## 跨音速翼型和机翼的反设计计算方法

朱自强 夏智勋 吴礼义

(北京航空航天大学流体力学研究所,北京,100083) AN INVERSE DESIGN METHOD OF TRANSONIC AIRFOIL AND WING

Zhu Zi-qiang, Xia Zhi-xun, Wu Li-yi

(Institute of Fluid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083) 摘要给出一种跨音速翼型和机翼的反设计计算方法。对所应用的积分方程反方法引入人工粘性项;采用 Riegels 因子法消除前缘奇性;对强激波问题采用光滑-松弛过程;并将方程中的系数积分成解析形式;对二维翼型反设计计算还提出了一种封闭形式的正则化条件。算例结果表明,该方法对跨音速翼型和机翼设计是一种有效的工具。

关键词 跨音速流,翼型,机翼,设计

Abstract An inverse design method of transonic airfoil and wing is described, in which following modification are made for improving convergence and extending application areas: an artificial viscosity term is added to increase the ability of dealing with the shock; a Riegels type of leading edge correction is taken to remove the singularity at the leading edge of the round-nosed airfoil; a smoothing-relaxation procedure is proposed; all coefficients in the equations are integrated in analytical form. A regularity condition in closed form for the transonic airfoil design is presented. A few design results indicate that this method is effective in the transonic airfoil and wing design.

Key words transonic flow, airfoils, wings, design

近年来,人们提出了多种可用于设计跨音速翼型和机翼的方法。一般可将这些方法分 为三大类:间接方法,反方法和空气动力优化法,其中反方法用得最多。在设计中翼型表 面必须同时满足 Dirichlet 和 Neumann 型边界条件,故反方法是迭代求解未知边界的非 线性问题。已有的跨音速设计反方法又可分为两类:(1)以目标压强分布作为 Dirichlet 边 界条件加到初始翼型上,再根据积分的表面穿透速度导出几何修改量,迭代计算至 Neumann 型边界条件得到满足。(2)用分析程序(满足 Neumann 型边界条件)确定初始 翼型上的压强分布,求得目标与计算压强分布的差值——残值。根据此残值用某些简单的 反方法确定几何修改量,再迭代计算直至 Dirichlet 型边界条件得到满足。第一类方法主 要优点是收敛快,但绝大多数这类方法均未考虑正则条件。第二类方法主要优点是简单, 可在已有分析程序上耦合一个简单的反方法程序,而且分析程序易于更新。

以下设计方法属残值-修正型方法。分析程序采用非等熵全位势数值计算程序<sup>(1)</sup>。 反方法程序采用小扰动跨音速积分方程反方法程序<sup>(2)</sup>,但对其作了改进;并用它来确定 1991年10月22日收到,1992年3月28日收到修改稿 所需的几何修正量。在二维翼型设计计算中还给出了一种目标压强分布必须满足的正则化 条件。

1 反问题计算方法

对给定翼型计算出的压强分布与给定压强分布的差值确定后,需确定几何修正量  $\Delta f_{\pm}(x)$ ,为此在已知流场的扰动速度势  $\varphi(x,y,z)$ 中引入扰动速度势增量 $\Delta \varphi(x,y,z)$ 。由跨 音速小扰动理论可得

$$\bigtriangleup \varphi_{xx} + \bigtriangleup \varphi_{yy} + \bigtriangleup \varphi_{zz} = (\partial / \partial x) [(\varphi_x + \bigtriangleup \varphi_x)^2 - \varphi_x^2] / 2$$
 (1)

$$\triangle \varphi_z(x, y, \pm 0) = \triangle f_{\pm}(x, y)$$
(2)

$$\bigtriangleup \varphi_{x}(x, y, \pm 0) = -(K/2\beta^{2}) \bigtriangleup C_{p_{\pm}}(x, y/\beta)$$
(3)

