第13卷 第11期
1 9 9 2 年11月

航 空 学 报
ACTA AERONAUTICA ET
ASTRONAUTICA SINICA

Vol. 13No. 11
Nov. 1 9 9 2

无限大金属平板上开有二维周期性孔阵的散射特性分析

沈忠祥 华荣喜

(南京航空学院 401 教研室，南京，210016)

ANALYSIS OF THE SCATTERING CHARACTERISTICS BY A CONDUCTING SCREEN PERFORATED PERIODICALLY WITH APERTURES

Shen Zhong-xiang, Hua Rong-xi

(*Faculty* 401 *of Nanjing Aeronautical Institute, Nanjing*, 210016)

摘 要 本文利用矩量法分析了无限大金属平板上开有二维周期性孔阵的电磁散射特性。通过引入广义波导的概念，可以统一分析孔径形状为任意的这类频率选择表面。作为示例，分别计算了无限大平板上开有矩形、圆形和等边三角形孔阵的散射特性。结果与现有文献中给出的数据极为一致。

关键词 电磁散射，频率选择表面，矩量法

Abstract In this paper the scattering characteristics of a plane wave incident on a thin perfectly conducting screen perforated periodically with apertures are analysed by the method of moments. The concept of generalized waveguide is introduced, and each element of this kind of frequency selective surface (FSS) can be taken as a junction between two generalized waveguides. The eigen modes in these waveguides are replaced by Floquet modes in periodic structures. An equivalece theorem and the method of moments are employed to obtain the generalized scattering matrix of the junction. As an example, the scattering from a conducting screen perforated periodically with rectangular, circular and equilateral triangular apertures are computed, respectively. Numerical results show good agreement with those published in available literature.

Key words electromagnetic scattering, frequency selective surfaces(FSS), the method of moments

众所周知，频率选择表面（FSS）具有带通或带阻的滤波特性，在天线罩、反射器天线及光束调控系统中获得了广泛应用。FSS 的结构主要有 2 种：一种是由金属贴片组成的周期性阵列，另一种是在无限大导电屏上开有周期性的孔阵。对于这两种结构的分析，方

1991 年 4 月 9 日收到，1991 年 7 月 3 日收到修改稿，

法是类似的，迄今主要有模匹配法[1~3]，谱域法[4]和子域基矩量法[5]等。本文用矩量法分析了平面波入射到无限大导电屏上开有二维周期性孔阵的散射特性。首先引入广义波导的概念，将问题的解决转化为分析两个广义波导的接点，广义波导中的本征模即是周期结构空间的 Floquet 模[6]；然后用矩量法求波导接头的广义散射矩阵，从中可提取各次模的反射和传输系数。

1 分析原理

研究问题的结构如图 1 所示，其中 d_1、d_2 分别是沿 X 轴和 S 轴的周期，α 为两轴间的夹角。根据 Floquet 定理[6]，可以只考虑一个单元。把所考虑的单元看成由两个半无限长广义波导组成的接点，波导中的本征模分别对应半空间的 Floquet 模[6]。因此波导中第 mn 次 TE 和 TM 型本征模可表述为

$$\vec{\Phi}^{(i)}_{mnl}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{d_1d_2\sin\alpha}\,t^{(i)}_{mn}}[v^{(i)}_{mn}\vec{U}_x-u^{(i)}_{mn}\vec{U}_y]\psi^{(i)}_{mn} & l=1\\ \dfrac{1}{\sqrt{d_1d_2\sin\alpha}\,t^{(i)}_{mn}}[u^{(i)}_{mn}\vec{U}_x+v^{(i)}_{mn}\vec{U}_y]\psi^{(i)}_{mn} & l=2\end{cases}\qquad(1)$$

这里，$l=1,2$ 分别代表 TE 和 TM 波，$\vec{U}_x$ 和 $\vec{U}_y$ 分别是直角坐标系中沿 X 和 Y 轴的单位矢量，且 $\psi^{(i)}_{mn}=e^{-j(u^{(i)}_{mn}x+v^{(i)}_{mn}y)}$，$u^{(i)}_{mn}=k_i\sin\theta\cos\varphi+\dfrac{2\pi m}{d_1}$，$m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$，$v^{(i)}_{mn}=k_i\sin\theta\ \sin\varphi+\dfrac{2\pi n}{d_2\sin\alpha}-\dfrac{2\pi m}{d_1\tan\alpha}$，$n=0,\pm1,\pm2,\cdots$，$t^{(i)}_{mn}=\sqrt{[u^{(i)}_{mn}]^2+[v^{(i)}_{mn}]^2}$，$k_i^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_i$，$i=1,2$ 分别表示上、下半空间，ε_1 和 ε_2 分别是上、下半空间媒质的介电常数。

