

# 二维分布载荷顺序效应与排列顺序效应

平安 王德俊 徐灏

(东北大学机械二系, 沈阳, 110006)

## EFFECTS OF LOADING SEQUENCE AND ARRANGING SEQUENCE FOR TWO DIMENSIONAL LOADING DISTRIBUTION

Ping An, Wang De-jun, Xu Hao

(2nd Department of Mechanical Engineering, Northeastern University, Shenyang, 110006)

**摘要** 首先建立了二维载荷谱分布, 然后依据载荷顺序效应损伤机制编制了3种疲劳谱。通过二维分布谱的载荷顺序效应与排列顺序效应分析得出, 谱载荷顺序效应仅与载荷总均值有关, 并随其增大有可能对寿命预测影响较大。但编谱方式对零件寿命影响不大。

**关键词** 疲劳谱, 载荷顺序效应, 排列顺序效应

**Abstract** The present paper builds two dimensional loading distribution, and constructs three kinds of fatigue spectra according to the damage laws of the loading sequential effects. By analysis of the loading sequential effects and arranging sequential effects of the spectra from two dimensional loading distribution, it is found that the loading sequential effects are only influenced by the total mean value of loads and it is possible to influence life prediction greatly as the total mean value increases. But the arranging sequential effects are so small that the options of building spectra do not greatly influence lives of parts.

**Key words** fatigue spectra, loading sequential effects, arranging sequential effects

在编制疲劳载荷谱过程中, 载荷顺序效应一直被认为是影响编谱方式的重要因素。但经过大量编谱实例研究发现载荷顺序效应有可能对寿命影响较大, 而编谱方式对寿命影响较小。

### 1 二维载荷谱分布的建立

在服役中的多数机械零件, 雨流计数计及的二维变量循环载荷幅值一般遵从威布尔分布, 均值一般服从正态分布。设载荷幅值变量为  $X$ , 均值变量为  $Y$ , 它们的取值为  $x$  与  $y$ , 并且两者相互独立。依据概率论可得  $x, y$  的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \frac{b}{(x_a - x_0)^b} (x - x_0)^{b-1} \exp \left[ - \left( \frac{x - x_0}{x_a - x_0} \right)^b \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ - \frac{(y - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1)$$

式中  $b, x_0$  与  $x_a$  分别为威布尔分布的形状参数、位置参数与尺度参数;  $\mu$  与  $\sigma$  分别为正态分布的均值与标准差。

1991年9月4日收到, 1992年8月2日收到修改稿  
教委博士学科点基金资助课题

利用二维载荷分布编制疲劳谱, 首先需要推断载荷循环幅值与均值的边界值。由边界值围成的区域称为有效积分区域。由于变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 因此它们的区间可以分别设定。设  $x'$ 、 $y'$  分别为最大幅值与最大均值。幅值为威布尔分布, 最小值为  $x_0$ 。均值为正态分布, 最小值  $y_0$  可取为

$$y_0 = \mu - (y' - \mu) = 2\mu - y' \quad (2)$$

这样得到的有效积分域为:  $(x_0 < x < x', y_0 < y < y')$ 。设疲劳谱的总循环数为  $n$ , 则有效积分区域总概率为

$$P(x_0 < x < x', y_0 < y < y') = \int_{x_0}^{x'} \int_{y_0}^{y'} f(x, y) dx dy = 1 - \frac{1}{n} \quad (3)$$

通过推论可得

$$\int_{x_0}^{x'} f(x) dx \approx 1 - \frac{1}{n} \quad (4)$$

$$\int_{y_0}^{y'} f(y) dy \approx 1 - \frac{1}{n} \quad (5)$$

$f(x)$  为幅值概率密度函数;  $f(y)$  为均值概率密度函数。对式(4)与式(5)积分便得到两者边界值求解公式为

$$1 - \exp \left[ - \left( \frac{x' - x_0}{x_a - x_0} \right)^b \right] = 1 - \frac{1}{n} \quad (6)$$

$$\Phi \left( \frac{y' - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{y_0 - \mu}{\sigma} \right) = 1 - \frac{1}{n} \quad (7)$$

