性控制方法的基本思想是在控制器的设计中,通过注入需要的阻尼项,适当配置系统能量耗散方程中的“无功功率”迫使系统总能量跟踪预期的能量函数,使闭环控制系统是无源的。从而保证系统的输出误差渐进稳定于零点,使系统的状态变量渐进收敛到期望值。控制系统的无源性包含闭环系统的稳定性,是稳定性概念的扩展。稳定性只是无源性的一种特殊情况, Lyapunov 稳定性理论是在无源性概念的基础上发展起来的^[17]。

基于无源性理论构造闭环系统储能函数 H , 可通过使闭环系统所期望的储能函数无源来达到控制目标^[18]。文献[19]中系统性能用加权误差(状态稳定)平方积分 I_B 来衡量。比较发现二次型性能指标 J 和加权误差平方积分 I_B 基本相似。故本文基于无源性理论构造闭环系统能量函数:

$$H = \xi^T Q \xi = \frac{1}{2} L \Delta i_L^2 + \frac{1}{2} C \Delta u_C^2 \quad (14)$$

由式(7)可知

$$\begin{cases} \xi_1 = h(\mathbf{x}) = x_2 - U_{\text{ref}} = \Delta u_C \\ \xi_2 = L_f h(\mathbf{x}) = \frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{R_L C} x_2 = \frac{1}{C} (\Delta i_L - \frac{\Delta u_C}{R_L}) \\ \Delta i_L = x_1 - \frac{U_{\text{ref}}}{R_L} \end{cases} \quad (15)$$

写成矩阵形式为

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta u_C \end{bmatrix} \quad (16)$$

故对应于式(14)的 Q 为

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{L}{2R_L^2 + \frac{C}{2}} & \frac{LC}{2R_L} \\ \frac{LC}{2R_L} & \frac{LC^2}{2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

并且选取权矩阵:

$$R = (LC)^3 \quad (18)$$

将矩阵 A 、 B 和式(17)、(18)代入黎卡提代数方程即可解得矩阵 P 和反馈增益矩阵 K 。将求得的反馈增益矩阵 K 代入式(9)、(12), 即可得到原非线性系统(2)的反馈控制律 u :

$$u = \frac{LC}{U_{\text{in}}} \left[\frac{1}{R_L C^2} x_1 - \left(-\frac{1}{LC} + \frac{1}{R_L^2 C^2} \right) x_2 + v \right] = \frac{LC}{U_{\text{in}}} \left[\frac{1}{R_L C^2} x_1 - \left(-\frac{1}{LC} + \frac{1}{R_L^2 C^2} \right) x_2 - k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 \right] \quad (19)$$

3 系统仿真

3.1 系统参数

利用Matlab对系统进行仿真, 采用无源性控制方法进行对比分析^[20]。系统参数如下: 输入电压 $U_{\text{in}}=100$ V, 输出电压 $U_{\text{ref}}=60$ V, 负载 $R_L=10$ Ω , 开关频率 $f_s=100$ kHz, 输入电感 $L=2$ mH, 输出电容 $C=10$ μF 。选取无源性控制方案中的阻尼注入 $R_1=0.1$ Ω , 其余参数同上。

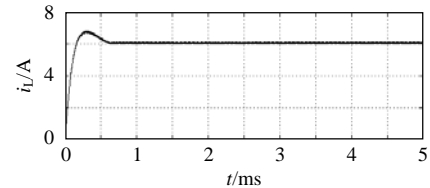
将上述系统参数代入式(17)、(18), 并利用Matlab 指令 $K=\text{lqr}(A, B, Q, R)$, 求得反馈增益矩