现在问题的解决变为分析如图 2 所示的广义波导接点。首先应用等效原理[7]，接点处口径面 S_a 被理想导体代替，则波导 1 中的场与入射场和磁流源 $\vec{M}$

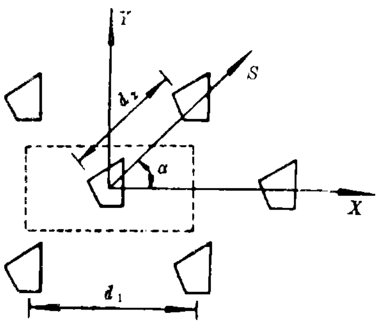

图 1　导电屏上有二维周期性孔阵的几何结构

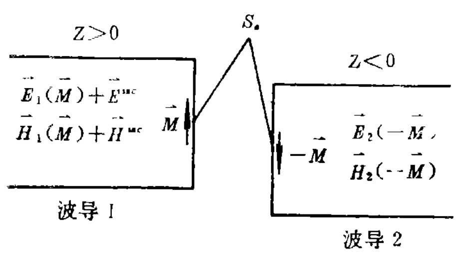

图 2　等效原理

$$\vec{M}=\vec{E}_t|_{z=0}\times\vec{U}_z\qquad(2)$$

产生的场的合成场等效；波导 2 中的场与由 $-\vec{M}$ 产生的场等效，如图 2 所示。图中 $\vec{E}^{inc}$、$\vec{H}^{inc}$，表示入射场。据此，可写出接点两侧的横向电磁场如下

$$\vec{E}_t=\begin{cases}\sum\limits_p a_pe^{j\gamma^{(1)}_pz}\vec{\Phi}^{(1)}_p-\sum\limits_p a_pe^{-j\gamma^{(1)}_pz}\vec{\Phi}^{(1)}_p+\sum\limits_p c_pe^{-j\gamma^{(1)}_pz}\vec{\Phi}^{(1)}_p & z>0\\ \sum\limits_p b_pe^{j\gamma^{(2)}_pz}\vec{\Phi}^{(2)}_p & z<0\end{cases}\qquad(3a)$$

$$\vec{H}_t=\begin{cases}\sum_p a_pY_p^{(1)}e^{j\gamma_p^{(1)}z}\vec{\Phi}_p^{(1)}\times\vec{U}_z+\sum_p a_pY_p^{(1)}e^{-j\gamma_p^{(1)}z}\vec{\Phi}_p^{(1)}\times\vec{U}_z & \\ \qquad -\sum_p c_pY_p^{(1)}e^{-j\gamma_p^{(1)}z}\vec{\Phi}_p^{(1)}\times\vec{U}_z & z>0 \\ \sum_p b_pY_p^{(2)}e^{j\gamma_p^{(2)}z}\vec{\Phi}_p^{(2)}\times\vec{U}_z & z<0\end{cases}\tag{3b}$$

式中，$p=\{m,n,l\}$，a_p表示第p个入射波的模式系数，根据入射情况而定，b_p和c_p分别表示由（$-\vec{M}$）和$\vec{M}$产生的第p个模的模式系数；$Y_p^{(i)}(i=1,2)$的表达式为

$$Y_p^{(i)}=\begin{cases}\dfrac{\gamma_p^{(i)}}{k_i}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_i}{\mu_0}} & l=1\\ \dfrac{k_i}{\gamma_p}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_i}{\mu_0}} & l=2\end{cases}$$

其中，

$$\gamma_p^{(i)}=\begin{cases}\sqrt{k_i^2-[t_{mn}^{(i)}]^2} & k_i>t_{mn}^{(i)}\\ -j\sqrt{[t_{mn}^{(i)}]^2-k_i^2} & k_i<t_{mn}^{(i)}\end{cases}$$

将(3 a)式代入（2）式，得到

$$\vec{M}=\sum_p c_p\vec{\Phi}_i^{(1)}\times\vec{U}_z=\sum_p b_p\vec{\Phi}_p^{(2)}\times\vec{U}_z\tag{4}$$

等效磁流源$\vec{M}$的引入保证了接点面上切向电场的连续性，要使切向磁场连续，必须有

$$2\sum_p a_pY_p^{(1)}\vec{\Phi}_p^{(1)}\times\vec{U}_z=\sum_p c_pY_p^{(1)}\vec{\Phi}_p^{(1)}\times\vec{U}_z+\sum_p b_pY_p^{(2)}\vec{\Phi}_p^{(2)}\times\vec{U}_z\tag{5}$$

