

机器人倾倒碰撞动力学建模与不同刚度下碰撞响应

王斌锐^{1,2}, 严冬明¹, 方水光¹, 金英连¹

(1. 中国计量学院机电工程学院, 杭州 310018; 2. 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110004)

摘要: 为了确定刚度对柔性臂倾倒碰撞力的影响, 基于混合坐标法建立柔性臂运动学模型, 利用假设模态法对柔性变形解耦, 基于 Hertz 接触理论和非线性阻尼理论建立接触碰撞力模型, 利用 Lagrange 方程建立了含碰撞的动力学方程。编写了变步长变精度的四阶 Runge-Kutta 数值求解算法。对不同刚度下柔性臂的碰撞响应进行仿真, 得到了接触力、关节转角、角速度和弹性变形曲线。对比可得, 随着抗弯刚度增大, 接触力变大且峰值出现的相位提前, 且碰撞后柔性臂关节转角变小, 弹性变形和角速度的振动都减小; 材质结构阻尼对弹性振动变形有明显的抑制。该文所建模型和求解方法有效。

关键词: 机器人, 柔性结构, 动力学模型, 接触碰撞, 假设模态, 刚柔耦合, 刚度

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2012.07.009

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2012)-07-0051-06

王斌锐, 严冬明, 方水光, 等. 机器人倾倒碰撞动力学建模与不同刚度下碰撞响应[J]. 农业工程学报, 2012, 28(7): 51-56.

Wang Binrui, Yan Dongming, Fang Shuiguang, et al. Dynamics modeling of slipping collision of robot and impact response under different stiffness[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2012, 28(7): 51-56. (in Chinese with English abstract)

0 引言

在人类活动的非结构化环境中, 如农作物采摘、嫁接等^[1-3], 仿人机器人难免发生碰撞, 尤其是倾倒撞墙, 动力学过程非常复杂。目前机器人主动缓冲功能差。为避免碰撞对机器人本体和环境造成损害, 利用材料柔性进行被动缓冲很重要。但结构柔性会增加动力学系统求解和运动控制的复杂性。所以量化分析结构刚度对柔性碰撞响应的影响, 对于合理平衡结构的刚度和柔性很必要。刘才山等针对重力场下大范围回转运动柔性梁与固定斜面发生斜碰撞的情况, 建立含碰撞的一致线性化动力学方程^[4]。Z. Payam 等用有限元法对柔性梁做离散化处理, 研究柔性多体系统的动力学响应^[5]。Hu Haidong 等运用模态假设法研究柔性双连杆的动力学响应^[6]。蔡国平等采用假设模态法对旋转运动柔性梁的动力特性进行研究, 给出简化的控制模型^[7]。安雪斌等对接触碰撞模型进行分类讨论, 给出了仿真计算时接触碰撞模型的选择依据^[8]。盛立伟等通过柔性单摆和固定刚性物体的撞击试验, 揭示了横向变形和角速度在冲击波传播过程中的突变现象, 得到撞击力变化规律^[9]。石望等利用假设模态法, 研究在重力作用下的柔性单摆和双摆, 分析弹性变形对梁振动特性的影响^[10]。华卫江等研究柔性机器人与工

作环境碰撞时的动力学, 通过弯曲刚度的改变分析碰撞动力学效应^[11]。蹇朋波等通过建立杆弹性碰撞动态子结构模型, 推导弹性撞击子结构动力学控制方程, 研究撞击瞬态波传播规律^[12]。将受撞击后柔性臂的瞬态响应作为求解动力学的初始条件, 进而研究变形耦合对刚柔混合动力学方程的影响, 逐渐受到关注^[13-15]。

本文针对机器人倾倒扶墙动作, 建立柔性臂与墙壁碰撞动力学模型。首先建立了含刚柔耦合效应的柔性臂运动学模型, 利用假设模态法对变形解耦; 采用 Hertz 接触理论和非线性弹簧阻尼理论建立法向接触碰撞力模型, 并推导出含碰撞的系统动力学模型。设计了动力学求解算法, 并通过仿真计算, 分析了不同抗弯刚度下柔性臂的碰撞动态响应及接触力变化规律, 同时考虑了结构阻尼对动力学响应的影响。