阵 $K=[k_1 \ k_2]^T=[1.3693 \times 10^9 \ 123445]^T$ 。

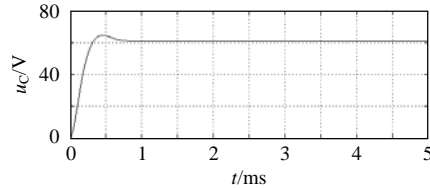
3.2 系统仿真波形

3.2.1 系统启动响应

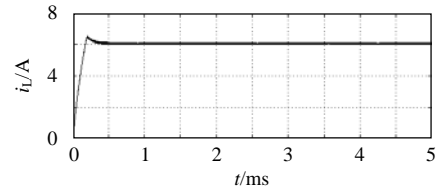
图 2(a)、(b)是基于无源性控制方法的电感电流和输出电压启动波形, 图 2(c)、(e)是基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的输出电流和电压的启动响应波形。可见, 与无源性控制方法对比, 基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的系统电感电流和输出电压启动速度快, 很快进入稳态(0.5 ms), 输出电压基本无超调。电感电流纹波细化图如图 2(d)所示, 纹波很小。



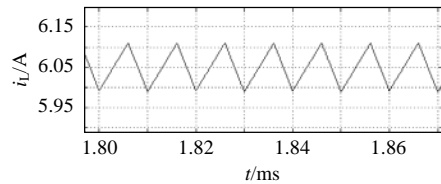
(a) 基于无源性控制的电感电流 i_L



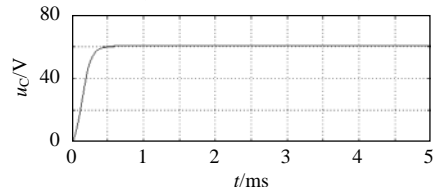
(b) 基于无源性控制的输出电压 u_C



(c) 基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的电感电流 i_L



(d) 基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的电感电流 i_L 纹波细化波形



(e) 基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的输出电压 u_C

图 2 电感电流与输出电压启动响应波形

Fig. 2 Start-up behavior of inductor current and output voltage

3.2.2 负载瞬态响应

负载由 10 Ω 跳变到 20 Ω 时, 系统状态响应曲线

如图3所示。

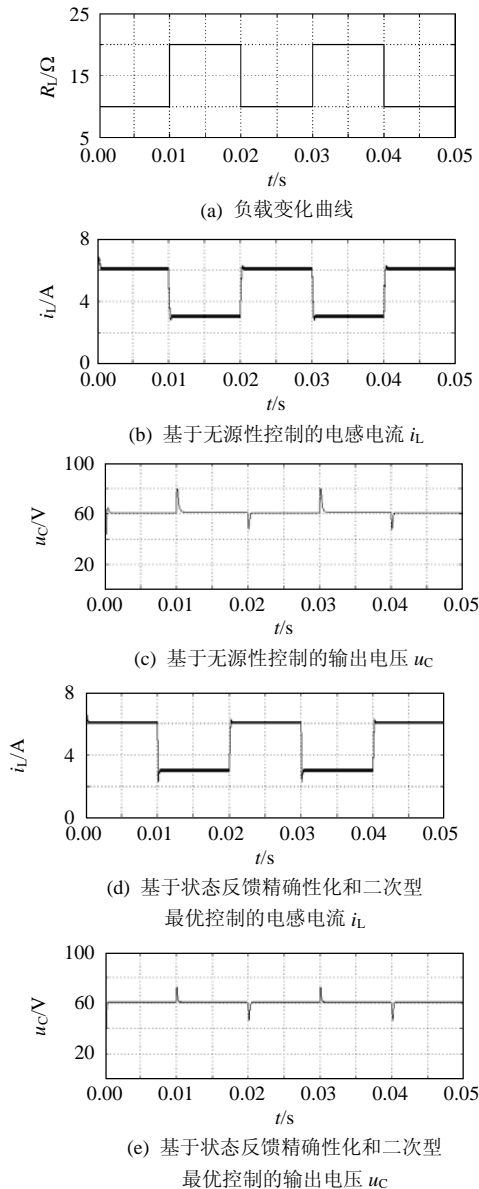


图3 负载突变时的瞬态响应波形

Fig. 3 Dynamic response of load variation

由图3可见,采用状态反馈精确线性化和二次型最优控制,负载突变时,状态响应特性具有响应速度快、调整时间短(0.5 ms)、超调量小的特点。与无源性控制方案对比,本控制系统对负载变化具有更强的鲁棒性。

