

轮胎复合材料剪切模量的确定方法

韩耀新

(北京航空航天大学 508 教研室, 北京, 100083)

THE DETERMINATION METHOD OF SHEAR MODULUS FOR TIRE COMPOSITES

Han Yao-xin

(Faculty 508, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing, 100083)

摘要 描述并分析了确定轮胎用橡胶-钢丝帘线复合材料面内剪切模量的实验方法。建议用 $0^\circ/90^\circ$ 铺设的层合板沿其 45° 方向进行偏轴拉伸, 可准确地、方便地获得橡胶-帘线复合材料的剪切模量。采用可转动夹头的试验机以消除面外扭转。

关键词 橡胶-帘线, 剪切模量, 偏轴拉伸

Abstract This paper describes and analyzes experimental methods of obtaining in-plane shear modulus for rubber-steel cord composites. In view of the special characteristics of the composites, many approaches to determining experimentally shear modulus of a general composite are not suitable. The author strongly recommends that 45° off-axial tension of a double layered $0^\circ/90^\circ$ layup is to be conducted so as to facilitate tests and assure accuracy of the measurements. Besides, it is worth noting that the clamped ends induce twist for the double layer structure because the specimen's thickness is generally larger than that of other composites. To get rid of the bad effect, a test machine with rotatable grip system is to be employed.

Key words rubber-cord, shear modulus, off-axial tension

在轮胎结构中, 通常使用单层或双层的橡胶-帘线复合材料, 即钢丝帘线做增强材料嵌入橡胶基体中制成。可视为一种特殊的正交各向异性材料。这类材料与一般复合材料(纤维-树脂)不同, 其帘线刚度远远大于基体的刚度, 甚至是后者的上千倍, 这就给剪切模量的试验测定带来许多困难^[1~3]。

P. H. Petit 提出用 $0^\circ/90^\circ$ 层合板进行偏轴拉伸以测定一般复合材料面内剪切模量的方法^[4]。由于他所研究的层板很薄, 没有考虑试验机夹头对试件的扭转效应。本文着重分析用 $0^\circ/90^\circ$ 正交铺设层合板偏轴拉伸来确定橡胶-钢丝帘线复合材料面内剪切模量的方法。

1 用板条偏轴拉伸确定面内剪切模量

C. C. Chamis 和 J. H. Sinclair 曾用板条偏轴拉伸确定了 Mod-I / epoxy 等复合材料的内面剪切模量^[5]。如将这一方法推广到橡胶-帘线复合材料就会遇到困难。

1990年10月8日收到, 1992年4月26日收到修改稿

如图 1(a)所示, 沿材料主方向 1 和 2 取一微体(图 1(b)), 其剪应力和剪应变分别为

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} \sigma_x \sin 2\theta \quad (1)$$

$$\gamma_{12} = (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\theta + \gamma_{xy} \cos 2\theta \quad (2)$$

当偏角 θ 一定时, 实验可测定沿试件轴向和横向的正应变 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 以及剪应变 γ_{xy} 。将它们代入式 (2), 即可求出 γ_{12} , 联合式(1), 面内剪切模量 G 就能确定

$$G = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} \quad (3)$$

须用数值方法对最佳 θ 角进行估算。

式(2)的右边各应变值可用下列各式表示

$$\varepsilon_x = \sigma_x / E_x, \quad \varepsilon_y = -\nu_{xy} \varepsilon_x, \quad \gamma_{xy} = \bar{S}_{16} \sigma_x$$

于是

$$\frac{\gamma_{12}}{\varepsilon_x} = -(1 + \nu_{xy}) \sin 2\theta + \bar{S}_{16} E_x \cos 2\theta \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_x} &= \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta \\ \nu_{xy} &= E_x \left[\frac{\nu_{12}}{E_1} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] \\ \bar{S}_{16} &= \left(\frac{2}{E_1} + \frac{2\nu_{12}}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin \theta \cos^3 \theta - \left(\frac{2}{E_2} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^3 \theta \cos^4 \theta \end{aligned}$$

在此, E_1, E_2, ν_{12} 和 G_{12} 均为单层材料性能, 它们是待定的。为了探索 $\gamma_{12} / \varepsilon_x$ 随 θ 角的变化规律, 可先根据组分材料的性能估算。其中

橡胶: $E_r = 6.4 \text{MPa}, \nu_r = 0.49, G_r = 2.148 \text{MPa}$

帘线: $E_c = 173250 \text{MPa}, \nu_c = 0.3, G_c = 66634.6 \text{MPa}$

帘线所占体积分数 $V_c = 11\%$

用 Halpin-Tsai 公式求得:

