

湿式多盘制动器时变不确定性优化设计方法

姜 勇

(北京矿冶研究总院, 北京 100070)

摘 要: 针对湿式多盘制动器在使用过程中受温度、磨损等随时间变化的不确定性因素影响, 从而导致其制动性能下降的问题, 该文建立了基于时变不确定性的多盘制动器优化设计数学模型, 提出了一种基于不确定性因素的多盘制动器时变设计方法, 并探索性地将其应用到制动器优化设计中, 结果表明: 利用该方法可以设计出任意时刻满足可靠度要求的制动器, 为制动器可靠性动态安全评价提供了一种新方法, 具有实际的工程意义。

关键词: 优化设计, 车辆, 制动, 可靠性, 不确定性, 时变, 湿式多盘制动器

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2012.09.009

中图分类号: TH122; U463.218

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2012)-09-0052-05

姜 勇. 湿式多盘制动器时变不确定性优化设计方法[J]. 农业工程学报, 2012, 28(9): 52-56.

Jiang Yong. Optimal design method with time-varying uncertainty for wet multi-disc brakes[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2012, 28(9): 52-56. (in Chinese with English abstract)

0 引 言

湿式多盘制动器具有制动力矩大、使用寿命长、抗热衰退与抗污染能力强、免维护等优点, 在井下车辆和重载工程车辆上有广泛的应用。中国目前的湿式多盘制动器设计, 基本上仍处在类比设计和经验设计阶段, 这样的设计往往偏于保守, 限制了湿式制动器性能的提高和产品成本的降低。湿式多盘制动器在使用过程中难免会受到随时间变化的不确定性因素(如荷载、环境及材料自身等因素)的影响, 如果对其不确定因素估计不足, 可能引起灾难性事故^[1]。通常人们考虑不确定性因素影响常采用概率设计方法, 这种方法认为机械零件的强度和工作应力分别服从某种概率分布函数^[2-5], 但却没有考虑强度和应力随时间的变化。实际上, 机械零件的强度和工作应力状态在使用寿命期间是一个时变的演化过程, 因而机械零件的可靠度是一个随时间变化的动态可靠度, 不确定性因素发生的时间顺序对于可靠度会产生很大的影响。近些年来, 国内外专家、学者从多角度对零部件和系统的时变可靠度及时变设计方法进行了初步探索研究^[6-20], 提出了马尔可夫分析法(状态空间分析法)、智能组件法、动态故障树、随机 Petri 网和 Monte Carlo 仿真法等。目前, 对于考虑时变不确定性因素影响的时变设计方法尚没有新的理论。

基于目前的情况, 本文将时变不确定理论与湿式多盘制动器设计相结合, 提出了考虑不确定性因素的湿式多盘制动器时变优化设计方法。文中首先介绍了时变不确定的相关理论, 然后提出湿式制动器的时变不确定性

优化模型, 最后用实际算例验证该方法的可行性。

1 时变计算模型

工程设计实现过程中, 部分设计变量和设计参数通常随载荷、材料属性、几何尺寸、工作环境等变化, 存在不确定性, 如果考虑产品的整个寿命过程, 则这些设计变量和设计参数分别服从某一随机时变过程。其演变过程可用下述随机过程来模拟。

设 (Ω, F, P) 是一个概率空间, F 为 Ω 上的 σ 代数, P 为 Ω 上的一个概率测度, $\{B(t), t \geq 0\}$ 为一维标准布朗运动。假如随机变量 X 满足

$$dX(t) = \lambda X(t)dt + \delta X(t)dB(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

通过 Ito 定理, 并根据期望的对数和期望的对数的期望值之间关系, 最终可推出

$\ln X(t)$ 是一个均值为 $\ln X(0) + (\lambda - \delta^2/2)t$, 标准差为 $\delta\sqrt{t}$ 的正态分布函数, 即

$$\ln X(t) \sim N \left[\ln X(0) + \left(\lambda - \frac{1}{2} \delta^2 \right) t, \delta^2 t \right] \quad (2)$$