3.2.3 输入电压扰动

当输入电压存在扰动时,系统动态响应波形如图4所示。

由图4可见,基于无源性控制的系统对输入电压扰动鲁棒性较差,而基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制的CCM Buck变换器系统对输入电压扰动具有非常强的鲁棒性,电感电流和输出电压

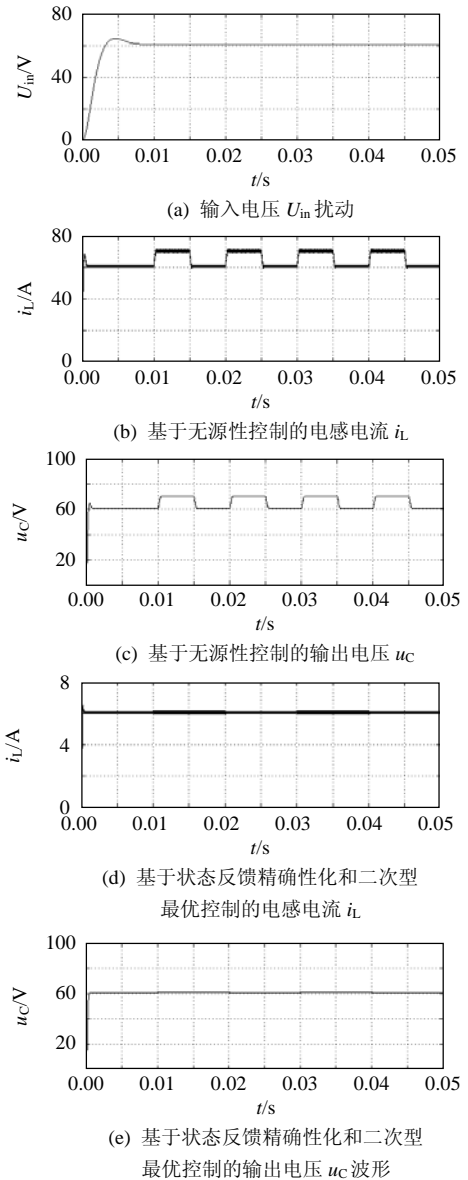


图4 输入电压扰动时的瞬态响应波形

Fig. 4 Dynamic response of input voltage variation

基本不受扰动的影响。这种特性也可由Buck变换器的非线性反馈控制律(19)得到理论解释。式(19)中输入电压 U_{in} 在控制律中为分母,当 U_{in} 存在扰动时,非线性反馈控制律会根据 U_{in} 的变化直接调节占空比,从而使输出电压基本保持稳定。

4 结论

研究新型非线性控制技术,可从根本上解决传统线性控制技术用于开关变换器的不足。本文采用状态空间平均法得到适合于微分几何方法的CCM Buck变换器的单输入单输出的仿射非线性系统模型。采用基于状态反馈精确线性化和二次型最优控制方案,导出了非线性坐标变换矩阵和状态反馈表达式。基于无源性理论,提出一种二次型性能指标,

给出相应的加权矩阵 Q 和 R 。仿真结果较好地验证了所用控制方案的正确性和所提加权矩阵选取的可行性, 系统具有良好的动静态特性, 并且系统对负载变化或系统参数在一定范围内变化时具有很强的鲁棒型。