下面用矩量法求解方程式(5)。截断(5)式和（4）式中的求和项数，考虑有限数目的高次本征模。为方便起见，取广义波导两侧中的本征模式数相等，且为p。适当选取磁流源基函数集$\{\vec{M}_q|_{q=1,2,\cdots,Q}\}$，将$\vec{M}$按该基函数集展开

$$\vec{M}=\sum_{q=1}^{Q}V_q\vec{M}_q\tag{6}$$

将（4）式代入（6）式，并作内积可得

$$[c]=[H_1][V]\tag{8 a}$$

$$[b]=[H_2][V]\tag{8 b}$$

式中　$[c]=[c_1,c_2,\cdots,c_P]^T$，$[b]=[b_1,b_2,\cdots,b_P]^T$，
$[V]=[V_1,V_2,\cdots,V_Q]^T$，$[H_i]=[H_{ipq}]_{P\times Q}$，$(i=1,2)$

$$H_{ipq}=\iint_{S_a}\vec{M}_q\cdot(\vec{\Phi}_p^{(i)}\times\vec{U}_z)\,ds.$$

适当选择加权基函数集$\{W_q|_{q=1,2,\cdots,Q}\}$，用$\vec{W}_{q(q=1,2,\cdots,Q)}$点乘（5）式两边，并在$S_a$面上积分，利用（8）式结果，可得下列矩阵方程

$$([\bar{Y}_1]+[\bar{Y}_2])[V]=[I_s]\tag{9}$$

式中　$[\bar{Y}_i]=[W_i]^T[Y_i][H_i]$ $(i=1,2)$，$[I_s]=2[W_1]^T[Y_1][a]$，$[Y_i]=\mathrm{diag}(Y_p^{(i)})$，

$$[a]=[a_1,a_2,\cdots,a_p]^T,\quad [W_i]=[W_{ipq}]_{P\times Q},\quad W_{ipq}=\iint_{S_a}\vec{W}_q\cdot(\vec{\Phi}_p^{(i)}\times\vec{U}_z)\mathrm{d}s.$$

若设波导 1 中反射波的模式系数列矩阵为$[d]$，则由（3 a）式得

$$[d]=[c]-[a] \tag{10}$$

由(8 a)式，(9)式和(10)式得

$$[d]=(2[H_1]([\bar{Y}_1]+[\bar{Y}_2])^{-1}[W_1]^T[Y_1]-[I])[a] \tag{11}$$

式中，$[I]$表示单位矩阵。又由(8 b)式和（9）式得

$$[b]=2[H_2]([\bar{Y}_1]+[\bar{Y}_2])^{-1}[W_1]^T[Y_1][a] \tag{12}$$

至此求得了波导 1 中各次反射模的模式系数和波导 2 中各次传输模的模式系数。

2 数值结果

应用上述分析原理，分别计算了平面波垂直入射（$\theta=\varphi=0°$）到二维周期性矩形孔、圆形孔和等边三角形孔阵加载无限大导体平板的反射和传输特性。如图 3 所示为这 3 种单元的结构和尺寸。在具体计算时．取$[a]=[1,0,\cdots,0]^T$、$\vec{W}_q=\vec{M}_q$，且$\vec{M}_q$的形式取以单元上孔形为横截面的波导（分别是矩形波导、圆波导和等边三角波导）中的本征模。图4、图 5 和图 6 是 TE 波入射到矩形、圆形和等边三角形孔阵加载导电屏的透射或反射特性曲线。图 7 给出了这 3 种 FSS 结构功率传输特性的比较。图 4 、图 5 中也给出了已有文献中的结果，可见本文结果与它们吻合很好。

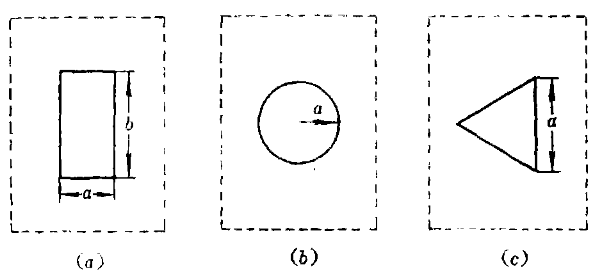

图 3 单元形状（a）矩形孔，（b）圆形孔．（c）等边三角孔

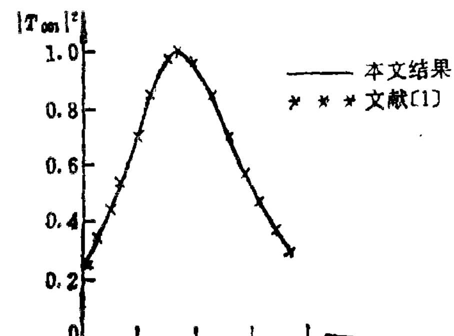

图 4 无限大导电屏上二维矩形孔阵加载的功率透射特性

($d_1=0.76$cm, $d_2=1.52$cm, $\alpha=90°$, $a=0.127$cm, $b=1.35$cm)