式中, λ 为漂移率, 它表示在时刻 t 随机变量的瞬时变化率, 反映确定性因素产生的影响; δ 为波动率, 表示随机波动的大小, 反映不确定因素产生的影响。为准确估算出漂移率和波动率, 观测随机量的时间间隔通常是固定的。一般来说, 数据越多估算精度就越高, 然而过于长远的历史数据对于参数估计可能不起什么作用。近似的解决方法是使用最近时间长度内的历史数据来估算将来相同时间长度内的随机值情况。这 2 个参量, 可通过对实测数据的统计处理, 应用以下公式可计算得出。

1) 漂移率的计算

x 为在相同的时间间隔点(例如天、周或年)所得到的观测值, 则漂移率为

收稿日期: 2011-07-24 修订日期: 2012-03-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51075029)

作者简介: 姜 勇(1980-), 男(汉), 山东潍坊人, 博士, 工程师。主要从事工程车辆、矿山机械领域的研究。北京 北京矿冶研究总院, 100070。

Email: jiangyong23@163.com

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{X_{j+1}}{X_j} \quad (3)$$

式中， n 为观测次数； X_j 为第 j 个观测时间点的值 ($j=1, \dots, n$)。

2) 波动率的计算

令 $q_i = \ln \frac{X_{i+1}}{X_i}$, $i=1, 2, \dots, n$, \bar{q} 是 q_i 的平均值, 则

$$\delta = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2 \right]^{1/2}$$

即

$$\delta = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \lambda)^2}{n-1} \right]^{1/2} \quad (4)$$

假设强度和应力的对数 $\ln S(t)$ 和 $\ln \sigma(t)$ 是相互独立的随机变量, 均值和标准差分别为 $\hat{\mu}_{\ln S(t)}$ 、 $\hat{\sigma}_{\ln S(t)}$ 和 $\hat{\mu}_{\ln \sigma(t)}$ 、 $\hat{\sigma}_{\ln \sigma(t)}$ 。由于实际中的应力(强度)受到确定性因素和不确定性因素的共同作用, 确定性因素反映了应力(强度)的变化趋势, 不确定性因素反映了应力(强度)的随机差异, 二者的耦合行为对应力(强度)产生的效应以概率演化出现, 因此本文假设应力和强度服从方程(1), 则由式(2)可知

$\ln S(t)$ 是一个正态分布

$$\ln S(t) \sim N \left[\ln S(0) + \left(\lambda_s - \frac{1}{2} \delta_s^2 \right) t, \delta_s^2 t \right] \quad (5)$$

$\ln \sigma(t)$ 也是一个正态分布

$$\ln \sigma(t) \sim N \left[\ln \sigma(0) + \left(\lambda_\sigma - \frac{1}{2} \delta_\sigma^2 \right) t, \delta_\sigma^2 t \right] \quad (6)$$

式中, λ_s 为强度漂移率; δ_s 为强度波动率; λ_σ 为应力漂移率; δ_σ 为应力波动率。

2 时变不确定性设计方法

对于零部件 t 时刻的时变可靠度计算, 令 $Z = \ln S(t) - \ln \sigma(t)$, 由于机构的可靠度可以用以下概率表示

$$\begin{aligned} R(t) &= P(\ln S(t) > \ln \sigma(t)) \\ &= P[(\ln S(t) - \ln \sigma(t)) > 0] \\ &= P(Z > 0) \end{aligned}$$

由于 $\ln S(t)$ 和 $\ln \sigma(t)$ 相互独立, 且分别服从正态分布, 故 $Z = \ln S(t) - \ln \sigma(t)$ 也服从正态分布, Z 仍然是一个正态变量, 其均值和标准差分别为

$$\hat{\mu}_z = \hat{\mu}_{\ln S(t)} - \hat{\mu}_{\ln \sigma(t)} \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}_z = \sqrt{\hat{\sigma}_{\ln S(t)}^2 + \hat{\sigma}_{\ln \sigma(t)}^2} \quad (8)$$

通过可靠度定义推导可得式(9), 推导过程见文献[8]。

$$Z_{R(t)} = \frac{-\hat{\mu}_z}{\hat{\sigma}_z} = -\frac{\hat{\mu}_{\ln S(t)} - \hat{\mu}_{\ln \sigma(t)}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\ln S(t)}^2 + \hat{\sigma}_{\ln \sigma(t)}^2}} \quad (9)$$