1 机器人倾倒碰撞运动学建模

1.1 机器人倾倒运动学描述

当仿人步行机器人失去重心时, 由于地面不能给机器人脚提供平衡转矩, 机器人会在重力作用下倾向墙体。针对倾倒, 机器人可简化建模为本体和手臂两连杆模型。由于碰撞时间很短, 可忽略本体和手臂间的旋转运动, 进一步简化为单臂模型, 如图 1 所示。本文建模考虑柔性, 基于 Euler-Bernoulli 梁小变形假设, 不计摩擦。

柔性臂变形后, P 点在 $O_0X_0Y_0$ 中的坐标为

$$r_p = A \cdot u_p = A \cdot (r_i + u_i) \quad (1)$$

式中, A 为 $O_1X_1Y_1$ 相对于 $O_0X_0Y_0$ 的方向余弦阵

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, u_p \text{ 为变形位移在 } O_1X_1Y_1 \text{ 下的坐标}$$

收稿日期: 2011-09-07 修订日期: 2011-10-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50905170); 浙江省自然科学基金资助项目 (No.Y1090042); 机器人学国家重点实验室开放基金资助项目 (No.RL0200918)

作者简介: 王斌锐 (1978-), 男, 山西平遥人, 副教授, 博士, 研究方向: 仿生农业机器人与智能控制。杭州 中国计量学院机电学院, 310018。

Email: wangbrpaper@163.com

阵, r_i 为 P_0 点在 $O_1X_1Y_1$ 下的位移矢量, $r_i = [x \ 0]^T$, x 为未变形时 P_0 点在臂上的位置, u_i 为 P_0 点变形位移坐标阵

$$u_i = \begin{bmatrix} u_x(x,t) \\ u_y(x,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1(x,t) + w_c(x,t) \\ w_2(x,t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $w_1(x,t)$ 为臂的轴向变形位移, $w_2(x,t)$ 为横向变形位移, $w_c(x,t)$ 为横向弯曲引起的轴向变形耦合量, $w_c(x,t)$ 的表达式为

$$w_c(x,t) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial w_2(\xi,t)}{\partial \xi} \right)^2 d\xi \quad (3)$$

式 (1) 对时间求导, 得 P 点在 $O_0X_0Y_0$ 下的速度为

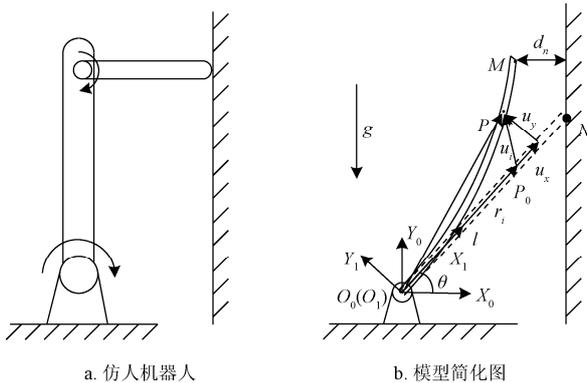
$$\dot{r}_p = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} Au_p \dot{\theta} + A\dot{u}_i \quad (4)$$

式中, $\dot{\theta}$ 为转角 θ 的时间导数, rad/s, \dot{u}_i 为 u_i 的时间导数, m/s.

式 (4) 对时间求导, 得 P 点在 $O_0X_0Y_0$ 下的加速度为

$$\ddot{r}_p = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} Au_p \ddot{\theta} + A\ddot{u}_i - Au_p \dot{\theta}^2 + 2 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} A\dot{u}_i \dot{\theta} \quad (5)$$

式中, $\ddot{\theta}$ 为 $\dot{\theta}$ 的时间导数, rad/s², \ddot{u}_i 为 \dot{u}_i 的时间导数, m/s².