式中 $\beta = \sqrt{1 - Ma_{\infty}^2}, \quad K = (\gamma + 1)Ma_{\infty}^2$ 

对方程(1)应用 Green 定理,并引入类似于 N $\varphi$ rstrud 使用过的递减函数<sup>(3)</sup>,可得到 积分方程<sup>(4)</sup>

$$\triangle u_s(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{s_w} \Psi_x(x, y, 0, \xi, \eta, 0) \triangle w_s(\xi, \eta) d\xi d\eta + G_s(x, y) + \frac{1}{2\pi} \iint_{s_w} [I_s(x, y, \xi, \eta, \eta, \eta) - \theta] G(\xi, \eta, \eta, 0) - \theta G(\xi, \eta, \eta, \eta) - \theta G(\xi, \eta) - \theta G(\xi, \eta, \eta) - \theta G(\xi, \eta) - \theta G(\xi, \eta, \eta)$$

其中

$$\Delta u_s(x,y) = \Delta \varphi_x(x,y,+0) + \Delta \varphi_x(x,y,-0) \Delta u_a(x,y) = \Delta \varphi_x(x,y,-0) - \Delta \varphi_x(x,y,-0) \Delta w_s(x,y) = \Delta \varphi_z(x,y,+0) - \Delta \varphi_z(x,y,-0) \Delta w_a(x,y) = \Delta \varphi_z(x,y,+0) + \Delta \varphi_z(x,y,-0)$$

Ψ, G, I 等函数的表达式及方程 (4)、方程 (5)的离散形式可见文献 [4];其中系数是用数 值积分求得的,现已将它们表示为解析函数 <sup>[4]</sup>。这不仅使计算工作量大为减少,也消除 了数值积分误差。为使计算方便,将几何修正函数  $riangle f_{\pm}(x, y)$ 分为两部分

为改进方法的收敛性和扩大应用范围,现作如下改进:

$$-\mu(\partial \wedge \partial x)[(\varphi_{xx} + \bigtriangleup \varphi_{xx})P(\varphi_{x} + \bigtriangleup \varphi_{x}) - \varphi_{xx}P(\varphi_{x})]$$
(6)

其中

$$P(\varphi_x) = \begin{cases} \varphi_x - 1 & \underline{\#}\varphi_x > 1\\ 0 & \underline{\#}\varphi_x \le 1 \end{cases}$$
(7)

μ为人工粘性系数。对加入人工粘性项后的小扰动方程作类似推导可得形式上与方程(4)、 方程(5)完全相同的积分方程,只是其中G(x,y)的表达式作相应改变。

(2)应用 Riegels 前缘修正以消除圆头翼型前缘区的奇异性。为在应用跨音速小扰动理 论时获得全场一致有效解。已发展了几种有效手段,如通过渐近匹配展开或用数值迭代消 除前缘奇性。它们实际上采用的是高阶修正方法,有较高精度,但计算过程较复杂,计算 量较大。为与残值修正法匹配,现参照不可压流中的做法<sup>[6]</sup>,在积分方程中引入 Reigels 因子,即方程(4)和方程(5)的右端第一项乘以下因子

$$E(x,y) = 0.5\{1 + [f'_{+}(x,y)]^{2}\}^{-1/2} + 0.5\{1 + [f'_{-}(x,y)\}^{-1/2}$$
(8)

引入 Riegels 因子可保证(4)式和(5)式在全场一致有效。不可压流中引入 Riegels 因子对椭圆形截面翼型计算是严格正确的。对于相对厚度小于 20%的任意形状翼型均可获得很好的近似<sup>[7]</sup>。