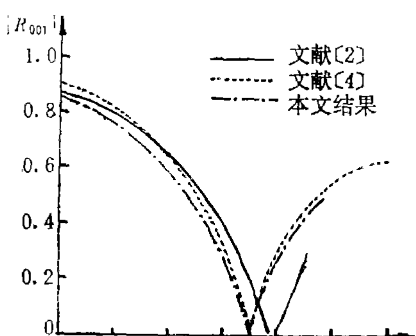

图 5 金属屏上有圆孔阵的主模反射系数

($d_1=d_2=1.73$cm, $a=0.6$cm, $\alpha=60°$)

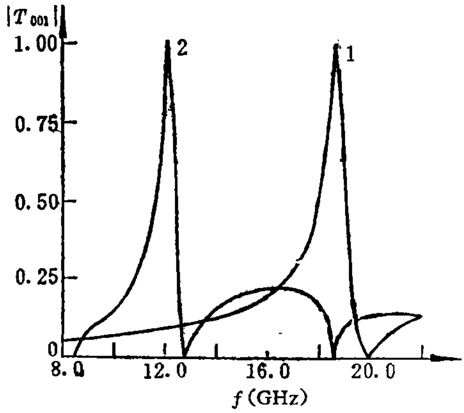

图 6　正三角形孔阵加载导电屏的主模透射系数
（1. $d_1=d_2=1$℃37m，$a=0.6$cm，$\alpha=60°$；2. $d_1=d_2=2.3$cm，$a=0.8$cm，$\alpha=90°$）

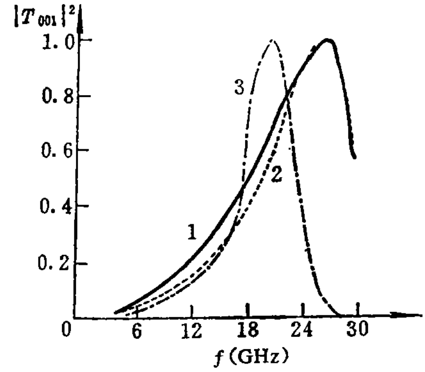

图 7　平面波λ射到 3 种结构的功率传输系数的比较（1. 矩形孔，$d_1=d_2=1.0$cm，$=b=0.7$cm，$\alpha=90°$　2. 圆形孔，$d_1=d_2=1.0$cm，$a=0.395$cm，$\alpha=90°$　3. 等边三角形孔，$d_1=d_2=1.0$cm，$a=0.79$cm，$\alpha=90$。）

参 考 文 献

1 Chen C C. Scattering by a Two-Dimensional Periodic Array of Conducting Plates. IEEE Trans AP, 1970, 18(5): 660～665

2 Chen C C. Diffraction of Electromagnetic Waves by a Conducting Screen Perforated Periodically with Circular Holes. IEEE Trans MTT, 1971, 19(5): 475～481

3 Montgomery J P. Scattering by a Infinite Periodic Array of Thin Conductors on a Dielectric Sheet. IEEE Trans AP, 1975, 23(1): 70～75

4 Mittra R, Hall R C, Tsao C H. Spectral-Domain Analysis of Circular Patch Frequency Selective Surfaces. IEEE Trans AP, 1984, 32(5): 533～536

5 Chan C H, Mittra R. On the Analysis of Frequency-Selective Surfaces Using Subdomain Basis Functions. IEEE Trans AP, 1990, 38(1): 40～49

6 Amity N, Galindo V. The Analysis off Circular Waveguides Phased Arrays. Bell Syst Tech J, 1968, 47(11): 1903～1932

7 Harrington R F. Time-Harmonic Electromagnetic Fields. New York: McGraw-Hill, 1961. 106～110

8 Overfelt P L, White D J. TE and TM Modes of Some Triangular Cross-Section Superposition of Plane Waves. IEEE Trans MTT, 1986, 34(1): 161～167