故可靠度

$$R(t) = \Phi(-Z_{R(t)}) \quad (10)$$

式中, $\Phi(Z_{R(t)})$ 为变量 $Z_{R(t)}$ 的分布函数, 数值可由标准正态分布表查得。

假设对零件的要求是 t 时刻以后的可靠度是 $R(t)$, 由式(10)可得 $Z_{R(t)}$, 以及根据式(3)和式(4)求得强度、应力的漂移率和波动率 ($\lambda_s, \delta_s, \lambda_\sigma, \delta_\sigma$), 从而可以求出设计参数 $\sigma(0)$ 与 $S(0)$ 之间的关系

$$\frac{S(0)}{\sigma(0)} = \exp \left\{ -Z_{R(t)} \sqrt{\hat{\sigma}_{\ln S(t)}^2 + \hat{\sigma}_{\ln \sigma(t)}^2} - \left[\left(\lambda_s - \frac{1}{2} \delta_s^2 \right) - \left(\lambda_\sigma - \frac{1}{2} \delta_\sigma^2 \right) \right] t \right\} \quad (11)$$

式中, λ_σ 、 δ_σ 、 λ_s 、 δ_s 、 $Z_{R(t)}$ 均可求, 则初始时刻零件的强度与应力的比值 $S(0)/\sigma(0)$ 可以确定, 这样便可以选择不同的材料或者材料尺寸对零部件进行设计。

由于 $R(t)$ 是 t 时刻制动器所要求的可靠度, 这说明在不同时刻对制动器可靠性要求不同, 那么初始设计结果就不同。这种设计结果对 t 时刻要求的依赖是建立在动态的、非线性的和复杂的耦合机制基础之上的。

3 湿式多盘制动器时变不确定性优化设计方法

针对湿式制动器在使用过程中可能由于载荷、温度和磨损等因素引起零件尺寸以及材料内部的变化, 对制动器进行时变不确定性优化设计。

考虑到制动器的制动效能和热衰退性, 通常以制动器的制动距离和温升作为设计标准。制动器一般多安装在轮边减速器内侧, 其轮廓尺寸会受到限制, 由此, 在满足制动距离和温升标准的基础上, 以制动器体积 V 最小作为最优化设计的目标。

湿式多盘制动器制动距离的计算公式为

$$S' = \frac{16 \cdot \delta_D \cdot W \cdot v_0^2 \cdot R_r}{2 \cdot n \cdot \beta \cdot \pi \cdot Z \cdot \mu \cdot P_a \cdot (D+d)(D_1^2 - d_1^2)} \leq [S'] \quad (12)$$

式中, W 为整车的质量, kg; v_0 为制动初速度, m/s; δ_D 为旋转质量换算系数, $\delta_D=1.04$; R_r 为轮胎的动力半径, m; n 为整机制动器数量; β 为折减系数, $\beta=0.98$; μ 为摩擦衬片摩擦系数, 其取值随制动初速度的变化而变化; Z 为摩擦面数; p_a 为活塞内工作油压, Pa; D_1 为活塞有效外径, m; d_1 为活塞有效内径, m; D 为摩擦衬片有效外径, m; d 为摩擦衬片有效内径, m。[S'] 为安全制动距离, m。

每次制动后制动器的温升计算式为

$$\Delta T = \frac{4 \cdot \delta_D \cdot W \cdot v_0^2 \cdot \xi}{2 \cdot n \cdot C_K \cdot Z \cdot \rho \cdot \pi (D^2 - d^2) \cdot h} \leq [\Delta T] \quad (13)$$

式中, ξ 为制动器零件的吸热率, 考虑到盘片的浸油冷却, 一般取 0.5; C_K 为制动元件的热容量, J/(kg·°C); 取钢铁的热容量 $C_K=481.4$ J/(kg·°C); ρ 为制动元件密度, kg/m³; h 为盘片厚度, m。[ΔT] 为允许最高温升, °C。

由上一节所述, 所有随机变量 X_i 的对数服从正态分布, 则制动距离 S' 的对数服从正态分布

$$\ln S' \sim N \left[\ln S'(0) + \left(\lambda_s - \frac{1}{2} \delta_s^2 \right) t, \delta_s^2 t \right]$$