(3)采用光滑-松弛过程。数值计算表明,即使采用了人工粘性项和前缘修正等措施,对激波较强的流动有时仍可能发散。为此在迭代过程中构造了如下的光滑-松弛过程。

 $f_{\pm}^{n+1}(x_{i}^{j},y_{j}) = f_{\pm}^{n}(x_{i}^{j},y_{j}) + \delta\{ \triangle f_{\pm}^{n+1}(x_{i}^{j},y_{j}) + 0.5[ \triangle f_{\pm}^{n+1}(x_{i+1}^{j},y_{j}) + \triangle f_{\pm}^{n+1}(x_{i-1}^{j},y_{j})] \}$  (9) 式中  $\delta$  为松弛参数,取值范围为  $0 \le \delta \le 0.5$ ,即采用亚松弛迭代。(9) 式右端括号中各项 可对  $\triangle f_{\pm}(x, y)$  进行光滑处理。计算表明,对有激波流动问题上述措施非常有效,可使 收敛速度大大提高,且使原为发散的强激波流动问题变为收敛。

反问题迭代求解过程为: (1) 用分析程序求解初始翼型 $f_{\pm}^{2}(x,y)$ 的流场,得到压强分 布 $C_{p_{\pm}}(x,y)$  与目标压强分布 $C_{p_{\pm}}$ 的差值(残值) $\triangle C_{p_{\pm}}$ ; (2) 求解方程(4) 和方程(5) 取 得几何修正量  $\triangle f_{\pm}(x,y)$ ,再利用(9) 式松弛 — 光滑处理得到新的几何外形。重复上述过 程计算压强分布与目标压强分布一致为止。

## 2 正则化条件

文献[8]证明,要使二维不可压流动反问题有唯一精确解,给定压强分布必须满足正则化条件——根据自由来流速度为 1(或其它特定值)时的要求而推出的某种约束条件。因此为保证反问题解存在,在给定压强分布中必须存在一些自由参数以满足正则化条件。对

于可压流动同样应存在类似的约束条件。由简单的小扰动理论出发,采用解析变换

 $T = x + iz = [\chi + (1 / \chi)] / 4 + 1 / 2 = \{rexp(i\omega) + [exp(-i\omega)] / r\} / 4 + 1 / 2$ (10) 式中  $\chi = rexp(i\omega)$  为变换平面上的复变量;并由 Nørstrud 的空间方向扰动速度分布假设

$$\varphi_{x}(x,z) = \varphi_{x}(x,\pm 0) \exp[\pm R_{\pm}(x)z]$$
(11)

其中 $R_{\pm} = |t_{\pm}(x) \neq \varphi_{\chi}(x, \pm 0)|$ ,则可推出维跨音速流动反问题求解的一种封闭形式的正则化条件<sup>同</sup>

$$\int_{0}^{1} \dots u_{\alpha}(x) \omega_{\chi} dx = \int_{0}^{1} [I_{r}(x, \pm 0)G(x, \pm 0) \pm I_{r}(x, \pm 0)G(x, -0)] dx$$
(12)

其中

$$I_{r}(x, \pm 0) = \int_{0}^{\infty} \left[ (rr_{xx} - r_{x}^{2}) / r \right] \exp[-2R_{\pm}(x)z] dz$$

该正则化条件对于跨音速流动反问题是十分必要的。若给定的压强分布不合理,并可自 动调整使之变为可接受的压强分布,并可设计出与修改后压强分布对应的翼型。这里目 标压分布可表示为

$$C_{P_{x\pm}}(x) = \sigma F_{\pm}(x) \tag{13}$$

在前述迭代求解过程中, 由计算压强分布 $C_{p_{\pm}}(x)$ 和目标压强分布 $\sigma F_{\pm}(x)$ 之差得到  $\triangle C_{p_{\pm}}(x)$ ,由正则化条件(12)确定自由参数 $\sigma$ ,再进一步求解方程(4)和方程(5)取得几 何修正量  $\triangle f_{\pm}(x)$ ,

对于三维流动同样应存在相应的正则化条件。由于三维问题远较二维问题复杂,目前 尚未见到对此问题的研究成果;即使在不可压流中,也未得到与 Lighthill 约束条件相当 的正则化条件。目前通常是根据经验细致地设计出目标压强分布,尽可能保证目标压强分 布在物理上是存在的。如计算不收敛,则修正目标压强分布。