注: $O_0X_0Y_0$ 为绝对坐标系, $O_1X_1Y_1$ 为浮动坐标系, θ 为轴 O_0X_0 和轴 O_1X_1 的夹角, d_n 为柔性臂末端相对墙面的法向分量, g 为重力加速度, l 为臂长。

图 1 机器人倒地扶墙简化模型

Fig.1 Schematic diagram of slipping collision of robot

1.2 变形的假设模态法解耦

由式 (2) 可见, $u_x(x,t)$ 和 $u_y(x,t)$ 存在耦合, 不利于方程 (4)、(5) 求解。通过假设模态法, 将柔性臂上任意点的轴向变形 $w_1(x,t)$ 和横向变形 $w_2(x,t)$ 变换为

$$\begin{cases} w_1(x,t) = \Phi_1(x)q_1(t) \\ w_2(x,t) = \Phi_2(x)q_2(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\Phi_1(x)$ 和 $\Phi_2(x)$ 分别为轴向和横向振动的模态函数行向量; $q_1(t)$ 和 $q_2(t)$ 分别为轴向和横向振动的模态坐标列向量

$$\begin{cases} \Phi_1(x) = [\phi_{11}(x), \phi_{12}(x), \dots, \phi_{1n}(x)] \\ q_1(t) = [q_{11}(t), q_{12}(t), \dots, q_{1n}(t)]^T \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \Phi_2(x) = [\phi_{21}(x), \phi_{22}(x), \dots, \phi_{2n}(x)] \\ q_2(t) = [q_{21}(t), q_{22}(t), \dots, q_{2n}(t)]^T \end{cases} \quad (8)$$

式中, n 为模态阶数, $\phi_{1i}(x)$ 和 $\phi_{2i}(x)$ 为第 i 阶模态振型。机器人倾倒撞墙时, 只有脚与地面支撑, 所以模态函数可选取悬臂梁形函数

$$\phi_{1i}(x) = \sin \frac{(2i-1)\pi}{2l} x, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$\begin{cases} \phi_{2i}(x) = \cos \beta_i x - \cosh \beta_i x + \gamma_i (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \\ i = 1, 2, \dots, n \quad \gamma_i = -\frac{\cos \beta_i l + \cosh \beta_i l}{\sin \beta_i l + \sinh \beta_i l} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\beta_1 l = 1.875, \beta_2 l = 4.694, \beta_i l = (i-0.5)\pi, i = 3, 4, \dots, n$ 。

将式 (6)、(8) 代入到式 (3) 中, 耦合项 $w_c(x,t)$ 可简化为

$$w_c(x,t) = -\frac{1}{2} q_2^T(t) H(x) q_2(t) \quad (11)$$

式中, $H(x)$ 为耦合形函数, 表示为

$$H(x) = \int_0^x \Phi_2^T(\xi) \Phi_2'(\xi) d\xi \quad (12)$$

模态阶数的增加会加大运算量, 对于大范围转速不高的情况, 取前二阶模态即可对系统动力学特性进行精确描述^[17-19]。

2 柔性臂碰撞动力学建模

2.1 广义撞击力

本文采用 Hertz 接触理论和非线性弹簧阻尼理论建立接触碰撞模型。

末端 M 点相对于墙体 N 点的位移列阵为

$$d = A \begin{bmatrix} l + \Phi_1(x_M)q_1 - \frac{1}{2} q_2^T H(x_M) q_2 \\ \Phi_2(x_M)q_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -l \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, x_M 为撞击点 M 在 $O_1X_1Y_1$ 下的坐标。

撞击面的法向单位矢量在 $O_0X_0Y_0$ 下的坐标阵为 $n = [1 \ 0]^T$, M 点相对 N 点的位移沿碰撞面法向的分量 d_n 为

$$d_n = n^T d = \cos \theta \left(l + \Phi_1(x_M)q_1 - \frac{1}{2} q_2^T H(x_M) q_2 \right) - \sin \theta \Phi_2(x_M)q_2 \quad (14)$$