式中，漂移率 λ_s 和波动率 δ_s ，可由统计公式 (11) 和式 (12) 根据实测数据统计计算得出。

每次制动后制动器的温升 ΔT 的对数服从正态分布

$$\ln \Delta T \sim N \left[\ln \Delta T(0) + \left(\lambda_{\Delta T} - \frac{1}{2} \delta_{\Delta T}^2 \right) t, \delta_{\Delta T}^2 t \right]$$

式中，漂移率 $\lambda_{\Delta T}$ 和波动率 $\delta_{\Delta T}$ 由统计公式 (5) 和式 (6) 根据实测数据统计计算得出。

由于所需最大制动距离 $[S']$ 可以通过制动标准查得，所以其漂移率 $\lambda_{[S']}$ 和波动率 $\delta_{[S']}$ 均为 0。同理，每次制动后制动器的最高温升 $[\Delta T]$ 一般不超过 5°C (井下车辆持续制动性能及防爆特性要求)，所以其漂移率 $\lambda_{[\Delta T]}$ 和波动率 $\delta_{[\Delta T]}$ 也为 0。

假设要求制动器的使用寿命为 t 时制动器的可靠度大于 $R(t)$ ，则制动器的时变优化设计模型为

$$\begin{aligned} \min V(X) &= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot h \cdot (2 \cdot Z + 1) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \frac{[S'](0)}{S'(0)} \geq \exp \left\{ -Z_{R(t)} \sqrt{\hat{\sigma}_{\ln[S'](t)}^2 + \hat{\sigma}_{\ln S'(t)}^2} - \left[\left(\lambda_{[S']} - \frac{1}{2} \delta_{[S']}^2 \right) - \left(\lambda_{S'} - \frac{1}{2} \delta_{S'}^2 \right) \right] t \right\} \\ \frac{[\Delta T]}{\Delta T} \geq \exp \left\{ -Z_{R(t)} \sqrt{\hat{\sigma}_{\ln[\Delta T](t)}^2 + \hat{\sigma}_{\ln \Delta T(t)}^2} - \left[\left(\lambda_{[\Delta T]} - \frac{1}{2} \delta_{[\Delta T]}^2 \right) - \left(\lambda_{\Delta T} - \frac{1}{2} \delta_{\Delta T}^2 \right) \right] t \right\} \\ X^L \leq X \leq X^U \end{cases} \quad (14) \end{aligned}$$

式中，设计变量 $X = [D_1, d_1, D, d, h, Z, p_a]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]^T$ ， X^L 和 X^U 为各设计变量的上下限。

4 算例

以某井下工程车湿式多盘制动器设计为例，整车质量 12 500 kg，制动初始速度 20 km/h，轮胎的动力半径 0.526 m，选取铜基摩擦片摩擦系数 0.08，制动距离要求小于 5 m，温升小于 5°C 。观测的时间间隔以天为单位，要求使用寿命为 1 a 后制动器的可靠度大于 0.99。由于条件限制，对于此次的制动距离和温升的数据采用 Matlab 的数值模拟方法获得^[21]，制动距离和制动器的温升 ΔT 的模拟时变数据分别如图 1 和图 2 所示。

根据数据，由漂移率和波动率统计公式 (5)、(6) 可得

$$\begin{aligned} \lambda_s &= 0.00052, \quad \delta_s = 0.002 \\ \lambda_{\Delta T} &= 0.00009, \quad \delta_{\Delta T} = 0.007 \end{aligned}$$

由式 (11) 得：假设要求 1 a 后 $R(365) \geq 0.99$ ，则 $Z_{R(t)} = Z_{R(365)} \leq -2.33$ 。

将各参数代入式 (14) 进行优化计算，得到优化结果如表 1 所示。

图 1 表示制动距离随着时间的增长而恶化，在一个时刻点上属于正态分布的，而在整个过程上是属于动

态的上升趋势。图 2 表示制动器的温升随着时间的增长而呈现一定的恶化，同样在一个时刻点上属于正态分布的，而在整个过程上是属于动态的上升趋势。对于实际测量值将视后续的研究工作情况给出，但以下的设计方法同样可行。