$E_1 = 19063 \text{MPa}, E_2 = 8.773 \text{MPa}, \nu_{12} = 0.4691, G_{12} = 2.6784 \text{MPa}, E_1 / E_2 = 2173$ 。

用相同方法得 T300 / epoxy 和 S-glass / epoxy 的弹性常数如下:

$E_1 = 13.2 \times 10^4 \text{MPa}, E_2 = 0.8 \times 10^4 \text{MPa}, \nu_{12} = 0.394, G_{12} = 0.43 \times 10^4 \text{MPa},$

$E_1 / E_2 = 16.47$ 。

$E_1 = 4.72 \times 10^4 \text{MPa}, E_2 = 1.34 \times 10^4 \text{MPa}, \nu_{12} = 0.316, G_{12} = 0.648 \times 10^4 \text{MPa},$

$E_1 / E_2 = 3.52$ 。

由图 2(a)可知, 由于橡胶-帘线复合材料主方向的刚度比 E_1 / E_2 很大, 所以在 $|\gamma_{12} / \varepsilon_x|_{\max}$ 处出现尖峰, 而且对应的偏角 θ 只有 0.7° 。随着 E_1 / E_2 的减小, 曲线在

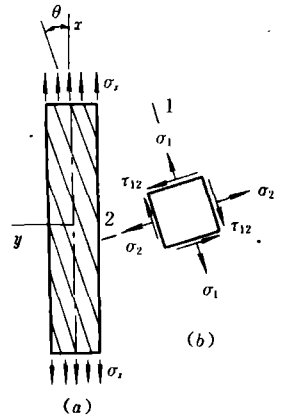


图 1 偏轴拉伸

$|\gamma_{12} / \varepsilon_x|_{\max}$ 处逐渐平缓过渡(图 2(b)), 而对应的 θ 值也逐渐增大, T300/epoxy 的最佳 θ 角大约为 10° , S-glass/epoxy 的最佳 θ 角大约为 24° , 直到 $E_1 / E_2 = 1$ 时, 将会出现一条对称于 $\theta = 45^\circ$ 的曲线, 其最佳角度就是 45° 。

以上分析和对比表明, 对于橡胶-钢丝帘线复合材料进行偏轴拉伸实验时, 相对应应变比的最大值 $|\gamma_{12} / \varepsilon_x|_{\max}$ 对偏角 θ 的灵敏度很高, 稍有偏差, 就会严重影响 $|\gamma_{12} / \varepsilon_x|_{\max}$ 值, 进而影响面内剪切模量 G_{12} 的正确性, 这就给试件切割、贴片和加载方向的控制等带来很大困难。另一方面试验机夹头对偏轴拉伸的影响难以消除。板条受到偏轴拉伸时, 如果两端受到均匀分布的轴向力 σ_x 的自由拉伸(没有变形约束), 如图 3(a)所示, 则由于交叉效应, 试件不仅产生轴向和横向变形, 也要产生剪切变形, 此时试件变为平行四边形。但是, 如果试件夹持在试验机夹头内, 则夹头不仅约束试件两端的横向变形, 也阻止其剪切变形, 以致使试件扭曲成图 3(b)所示的形状。图 3(c)是橡胶-钢丝帘线复合材料偏轴拉伸的实物照片。