把二维连续载荷分布划分成阶梯载荷, 构成幅-均值  $n_1 \times n_1$  阶方阵。设每块阶梯载荷级循环数为  $n_{ij}$ , 通过对每块载荷级区域积分得

$$n_{ij} = \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{x_{i-1} - x_0}{x_a - x_0} \right)^b \right] - \exp \left[ - \left( \frac{x_i - x_0}{x_a - x_0} \right)^b \right] \right\} \left[ \Phi \left( \frac{y_i - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{y_{i-1} - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad (8)$$

## 2 反映载荷顺序效应的疲劳谱编制

把幅-均值矩阵转化成峰谷值矩阵后, 根据雨流再建谱编制方法的基本思想<sup>[1]</sup>, 编制了 3 种反映载荷顺序效应的疲劳载荷谱。第 1 种, 各级载荷在排列方式上能引起损伤最大谱。压缩载荷能引起后序小载荷循环损伤增大, 压缩载荷越大, 该效应越大。为了使疲劳谱损伤最大, 编谱时后序载荷每次选择插入位置, 要选在满足插入规则<sup>[1]</sup>的最大压缩载荷后上升边上。图 1(a)给出了 3 级载荷, 编谱后的谱型显示在图 1(b)上。通过载荷顺序效应作用, 显然在排列方式上损伤最大。第 2 种, 各级载荷在排列方式上能引起损伤最小谱。与前一种相反, 后序载荷每次选择插入位置, 选在满足插入规则的最大拉伸载荷后下降边上。图 1(c)为编谱后的谱型, 损伤最小。第 3 种, 介于前两种之间的中等损伤谱。编制这种谱, 后序载荷交替地选择在谱中载荷上升边或载荷下降边位置上。每次选择可能有多处