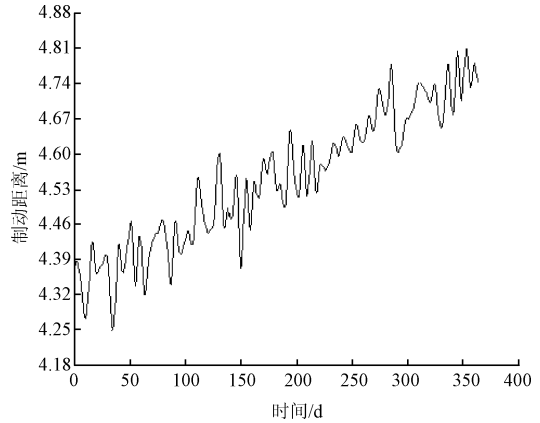


图 1 制动距离 S' 时变数据

Fig.1 Braking distance S' time-varying data

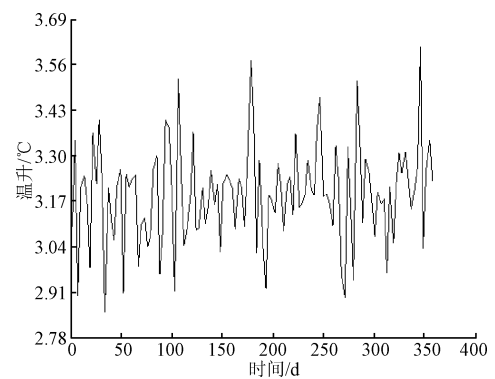


图 2 制动器的温升 ΔT 时变数据

Fig.2 Brake the rise of temperature of ΔT time-varying data

表 1 湿式多盘制动器优化结果对比表
Table 1 Wet multiple disk brake optimization results contrast table

设计参数和目标	确定性优化	不确定性优化
活塞内径 d_1/m	0.279	0.280
活塞外径 D_1/m	0.309	0.302
摩擦片外径 D/m	0.370	0.396
摩擦片内径 d/m	0.246	0.280
摩擦片厚度 h/m	0.005	0.004
摩擦片数 Z	3	4
制动油压 P_a/MPa	7.0	7.0
制动器体积 V/m^3	0.0021	0.0022
制动距离 S'/m	3.89	3.66
温升 $\Delta T/^\circ\text{C}$	3.71	3.51
制动距离可靠度 $R_S(365)$	0.947	0.999
温升可靠度 $R_{\Delta T}(365)$	0.978	0.995

由表 1 优化结果可以看到，确定性优化结果虽然制

动器体积较小, 但 1 a 后制动距离和温升的可靠度均不能满足要求; 时变不确定性优化结果能够满足制动器制动性能的可靠度在 1 a 后大于等于 0.99 的要求, 同时制动器体积增大相对较小。

5 结论

本文建立了基于时变不确定性的多盘制动器优化设计数学模型, 提出了一种基于不确定性因素的多盘制动器时变设计新方法。该方法在优化设计过程中考虑了不确定性因素的存在和对设计结果的影响, 与确定性优化设计结果相比, 制动距离可靠度从 0.947 提高到 0.999, 温升可靠度从 0.978 提高到 0.995, 设计结果满足约束的概率提高, 得到了更可靠的设计结果。该方法考虑了制动距离和温升的动态演化, 能够计算出在任意时刻湿式多盘制动器的可靠度, 为制动器可靠性动态安全评价提供了一种新方法, 具有实际的工程意义。

[参 考 文 献]