如图 1 所示, 当 $d_n > 0$ 时, 未接触; 当 $d_n = 0$ 时, 开始接触或开始分离; 当 $d_n < 0$ 时, 接触碰撞, 此时, $d_n = \delta$ 为局部变形, $|\delta|$ 表示物体间相互嵌入深度, m 。

碰撞产生的力为

$$F = \begin{cases} 0 & d_n \geq 0 \\ k\delta^{3/2} + c\dot{\delta} & d_n < 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中, k 为接触刚度系数, N/m, 与接触体的几何形状和材料有关, c 为阻尼系数, N/(s·m^{1/2})。

撞击力的虚功为

$$\delta W = \delta d_n F = \delta \theta Q_\theta + \delta q Q_q \quad (16)$$

式中, q 为广义振动模态坐标, Q_θ 为对应 θ 的广义力, N, Q_q 为对应 q 的广义力, N。

将式 (14)、(15) 代入式 (16), 可得广义撞击力为

$$Q_\theta = -F \sin \theta \cdot \left(l + \Phi_1(x_M)q_1 - \frac{1}{2}q_2^T H(x_M)q_2 \right) - F \cos \theta \cdot \Phi_2(x_M)q_2 \quad (17)$$

$$Q_q = F \cos \theta \cdot (\Phi_1(x_M))^T - H(x_M)q_2 - F \sin \theta \cdot \Phi_2(x_M)^T \quad (18)$$

2.2 碰撞动力学模型

柔性臂在竖直平面内的运动可看作是大范围的刚体运动和小范围的弹性变形运动的叠加，所以柔性臂的动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S \dot{r}_p^T \dot{r}_p dx \quad (19)$$

式中， T 为动能， J ， ρ 为密度， kg/m^3 ， S 为横截面积， m^2 。

取 O_0 点为势能零点，系统的势能为

$$V = V_1 + V_2 \quad (20)$$

式中， V_1 是柔性臂的弹性变形势能， J ， V_2 是重力势能， J ，表示为^[20]

$$\begin{cases} V_1 = \frac{1}{2} \int_0^l [ES[\dot{w}_1(x,t)]^2 + EI[\dot{w}_2(x,t)]^2] dx \\ V_2 = \rho S g \int_0^l (u_x(x,t) \sin \theta + u_y(x,t) \cos \theta) dx \end{cases} \quad (21)$$

式中， EI 为抗弯刚度， ES 为抗压刚度。

将式 (4) ~ (6) 代入到式 (19)、(21) 中，可得系统的动能和势能。为便于计算，忽略轴向变形、耦合项及高阶项，并线性化动能和势能。

利用 Lagrange 方程可得碰撞动力学方程

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta} & M_{\theta q} \\ M_{q\theta} & M_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_\theta \\ Q_q \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中， $M_{\theta\theta}$ 为柔性臂的转动惯量， $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ； M_{qq} 为横向振动的广义弹性质量阵； $M_{\theta q}$ 和 $M_{q\theta}$ 为大范围运动和弹性变形之间的非线性耦合； C_{qq} 为横向振动的结构阻尼阵； K_{qq} 为刚度阵； G 为惯性力项。

式 (22) 可简写为

$$M\ddot{p} + C\dot{p} + Kp = G \quad (23)$$

式中， $p = [\theta \quad q_2]^T$ 为广义坐标阵， M 为广义质量矩阵， C 为阻尼项， K 为刚度矩阵， G 为广义力矩阵，其中矩阵各元素具体为

$$\begin{aligned} M_{\theta\theta} &= \int_0^l \rho S x^2 dx + q_2^T \int_0^l \rho S (\Phi_2^T \Phi_2 - xH(x)) dx q_2, \\ M_{\theta q} &= M_{q\theta}^T = \int_0^l \rho S x \Phi_2 dx, \quad M_{qq} = \int_0^l \rho S x \Phi_2^T \Phi_2 dx, \\ C_{qq} &= \alpha M_{qq} = \alpha \int_0^l \rho S x \Phi_2^T \Phi_2 dx, \\ K_{qq} &= \int_0^l EI \Phi_2^T \Phi_2'' dx - \dot{\theta}^2 \int_0^l \rho S (xH(x) - \Phi_2^T \Phi_2) dx, \\ G &= \rho S g l \cos \theta. \end{aligned}$$