可供插入的位置, 采用等概率随机抽样方式确定。图 1(d) 为编谱后的谱型。

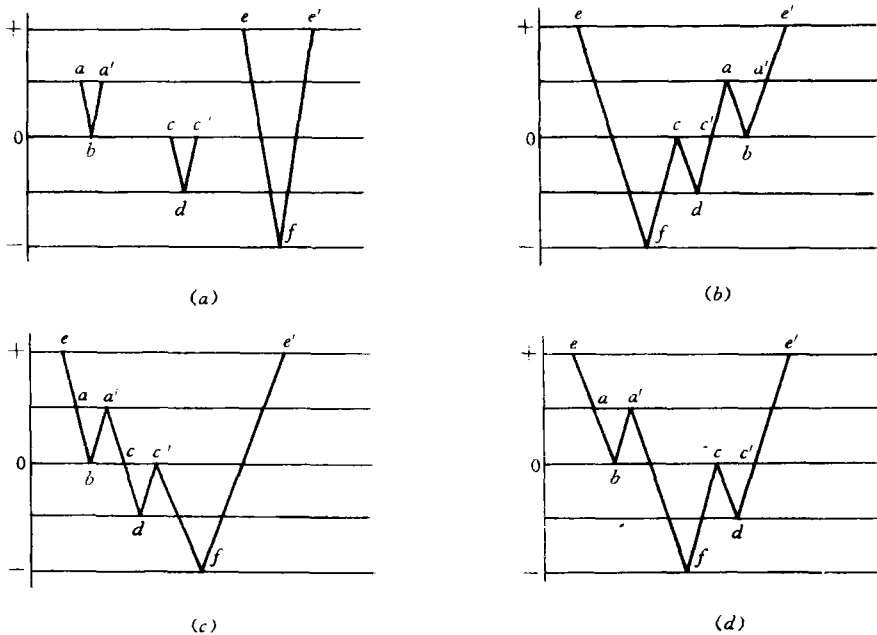


图 1 3 级载荷, 编谱后的谱型图

(a) 3 级载荷环; (b) 最大损伤谱; (c) 最小损伤谱; (d) 中等损伤谱。

### 3 载荷顺序效应与排列顺序效应分析

在疲劳载荷谱编制过程中, 按不同排列方式编制疲劳谱, 谱载荷顺序效应是不同的。这种由于排列方式不同带来的疲劳谱损伤差异称为排列顺序效应。为了评价载荷谱载荷顺序效应与排列顺序效应, 采用了能反映载荷顺序效应的局部应变寿命估算法, 进行对比计算。局部应力-应变分析采用了 Molski 等效能量法<sup>[2]</sup>, 损伤计算采用了 Smith 公式<sup>[3]</sup>。假定载荷顺序效应不存在, 除了载荷历程经局部应力-应变分析后各载荷循环均值应力不变外, 其它与局部应变寿命估算方法完全相同。用中等损伤谱来评价载荷顺序效应对寿命的影响, 用  $d_1$  表示。最小损伤谱与最大损伤谱寿命之差为最大排列顺序效应, 它包含了编制疲劳谱可能出现的最大损伤偏差, 用  $d_2$  表示。

$$d_1 = \frac{N_m - N_n}{N_m} \times 100\% \quad , \quad d_2 = \frac{2(N_l - N_g)}{N_l + N_g} \times 100\%$$

式中  $N_m$  为中等损伤谱块寿命;  $N_n$  为不考虑载荷顺序效应情况下中等损伤谱的块寿命;  $N_l$  与  $N_g$  分别为最小损伤谱与最大损伤谱块寿命。

通过选取不同的分布参数, 形成不同形状分布, 来广泛地研究谱载荷顺序效应与排列顺序效应。把二维分布载荷谱划分成  $15 \times 15$  阶峰谷值矩阵。在各种分布参数下各种谱的块寿命列于表 1。并用图 2 至图 5 表示出了各种参数同  $d_1$  和  $d_2$  值变化关系。从这些图可见, 除  $d_2$  值随  $b$  增大而减小外, 随各参数均在 20% 处较稳定地变化。无论  $n$ 、 $x_0$  和  $b$

值怎样变化,  $d_1$  总是接近零; 可图 5 显示随  $\mu$  值增大,  $d_1$  值成直线上升。可见谱排列顺序效应始终较小, 尽管载荷顺序效应有时可能对寿命影响较大。

表 1 各种分布参数下谱的块寿命(45 钢  $K_1=3.0$ )

(载荷单位: MPa)

$n$	$\mu$	$\sigma$	$b$	$x_a$	$x_0$	最大值	最小值	$N_m$	$N_n$	$N_g$	$N_l$	$d_1 / \%$	$d_2 / \%$
400	0	42	1.5	90	0	275.6	-275.6	88.2	87.7	80.7	96.6	0.6	17.9
600	0	40	1.5	80	0	260.3	-260.3	85.5	85.0	76.5	94.9	0.6	21.4
740	0	40	1.5	80	0	292.0	-292.0	51.2	50.7	46.0	55.7	1.0	19.1
900	0	42	1.5	90	0	330.5	-330.5	27.7	27.7	25.1	30.1	0.0	18.1
600	0	42	2.5	120	0	65.9	-265.9	34.1	34.2	31.9	36.8	0.3	14.3
600	0	20	3.5	145	0	264.1	-264.1	20.4	20.4	19.4	21.4	0.0	9.8
600	0	39	1.5	112	50	267.6	-267.6	59.0	59.2	52.8	66.3	0.3	22.6
600	0	26	1.5	145	100	263.6	-263.6	22.4	22.2	20.9	23.7	0.9	12.5
600	50	26	1.5	100	50	278.6	-178.6	62.9	52.8	57.6	71.0	16.1	20.8
600	100	14	1.5	95	50	298.1	-98.1	64.6	45.9	59.3	71.2	28.9	18.2