- [1] 刘德顺, 岳文辉, 杜小平. 不确定性分析与稳健设计的研究进展[J]. 中国机械工程, 2006, 17(17): 1834—1841
Liu Deshun, Yue Wenhui, Du Xiaoping. Study on uncertainty analysis and robust design: a review[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(17): 1834—1841. (in Chinese with English abstract)
- [2] 张沛. 基于概率的可靠性评估方法[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(4): 92—96.
Zhang Pei. Probability based reliability assessment[J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(4): 92—96. (in Chinese with English abstract)
- [3] Wehenkel L, Lebrevelec C, Trotignon M, et al. Probabilistic design of power-system special stability controls[J]. Control Engineering Practice, 1999, 7(2): 183—194.
- [4] Yasumasa F, Fabrizio D, Roberto T. Probabilistic design of LPV control systems[J]. Automatica, 2003, 39(8): 1323—1337.
- [5] 史进渊. 概率设计法在汽轮机直叶片级热力设计中的应用[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(2): 20—25.
Shi Jinyuan. Application of probabilistic design method to thermal performance design for straight blade stages of steam turbines[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 1999, 19(2): 20—25. (in Chinese with English abstract)
- [6] 石博强, 肖成勇. 系统不确定性的数值计算方法[J]. 北京科技大学学报, 2003, 25(4): 374—376
Shi Boqiang, Xiao Chengyong. Numerical calculation of system uncertainty[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2003, 25(4): 374—376. (in Chinese with English abstract)
- [7] 郭朋彦, 石博强, 肖成勇, 等. 基于盲数理论的机械结构复杂时变可靠性计算方法[J]. 农业机械学报, 2010, 41(9): 210—213.
Guo Pengyan, Shi Boqiang, Xiao Chengyong, et al. Computing-algorithm for time-dependent reliability of mechanical structure based on blind number[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2010, 41(9): 210—213. (in Chinese with English abstract)
- [8] 闫永业, 石博强. 考虑不确定性因素的时变可靠度计算方法[J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(11): 1303—1306.
Yan Yongye, Shi Boqiang. Time-dependent reliability analysis under uncertainty[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(11): 1303—1306. (in Chinese with English abstract)
- [9] Mocko G M, Paasch R. Incorporating uncertainty in diagnostic analysis of mechanical systems[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2005, 127(2): 315—325.
- [10] Marti K, Kaymaz I. Reliability analysis for elastoplastic mechanical structures under stochastic uncertainty[J]. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 2006, 86(5): 358—384.
- [11] Tonon F. Using random set theory to propagate epistemic uncertainty through a mechanical system[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 85(1/3): 169—181.
- [12] Ionescu D C, Ulmeanu A P, Constantinescu A C, et al. Reliability modeling of medium voltage distribution systems of nuclear power plants using generalized stochastic Petri nets[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2006, 51(2): 285—290.
- [13] Cazugule M, Renaud C, Cognard J Y. Time-variant reliability of nonlinear structures: application to a representative part of a plate floor[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2006, 22(1): 101—118.
- [14] Bernd Möller, Michael Beer, Wolfgang Graf, et al. Time-dependent reliability of textile-strengthened RC structures under consideration of fuzzy randomness[J]. Computers and Structures, 2006, 84(8/9): 585—603.
- [15] Andrieu-Renaud C, Sudret B, Lemaire M. The PHI2 method: a way to compute time-variant reliability[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 84(1): 75—86.
- [16] Streicher H, Rackwitz R. Time-variant reliability-oriented structural optimization and a renewal model for life-cycle costing[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19(1/2): 171—183.
- [17] Volovoi V. Modeling of system reliability Petri nets with aging tokens[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 84(2): 149—161.
- [18] Ph. Bressollette, M Fogli. A stochastic collocation method for large classes of mechanical problems with uncertain parameters[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2010, 25: 255—270.
- [19] Jensen H A, Valdebenitob M A, Schuëllerb G I, et al. Reliability-based optimization of stochastic systems using line search[J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2009, 198(49/52): 3915—3924.
- [20] Huang C Y, Chang Y R. An improved decomposition scheme for assessing the reliability of embedded systems by using time-depended fault trees[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(10): 1403—1412.
- [21] 石博强. MATLAB 数学计算范例教程[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004.

Optimal design method with time-varying uncertainty for wet multi-disc brakes

Jiang Yong

(Beijing General Research Institute of Mining and Metallurgy, Beijing 100070, China)

Abstract: As uncertainties inherent factors, such as temperature and wear, always exist during wet multi-disc brake's lifetime, a time-dependent model was established, which incorporating such uncertainties based on stochastic differential equation theory. The time-dependent design method for wet multi-disc brake under such external uncertainties factors was presented. This method takes the braking distance and temperature changes with time into account. It can evaluate dynamic security reliability for wet multi-disc brake products, which reflects the impact of time scale in the design. The brake that can meet the reliability requirements at any time can be designed by the new method, which can provide a reference for dynamic security assessment of brakes reliability.

Key words: optimal design, vehicles, braking, reliability, uncertainty, time-dependent, wet multi-disc brakes