式中， α 为 Rayleigh 阻尼系数。

3 仿真试验和结果分析

式 (23) 是典型的时变、非线性、变结构系统，不仅具有刚性方程的特征，而且具有分段的性质。综合考量数值计算求解速度和精度，本文设计了变步长变精度的四阶 Runge-Kutta 数值计算方法进行仿真。当远离碰撞接触区域时，降低精度以提高速度，当临近碰撞接触区域时，提高计算精度并进行重启动计算，确定碰撞过程的动力学响应。

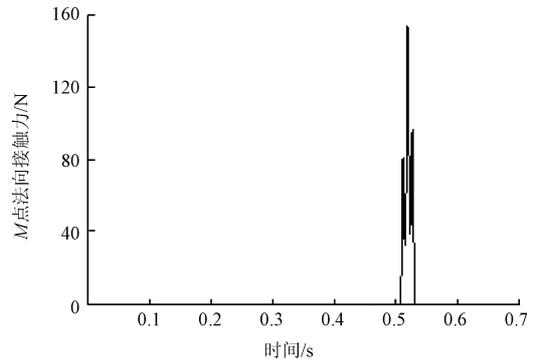
试验针对圆形截面铝材质的仿人机器人柔性臂，具体参数见表 1。

表 1 柔性臂的基本参数
Table 1 Basic parameters of flexible arm

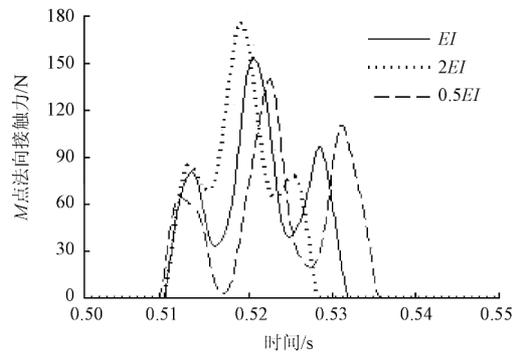
| 参数 | 参数值 | 参数 | 参数值 |
|---|------------------------|---------------------------------------|------------------------|
| 密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$ | 2 700 | 弹性模量 $E/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$ | 6.895×10^{10} |
| 臂长 l/m | 0.8 | 转动惯量 $I/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$ | 2.031×10^{-9} |
| 横截面积 S/m^2 | 7.297×10^{-5} | 初始转角 θ_0/rad | 0.25π |

同时，基于 Hertz 接触理论， k 取 $5.0351 \times 10^9 \text{ N/m}$ 。仿真中分别将柔性臂的抗弯刚度 EI 值扩大和减小 2 倍来分析其动力学响应，对比分析抗弯刚度对柔性臂碰撞动力学响应的影响。

碰撞中 M 点受到的法向接触力如图 2 所示。



a. M点的法向接触力



b. 碰撞过程局部放大

注： EI 为柔性臂的抗弯刚度。

图 2 柔性臂 M 点的法向接触力
Fig.2 Normal contact force of flexible arm

由图 2 可知，末端的接触碰撞法向力突变后没有立即变为 0，接触碰撞力是波动的。分析原因为：由于柔性

效应,末端在与墙壁碰撞时,发生弹性形变,从而在与墙壁碰撞后较短时间内,仍然与墙壁接触,存在接触力并出现波动,导致接触力没有立即衰减为0。由局部放大图可知,随着抗弯刚度 EI 值的增加,碰撞点处的接触力峰值变大,同时峰值出现的相位提前,碰撞持续时间减少。由于柔性臂在运动中出现的抖动,接触力峰值没有出现在碰撞初始时刻。