## 3 算例及讨论

算例 1 是超临界无激波翼型设计。目标压强分布为超临界无激波翼型的压强分布(图 1)<sup>[7]</sup>、具有几乎平项形局部超音速区和明显的后部加载。以 NACA0012 为初始翼型,在  $Ma_{\infty}=0.75$  和迎角  $\alpha=1.05$ °时的初始压力分布也在图 1 中给出。经过 9 次迭代得到了收敛解(图 1)。计算结果与预期的完全一致。

算例 2 以文献[9]给出的一种不满足 Lighthill 三个积分约束条件的速度分布作为目标 速度分布、相应于此速度分布的翼型不可能存在。由于二维翼型设计方法中具有正则化条 件,可调整目标速度分布使之成为可接受的, 故经过 7 次迭代得到了收敛解, 设计出了对 应于修改后速度分布翼型。若不使用正则化条件则设计过程不收敛。为简单计, 只对下翼 面目标速度分布乘以参数 σ。图 2 给出修正前后的速度分布。

算例 3 取已知的超临界机翼 F1 在 Ma<sub>∞</sub>=0.78,迎角 α=0.45°时的压强分布作为目标 压强分布、将 F1 机翼各剖面上表面各点坐标按该处厚度的 20%增加后作为初始机翼。经 过 9 次迭代、设计机翼上的压强分布与目标压强分布重合,几何翼面也重合得很好。图 3 给出两个剖面的设计结果。由于机翼上存在较强的激波,若对文献[2]的方法不做改进, 此例得不到收敛解。



算例4给出一种修型设计计算。有限翼展后掠翼存在翼尖翼根效应,其后掠优越性不 能充分发挥,等压线与无限后掠情况差别很大(很不均匀)。这将造成不必要的陡峭逆压梯 度,降低临界 Mach 数,且易造成气流过早分离,因此常需作等压线均匀化修型设计。选 Lockhead-AFOSR WingB<sup>[10]</sup>作为初始机翼,对其上表面作修型计算(即对上表面各剖面 取相同的超临界无激波流动压强分布,保持原机翼下表面压强分布)。应用上述三维反

设计方法计算时,翼根剖面坐标在迭代过程中会不断增大。这将导致分析计算无法进行下 去,为此令翼根剖面坐标在迭代过程中保持不变。经过7次迭代,除翼根附近,修型机翼 上压强分布实现了目标压强分布(图4)。



| 图 4 机翼上表面等压线 (a)初始机翼 (b)修型机翼

参考文献

- 1 Zhu Z Q, Bai X S. The Computation of Transonic Analiysis and Design . Acta Mechanica, Springer Verlag, 1989;78:81~94
- 2 Takanashi S. Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations. J Aircraft, 1985;22:(8)655~660
- 3 Nørstrud H. High Speed Flow Past Wings . NASA CR ~ 2246, 1973
- 4 夏智勋.跨音速翼型和机翼的反设计计算方法.北京航空航天大学博士论文,1991
- 5 苏继超,吴礼义. 积分方程法计算翼型的跨音速绕流,航空学报,1987:8:(11)A543~552
- 6 Weber J. The Calculation of the Pressure Distribution on the Surface of Thick Cambered Wings and the Design of Wings with Given Pressure Distribution . ARC R&M 3026,1957
- 7 Küchemann D. The Aerodynamic Design of Aircraft. Pergeman Press, 1978
- 8 Lighthill M J. A New Method of Two-Dimensional Aerodynamic Design. ARC R&M 2112,1945
- 9 Strand T. Exact Method of Designing Airfoils with Given Velocity Distribution in Incompressible Flow. J Aircraft, 1973;10:(11)651~659
- 10 Ohman L H. Experimental Data Base for Computers Program Assessment, AGARD-AR 138 Addendum, 1984