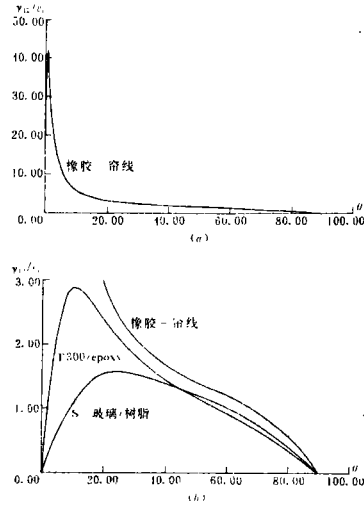


图 2 $|\gamma_{12} / \varepsilon_x| - \theta$ 曲线

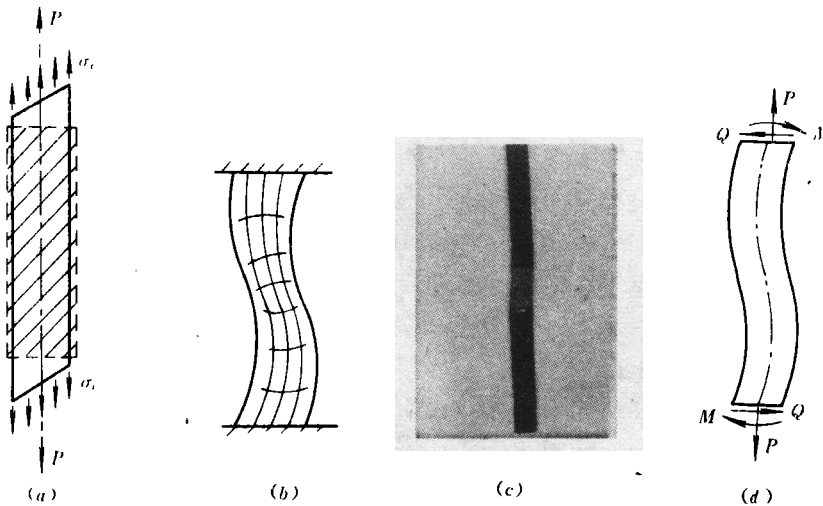


图 3 夹头影响

首先, 由于夹头约束了试件的横向变形, 使得在板条两端处产生自相平衡的横向力, 但这种影响随着远离夹头而衰减(圣维南原理)。实验证明, 对于长与宽之比较大($L/b > 14$)的板条, 在其中间区段可认为不受影响。其次, 由于夹头阻止了试件的剪切变形, 则使试件产生面内弯矩 M 和剪力 $Q(Q = 2M/L)$, 如图 3(d)所示, 此面内弯矩的大小, 不仅取决

于试件的长宽比, 也取于材料两个主方向的刚度比(E_1 / E_2), 随着此比值的增大, M 也增大。这种面内弯矩直至试件中心处才衰减为零。而剪力则沿板条长度不变。因此, 严格地说, 试件内不存在均匀应变场, 所以不能准确地测定与剪应变 γ_{12} 有关的正应变 ϵ_x 和剪应变 γ_{xy} 。

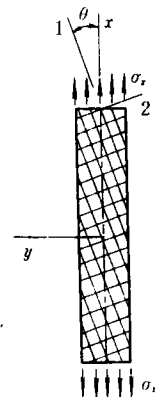
基于以上两个原因, 对橡胶-钢丝帘线复合材料来说, 利用单层偏轴拉伸测定面内剪切模量不是一种理想的方法, 为此, 我们采用正交($0^\circ / 90^\circ$)铺设层板的偏轴拉伸确定此材料的面内剪切模量。

2 用($0^\circ / 90^\circ$)正交层合板的偏轴拉伸确定面内剪切模量

在轮胎结构中, 常用双层橡胶-帘线铺设的层合板。

图 4 所示的正交铺设层合板, 其参考轴为 x 和 y 轴, 其中 x 轴为试件轴线, 单层材料的主方向 1 与 x 轴成 θ 角。为了确定公式(2)中的 γ_{12} / ϵ_x 为最大时的 θ 角, 根据层合板理论^[1], 层合板内力与应变关系式为

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (5)$$



(5a) 图 4 ($0^\circ / 90^\circ$)层合板的偏轴拉伸

或 $\{N\} = [A]\{\epsilon\}$

对上式求逆, 得出所需的应变值

$$\{\epsilon\} = [A]^{-1}\{N\} \quad (5b)$$

因为力是已知的, 即

$$N_x = P / F \quad (F \text{ 为层板的横截面积})$$

及 $N_y = N_{xy} = M_x = M_y = M_{xy} = 0$

求出 ϵ_x 、 ϵ_y 及 γ_{xy} 之后, 将它们代入式(2)之中, 即得出 γ_{12} / ϵ_x 的表达式。用与上节相同的方法计算出 γ_{12} / ϵ_x 与 θ 的关系式并画出 3 种复合材料的 $|\gamma_{12} / \epsilon_x| - \theta$ 曲线, 如图 5 所示。显然, 对应不同复合材料的 $|\gamma_{12} / \epsilon_x|_{\max}$ 的 θ 角均为 45° , 而且此处曲线过度平缓, 没有尖峰, 这说明了 $|\gamma_{12} / \epsilon_x|_{\max}$ 对 θ 角不敏感, 用此方法确定面内剪切模量是一个有效的方法。

其次, 由层合板理论, 对($0^\circ / 90^\circ$)铺设的双层层合板, 沿单层主方向的内力与应变关系为

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ k_1 \\ k_2 \\ k_{12} \end{bmatrix} \tag{6}$$