图3为柔性臂关节转角变化曲线图。

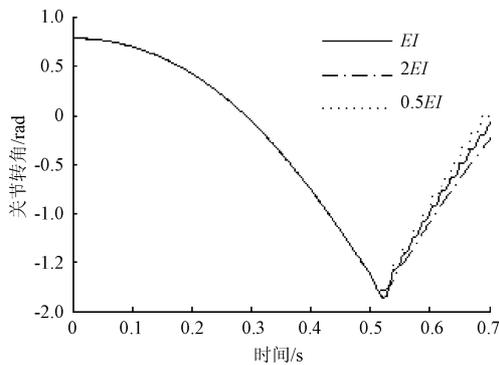


图3 关节转角曲线
Fig.3 Curves of joint angle

由图3可知,接触碰撞前,不同抗弯刚度的柔性臂大范围运动角度变化基本一样。接触碰撞后,碰撞激发了柔性臂自身柔性,对大范围运动产生了影响。受到反向接触力的作用,柔性臂发生反弹并作反向运动。随着抗弯刚度 EI 值增加,虽然接触碰撞力会变大,但反弹运动关节转角会变小。随着抗弯刚度 EI 值减小,虽然接触碰撞力会变小,但反弹运动关节转角会变大。

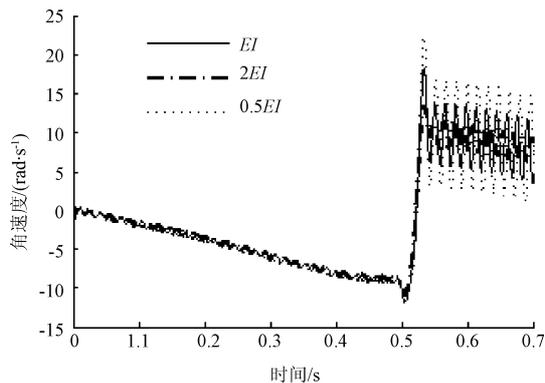
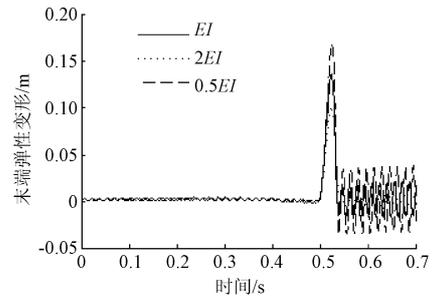
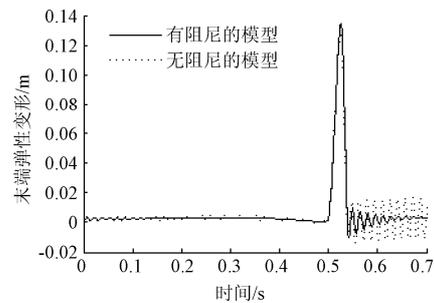


图4 柔性臂的角速度
Fig.4 Angle velocity of flexible arm

由图4可知,柔性臂在受到撞击后,大范围转动的角速度虽然在短时间内发生了大的变化,但是没有在瞬时发生突变。分析原因是柔性臂在受到撞击后没有立即做反向运动。接触力激发了弹性振动,进一步使转动角速度产生了高频的振动。这是柔性变形与大范围转动耦合产生的效应,体现出柔性运动的特点。同时,随着抗弯刚度 EI 值的增加,弹性振动幅度减小,与定性分析相吻合。



a. 不同刚度下的弹性变形



b. 考虑阻尼情况下的弹性变形

注: b中考虑有无阻尼时,模型的抗弯刚度均为1倍 EI 。

图5 末端弹性变形曲线
Fig.5 Elastic deformation curve of end

由图5可知,柔性臂受到撞击后,同时引起末端弹性振动,随着抗弯刚度 EI 值的增加,末端振动变形越小;碰撞动力学模型中忽略材料阻尼项时,弹性振动一直持续下去。当考虑到横向振动的结构阻尼后(采用Rayleigh黏性比例阻尼模型)。末端弹性变形位移经历短暂震荡后趋于0。