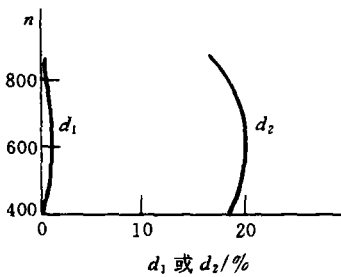


图 2  $d_1$  和  $d_2$  随  $n$  变化关系

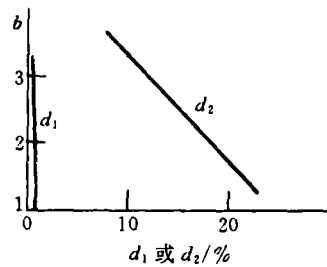


图 3  $d_1$  和  $d_2$  随  $b$  变化关系

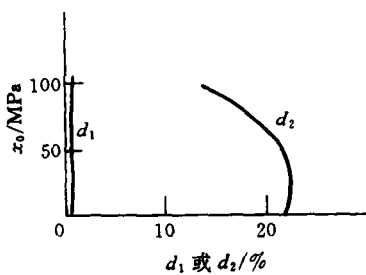


图 4  $d_1$  和  $d_2$  随  $x_0$  变化关系

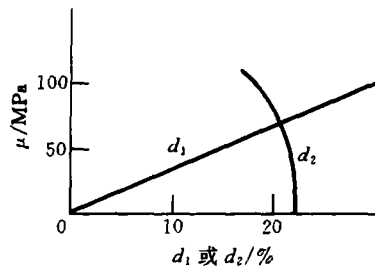


图 5  $d_1$  和  $d_2$  随  $\mu$  变化关系

本文还分析了载荷顺序效应与排列顺序效应同零件几何形状及材料的关系。从表 2 可见, 随理论应力集中系数  $K_1$  减小, 排列顺序效应略有增大。且同材料有关, 弹性模量大的碳钢或合金钢,  $d_2$  值较小; 弹性模量小的铝合金,  $d_2$  值相对较大些。但载荷顺序效应与它们无关。

表 2 在各种  $K_t$  值及材料下谱块寿命
$$(n = 600, \mu = 0, \sigma = 39, b = 1.5, x_n = 112, x_0 = 50)$$

材料	$K_t$	$N_m$	$N_n$	$N_g$	$N_l$	$d_1 / \%$	$d_2 / \%$
45 钢	3.0	59.0	59.2	52.8	66.3	0.3	22.6
45 钢	2.5	130.0	129.0	113.9	147.9	0.7	25.9
45 钢	2.0	369.1	362.2	315.0	421.6	1.9	28.9
16Mn	3.0	68.6	68.5	60.4	77.7	0.1	25.0
LY12CZ	2.0	26.7	26.6	21.8	30.2	0.4	32.3

## 4 讨论

编谱方式对寿命的影响可归纳成 3 方面因素: ①由缺口零件的缺口根部残余应力引起的载荷顺序效应; ②零件损伤的非线性; ③裂纹扩展过程中的载荷相互作用效应。采用局部应变法进行分析, 着重讨论了载荷顺序效应对编谱方式的影响。但其它两方面因素可能也具有类似的特性。这主要是由疲劳谱历程本身特性决定的。对于同一分布载荷谱, 按不同的编谱方式编制的疲劳谱损伤差异可能很大, 例如普遍认为高-低谱损伤大于低-高谱。可是由多个谱块形成载荷历程以后, 疲劳谱损伤会发生变化。对于单个谱块, 前部小载荷损伤不受大载荷影响; 而由多个谱块形成载荷历程后, 无论按哪种编谱方式编制的疲劳谱, 所有载荷都要周期地受到大载荷作用, 大大地减弱了单个疲劳谱块损伤差异。即实际编谱方式对寿命影响不大。对该结论还有待于更进一步的分析与实验验证。

## 5 结论

(1)假定幅值变量与均值变量相互独立, 根据概率准则提出了二维分布载荷谱边界值推断方法。

(2)谱载荷顺序效应只受载荷总均值影响, 且随其增大而成直线上升。在寿命估算中考虑载荷顺序效应是非常必要的。

(3)谱排列顺序效应一般较小, 并同零件几何形状及材料有关。随理论应力集中系数减小, 略有增大。弹性模量大的碳钢或合金钢, 该效应较小; 弹性模量小的铝合金, 该效应略大。

## 参 考 文 献

- 1 Khosrovaneh A K, Dowling N E. Fatigue Loading History Reconstruction Based on the Rainflow Technique. Int J Fatigue, 1990, 12(2): 99~106
- 2 平安, 王德俊. 零件局部应力-应变计算新方法. 机械强度, 1992, 14(2): 27~30
- 3 徐灏. 疲劳强度. 北京: 高等教育出版社, 1988. 215~244