由上式第三行给出

$$N_{12} = A_{66} \gamma_{12} = 2G_{12} t \gamma_{12} \tag{7}$$

式中 t 为单层厚度。当偏角 $\theta = 45^\circ$ ，由式(2)可知

$$\gamma_{12} = \epsilon_x - \epsilon_y \tag{8}$$

再根据平衡关系

$$N_{12} = \tau_{12}(2t) = \frac{\sigma_y}{2}(2t) = \sigma_y t \tag{9}$$

综合上面 3 个式子，得

$$G_{12} = \frac{\sigma_y}{2(\epsilon_x - \epsilon_y)} \tag{10}$$

上式表明：只要测出图 6 所示层合板沿 x 和 y 方向的正应变 ϵ_x 和 ϵ_y ，即可容易地确定橡胶-帘线复合材料的面内剪切模量。

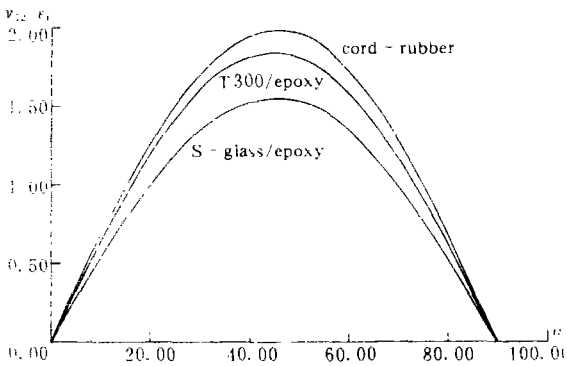


图 5 (0° / 90°)层合板的 $|\gamma_{12}|/\epsilon_x$ - θ 曲线

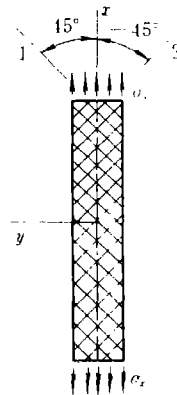


图6 (0° / 90°)层合板沿 45° 的偏轴拉伸

要注意的是，这种非对称铺设层合板在偏轴拉伸时，如果使用常规夹头，会导致弯矩和剪力(图 7)，弯矩对试件的影响随远离夹持端而衰减，而剪力组成的扭矩在此不能忽略，这是由于橡胶-帘线复合材料的每层厚度比一般复合材料大得多，此扭矩使得式(9)不

再成立, 在此必须选用可转动的夹头以消除端部效应。

此方法的优点概括如下:

(1) 只需测出沿 x 和 y 方向的正应变 ε_x 和 ε_y , 因而实验简单易行。

(2) $|\gamma_{12}/\varepsilon_x|_{\max}$ 对应的偏角 $\theta = 45^\circ$, 此处曲线过渡平坦, 没有尖峰, $|\gamma_{12}/\varepsilon_x|_{\max}$ 对 θ 角不敏感, 这样, 实验中对贴片、切割试件以及加载方向等方面的要求没有那么严格, 给实验工作带来了方便。

(3) 由于采用可转动夹头, 不存在附加的端部扭矩, 试件中间部分总存在均匀的应变场(图 8), 因而提高了测量精度。

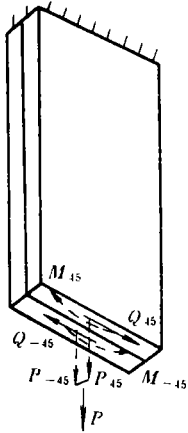


图 7 夹头产生的端部效应

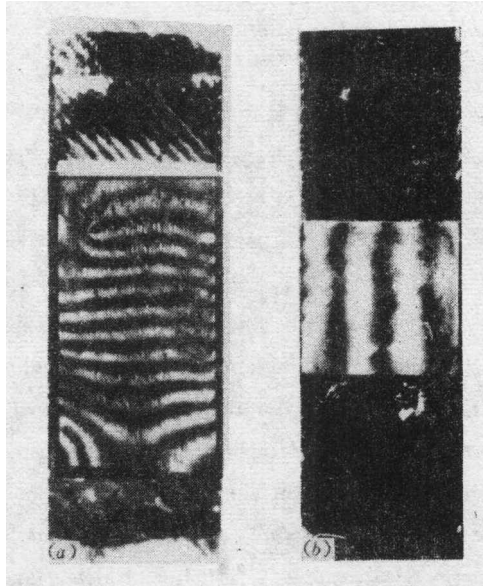


图 8 用密栅云纹测量 x 和 y 方向应变场

参 考 文 献

- 1 Jones R M. Mechanics of Composite Materials. McGraw-Hill book co, 1975. 70~73
- 2 Parhizgar S, Weissman E M, Chen C S. Determination of Properties Ply Cord-Rubber Composites. Tire Science and Technology, 1988, 16(2):48~126
- 3 Tarnopol'skii Y M, Kincis T. Static Test Methods fir Composites. Von Nostrand Reinhold Company, 1985.
- 4 Petit P H. A Simplified Method of Determination the in-Plane Shear Stress-Strain Response of Unidirectional Composites. ASTM STP 460, Phila, Pa. 1969.
- 5 Chamis C C, Sinclair J H. Ten-deg off-Axial Test for Shear Propertion in Fiber Composites. Experimental Mechanics, 1977, 17(9): 339~346