4 结论

- 1) 随着抗弯刚度 EI 值的增大,碰撞点处的接触力峰值变大,同时峰值出现的相位提前,碰撞持续时间减少;抗弯刚度值降低,对碰撞力的减小起到明显效果。
- 2) 抗弯刚度 EI 值越大,关节转角越小,同时激起的弹性振动幅度越小,末端弹性振动变形越小。
- 3) 材质结构阻尼对碰撞后末端的弹性振动变形有明显的抑制。
- 4) 设计的算法可对柔性机器人的全局动力学响应进行仿真。算例表明,机器人的柔性对撞击响应有较大的敏感度。

在手臂关节不主动调节缓冲下,柔性臂碰撞后会反弹。下一步将研究通过主动调节关节处的驱动力矩,降低接触碰撞力,抑制弹性振动和反弹。本文的量化分析,对仿人机器人结构的刚度与柔性综合设计有借鉴意义。

[参考文献]

- [1] 陈燕,蔡伟亮,邹湘军,等.荔枝鲜果挤压力学特性[J].农业工程学报,2011,27(8):360-364.
Chen Yan, Cai Weiliang, Zou Xiangjun, et al. Extrusion mechanical properties of fresh litchi[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of

- the CSAE), 2011, 27(8): 360—364. (in Chinese with English abstract)
- [2] 姜凯, 郑文刚, 张骞, 等. 蔬菜嫁接机器人研制与试验[J]. 农业工程学报, 2012, 28(4): 8—14.
Jiang Kai, Zheng Wenggan, Zhang Qian, et al. Development and experiment of vegetable grafting robot[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2012, 28(4): 8—14. (in Chinese with English abstract)
- [3] Lv Jidong, Zhao De-an, Ji Wei, et al. Design and research on vision system of apple harvesting robot[C]// Hangzhou: Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2011: 177—120.
- [4] 刘才山, 陈滨, 王示. 多体系统斜碰撞动力学中的结构柔性效应[J]. 振动与冲击, 2000, 19(2): 24—27.
Liu Caishan, Chen Bin, Wang Shi. The structural flexibility effects on the system impact dynamics[J]. Journal of vibration and shock, 2000, 19(2): 24—27. (in Chinese with English abstract)
- [5] Zarafshan P, Moosavian S A A. Manipulation control of a space robot with flexible solar panels[C]//Montreal: Advanced Intelligent Mechatronics, 2010: 1099—1104.
- [6] Hu Haidong, Li En, Zhao Xiaoguang. Modeling and simulation of folding-boom aerial platform vehicle based on the flexible multi-body dynamics[C]//Dalian: Intelligent Control and Information Processing, 2010: 798—802.
- [7] 蔡国平, 洪嘉振. 旋转运动柔性梁的假设模态方法研究[J]. 力学学报, 2005, 37(1): 48—56.
Cai Guoping, Hong Jiazhen. Assumed mode method of a rotating flexible beam[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(1): 48—56. (in Chinese with English abstract)
- [8] 安雪斌, 潘尚峰. 多体系统动力学仿真中的接触碰撞模型分析[J]. 计算机仿真, 2008, 25(10): 98—101.
An Xuebin, Pan Shangfeng. Analysis of contact model in multi-body system dynamic simulation[J]. Computer Simulation, 2008, 25(10): 98—101. (in Chinese with English abstract)
- [9] 盛立伟, 刘锦阳, 余征跃. 柔性多体系统弹性碰撞动力学建模[J]. 上海交通大学学报, 2006, 40(10): 1790—1793.
Sheng Liwei, Liu Jinyang, Yu Zhengyue. Dynamic Modeling of a flexible multi-body system with elastic impact[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2006, 40(10): 1790—1793. (in Chinese with English abstract)
- [10] 石望, 刘锦阳. 弹塑性梁系统的动力学特性研究[J]. 动力学与控制学报, 2010, 8(3): 197—201.
Shi Wang, Liu Jinyang. Investigation on dynamic performance of multi-body system with elasto-plastic beams[J]. Journal of Dynamics and Control, 2010, 8(3): 197—201. (in Chinese with English abstract)
- [11] 华卫江, 章定国. 柔性机器人系统碰撞动力学建模[J]. 机械工程学报, 2007, 43(12): 222—228.
Hua Weijiang, Zhang Dingguo. Modeling of impact dynamics of flexible robots[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(12): 222—228. (in Chinese with English abstract)
- [12] 骞朋波, 尹晓春, 沈煜年, 等. 杆撞击中弹塑性波传播的动态子结构方法研究[J]. 力学季刊, 2011, 32(2): 189—194.
Qian Pengbo, Yin Xiaochun, Shen Yunian, et al. Dynamic substructure technique for elastic-plastic wave propagation along flexible bar with impact[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2011, 32(2): 189—194. (in Chinese with English abstract)