参考文献

- [1] Malesani L, Spiazzi R G, Tenti P. Performance optimization of cuk converters by sliding-mode control[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 1995, 10(3): 302-309.
- [2] Lin B R, Hua C C. Uninterruptible power supply with fuzzy logic approach[C]. International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, Hawaii, 1993.
- [3] Naim R, Weiss G, Ben-Yaakov S. H_{∞} control applied to Boost power converters[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 1997, 12(4): 667-683.
- [4] 胡跃明. 非线性控制系统理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 68-125.
- [5] Isidori A. Nonlinear control systems: Communications and control engineering series[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1995: 70-118.
- [6] Divelbiss A W, Wen J T. A path space approach to nonholomic motion planning in the presence of obstacles[J]. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 1997, 13(3): 443-451.
- [7] 卢强, 孙元章. 电力系统非线性控制[M]. 北京: 科学出版社, 1993: 20-85.
- [8] 邓卫华, 张波, 胡宗波, 等. CCM Buck 变换器的状态反馈精确线性化的非线性解耦控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(5): 120-125.
Deng Weihua, Zhang Bo, Hu Zongbo, et al. Research of nonlinear decoupled control law using state variable feedback linearization method based on the CCM Buck converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(5): 120-125(in Chinese).
- [9] 邓卫华, 张波, 丘东元, 等. CCM Boost 变换器状态反馈精确线性化与非线性 PID 控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(8): 45-50.
Deng Weihua, Zhang Bo, Qiu Dongyuan, et al. The research of state variable feedback linearization method on the CCM Boost converter and nonlinear PID control law[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8): 45-50(in Chinese).
- [10] 邓卫华, 张波, 丘东元, 等. 三相电压型 PWM 整流器状态反馈精确线性化解耦控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 97-103.
Deng Weihua, Zhang Bo, Qiu Dongyuan, et al. Research of decoupled control law using state variable feedback linearization method of three-phase voltage source PWM rectifier[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 97-103(in Chinese).
- [11] Chen Hairong, Xu Zheng, Zhang Fan. Nonlinear control for VSC based HVDC system[C]. Power Engineering Society General Meeting, Montreal, Canada, 2006.
- [12] Sira-ramirez H, Llic M. A geometric approach to the feedback control of switch mode DC-to-DC power supplies[J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1988, 35(10): 1291-1298.
- [13] Rioual P, Pouliquen H. Nonlinear control of PWM rectifier by state feedback linearization and exact PWM control[C]. Applied Power Electronics Conference and Exposition, Orlando, FL, USA, 1994.
- [14] Alvarez-Ramirez J, Espinosa-Perez G. Stability of current-mode control for DC-DC power converters[J]. Systems & Control Letters, 2002, 45(2): 113-119.
- [15] 解学书. 最优控制: 理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1986: 27-60.
- [16] 孙孝峰, 魏坤, 郭伟扬, 等. 三相变流器最优控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(7): 168-172.
Sun Xiaofeng, Wei Kun, Wu Weiyang, et al. Optimal control of three-phase converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(7): 168-172(in Chinese).
- [17] Byrnes C I, Isidori A, Williams J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1991, 36(11): 1228-1240.
- [18] 乔树通, 伍小杰, 姜建国. 基于无源性的滑模控制在 DC/DC 变换器中的应用[J]. 电工技术学报, 2003, 18(4): 41-45.
Qiao Shutong, Wu Xiaojie, Jiang Jianguo. Application of passivity-based sliding mode control in DC/DC converters[J]. Trans. China Electrotechnical Society, 2003, 18(4): 41-45(in Chinese).
- [19] Ortega R, Loria A, Nicklasson P J, et al. Passivity-based control of euler lagrange systems[M]. New York: Spinger-Verlag, 1998: 32-56.
- [20] Sira-Ramirez H, Perez-Moreno R A, Ortega R, et al. Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters [J]. Automatica, 1997, 33(4): 499-513.



帅定新

收稿日期: 2007-11-30。

作者简介:

帅定新(1979—), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子与电力传动、电能质量改善、非线性控制, shuaidingxin@mail.scut.edu.cn;

谢运祥(1965—), 男, 博士, 博士生导师, 研究方向为电力电子及电力传动;

王晓刚(1976—), 男, 博士研究生, 讲师, 研究方向为电力电子技术、电能质量改善、非线性控制、智能控制。

(编辑 谷子)