- [13] Yoo W S, Kim K N, Kim H W, et al. Developments of multibody system dynamics: computer simulations and experiments[J]. Multibody System Dynamics, 2007, 18(1): 35—58.
- [14] Susanne O T, Arnold P, Alexander V. Measuring the collision potential of industrial robots[C]//Stuttgart: Robotics, 2010: 98—104.
- [15] Wang Guangqing. Simulations of the trajectory tracking and vibration suppression control of flexible-link robot arm[C]//Changsha: Intelligent System Design and Engineering Application, 2010: 387—390.
- [16] Corrales J A, Candelas F A, Torres F. Safe human-robot interaction based on dynamic sphere-swept line bounding volumes[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2011, 27(1): 177-185.
- [17] Sendrescu D, Marin C, Petre E, et al. Nonlinear identification of a rotating flexible beam[C]//Cluj-Napoca: Automation Quality and Testing Robotics, 2010: 1—5.
- [18] Wu Dafang, Huang Liang, Pan Bing, et al. Experimental study and numerical simulation of active vibration control on high order mode of piezoelectric flexible beam[C]//Huhehaote: Mechanic Automation and Control Engineering, 2011: 245—251.
- [19] 白争锋, 赵阳, 田浩. 柔性多体系统碰撞动力学研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(6): 66—70.
Bai Zhengfeng, Zhao Yang, Tian Hao. Study on contact dynamics for flexible multi-body system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(6): 66—70. (in Chinese with English abstract)
- [20] Ghaleh P B, Malaek S M. On the Dynamics of the flexible robot arm in a real deployment profile[C]//Xi'an: Automation and Mechatronics, 2010: 112—117.

Dynamics modeling of slipping collision of robot and impact response under different stiffness

Wang Binrui^{1,2}, Yan Dongming¹, Fang Shuiguang¹, Jin Yinglian¹

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;

2. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang 110016, China)

Abstract: In order to ascertain the affect of stiffness on slipping collision of flexible arm, the kinematics model was established by hybrid coordinate method, and flexible deformation was decoupled by using the assumed modes. Contact-impact model was established by using the Hertz impact theory and nonlinear spring-damper theory, collision dynamics of flexible arm was derived through Lagrange equations. The fourth-order Runge-Kutta numerical solution algorithm with variable step-size and precision was designed for solving dynamical equation. Simulation of the impact responses of flexible arm collision under different stiffness were completed, and curves of contact force, joint angle, angle velocity and elastic deformation were given. Based on comparative analysis, with bending stiffness increasing, contact force enlarged and the phase of peak force advanced, the flexible arm joint angle turned smaller, vibration of elastic deformation and angular velocity became lower. Material structural damping had obvious inhibition on the elastic deformation vibration. The model and solving algorithm of this paper are proved effective.

Key words: robots, flexible structures, dynamic models, contact-impact, assumed modes, rigid-flexible coupling, stiffness